

第一篇 回归基础、查漏补缺

2014 年高考复习正在紧张进行,为了帮助大家做好基础知识的再回顾工作,我们按照教材内容的顺序,以问题加跟进练习的形式将整个高中阶段的数学内容串联,在临近高考时为高三学生提供一次知识的梳理,以期对同学们的高考数学复习查漏补缺.

第一章 集 合



知识点与方法

1. 子集、交集、并集三者之间的关系: $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$.

2. “或”,“且”,“非”($\vee, \wedge, \neg$)的真假性判断;全称命题与特称命题的否定.

(1) $\vee$ 命题:一真则真,全假才假; $\wedge$ 命题:一假则假,全真才真; $\neg p$ 与 p 的真假性相反.

(2) 全称命题与特称命题互为否定.

3. 四种命题及其关系中要注意原命题与逆否命题同真假,充要条件判定时首先分清条件与结论,再进行推理.



查漏补缺

1. 集合中元素“必须具备的性质特征”(特别是互异性)

例 1 集合 $A = \{a, b, c\}$ 中的三个元素分别表示某一个三角形的三边长度,那么这个三角形一定不是().

- A. 等腰三角形 B. 锐角三角形 C. 直角三角形 D. 钝角三角形

变式 1 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 则集合 $B = \{z | z = x - y, x \in A, y \in A\}$ 中元素的个数是().

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 9

2. 集合中元素的属性

3. 空集:对任意集合 A 有 $\emptyset \subseteq A, \emptyset \cap A = \emptyset, \emptyset \cup A = A$

当一个集合中元素个数不确定时,应想到空集.

例 2 集合 $P = \{x \in \mathbf{Z} | 0 \leq x < 3\}, M = \{x \in \mathbf{R} | x^2 \leq 9\}$, 则 $P \cap M = ()$.

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$

变式 1 设全集 $I = \{(x, y) | x, y \in \mathbf{R}\}$, 集合 $M = \left\{(x, y) \left| \frac{y-3}{x-2} = 1 \right.\right\}, N = \{(x, y) | y \neq x+1\}$, 那么

$(\complement_I M) \cap (\complement_I N) = ()$.

- A. $\emptyset$ B. $\{(2, 3)\}$ C. $(2, 3)$ D. $\{(x, y) | y = x+1\}$

例 3 设 $A = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}, B = \{x | mx + 1 = 0\}$, 且 $A \cup B = A$, 则实数 m 的取值范围是_____.

变式 1 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$, 集合 $B = \{x | p+1 \leq x \leq 2p-1\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 p 的取值范围.

4. 在由不等式构成集合或抽象集合的子集、交集、并集、补集问题中,常采用画数轴或 Venn 图. 运用数形结合的思想解题,往往会化抽象为具体,化复杂为简单,将集合的交、并、补的关系直观、形象地表示而有利于运算

例 4 设集合 $S = \{x \mid |x-2| > 3\}$, $T = \{x \mid a < x < a+8\}$, $S \cup T = \mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是().

- A. $(-3, -1)$ B. $[-3, -1]$
C. $(-\infty, -3] \cup [-1, +\infty)$ D. $(-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$

变式 1 已知全集 U , $A \subseteq B$, 那么下列结论中可能不成立的是().

- A. $A \cap B = A$ B. $A \cup B = B$ C. $(\complement_U A) \cap B \neq \emptyset$ D. $(\complement_U B) \cap A = \emptyset$

变式 2 如图 1-1 所示, I 是全集, A, B, C 是 I 的子集, 则阴影部分表示的集合是().

- A. $(A \cap B) \cap C$ B. $(A \cap \complement_I B) \cap C$ C. $(A \cap B) \cap (\complement_I C)$ D. $(\complement_I B) \cup A \cap C$

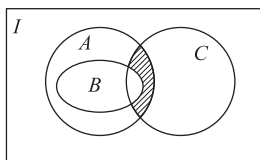


图 1-1

变式 3 如图 1-2 所示, I 是全集, A, B, C 是 I 的子集, 分别表示下列各图中阴影部分的集合.

