

第 1 章

绪 论

1.1 建筑力学的学科内容和任务

1. 结构

在建筑物和工程设施中承受、传递荷载而起骨架作用的部分称为**结构**。如房屋中的梁柱体系、公路和铁路上的桥梁和隧道、水工建筑物中的水坝等都是工程结构的典型例子。而这些结构都是由若干**构件**按照一定的形式组成,如房屋结构中的梁和柱等。

从几何特征的角度来看,结构可分为 3 种类型:

(1) 杆系结构 组成杆系结构的构件是杆件。杆件的几何特征是其长度远远大于横截面的宽度和高度。梁、刚架、桁架、拱都是典型的杆系结构。

(2) 板壳结构 组成板壳结构的构件是薄板或薄壳,该结构又称为薄壁结构。薄板或薄壳的几何特征是其厚度远远小于长度和宽度。房屋中的楼板、水工结构中的拱坝都是板壳结构。

(3) 实体结构 这类结构的长、宽、高 3 个方向的尺寸为同一量级。水工结构中的重力坝即为实体结构。

狭义的结构往往指的就是杆系结构,建筑力学以杆系结构为研究对象。

2. 建筑力学的研究内容和任务

在荷载作用下,上部结构与基础之间以及构件与构件之间会产生相互

的作用力