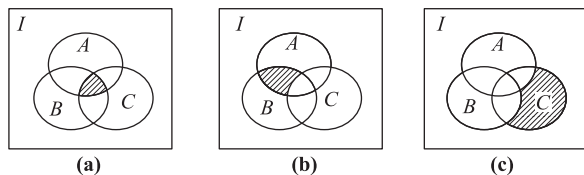


图 1-2

5. 求满足某个条件下的参数时,有时所求参数并不满足该条件,原因是求解时只用条件的局部,这就要对所求参数,代回条件进行检验

例 5 已知集合 $A = \{a^2, a+1, -3\}$, $B = \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$, 若 $A \cap B = \{-3\}$, 求 a 的值.

变式 1 已知集合 $A = \{1, 3, \sqrt{m}\}$, $B = \{1, m\}$, 若 $A \cup B = A$, 则 $m =$ ().

- A. 0 或 $\sqrt{3}$ B. 0 或 3 C. 1 或 $\sqrt{3}$ D. 1 或 3

6. 充分必要条件的考查在高考中通常作为载体来考查相关知识的逻辑关系

例 6 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} > 0$ ” 是 “ $\triangle ABC$ 是钝角三角形” 的().

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

变式 1 设 a, b 为向量, 则 “ $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$ ” 是 “ $a \parallel b$ ” 的().

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 含简单逻辑联结词的命题的真值表

例 7 已知命题 p : 所有有理数都是实数; 命题 q : 正数的对数都是负数, 则下列命题为真命题的是().

- A. $(\neg p) \vee q$ B. $p \wedge q$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $(\neg p) \vee (\neg q)$

变式 1 在一次跳伞训练中, 甲、乙两位学员各跳一次, 设命题 p 是“甲降落在指定范围”, 命题 q 是“乙降落在指定范围”, 则命题“至少有一位学员没有降落在指定范围”可表示为().

- A. $(\neg p) \vee (\neg q)$ B. $p \vee (\neg q)$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $p \vee q$

第二章 函数概念与基本初等函数



知识点与方法

1. 函数解析式的求法主要有换元法和待定系数法等; 利用函数的解析式研究问题时要特别注意分析自变量 x 与函数值 y 的关系, 尤其要注意分段函数各段的自变量所对应的解析式.

已知函数解析式, 计算有限个函数值的和. 此类问题一般都具有明显的规律, 或者函数具有周期性, 或者函数具有对称性(自变量具有某种关系, 其函数值和为定值). 如 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$, 求 $f\left(\frac{1}{2015}\right) + f\left(\frac{2}{2015}\right) + \cdots + f\left(\frac{2014}{2015}\right)$ 的值(这里 $f(x) + f(1-x) = \frac{1}{2}$).

2. 确定函数定义域的基本原则.

- (1) 分式函数 $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ 中, 满足分母 $g(x) \neq 0$.
- (2) 偶次根式 $y = \sqrt[n]{f(x)}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 中, 满足被开方式 $f(x) \geq 0$.
- (3) 对数函数 $y = \log_{f(x)} g(x)$ 中, 满足 $\begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > 0 \text{ 且 } f(x) \neq 1 \end{cases}$.
- (4) 幂函数 $y = [f(x)]^0$ 中, 满足 $f(x) \neq 0$.
- (5) 正切函数 $y = \tan x$ 中, 满足 $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbf{Z}$).

(6) 在实际问题中考虑自变量的实际意义.

3. 函数值域(最值)的求法.

- (1) 二次型函数——配方法.
- (2) 双曲函数——均值不等式.
- (3) 利用换元法转化为二次型函数或双曲函数.
- (4) 函数单调性法.
- (5) 导数法.

对于不等式恒成立、存在性问题也要通过求函数最值的方法解决.

4. 判断函数单调性的方法.

(1) 定义法: 一般地, 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 A , 区间 $M \subseteq A$, $\forall x_1, x_2 \in M$, $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] > 0 \Leftrightarrow \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0 \Leftrightarrow f(x)$ 在区间 M 上是增函数. 若 $f(x)$ 在区间 M 上为增函数, $x_1, x_2 \in M$, 则有 $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$, 减函数有类似结论. (注意: 在涉及到不等式的求解、证明等有关问题时可以考虑构造函数, 利用函数单调性求解).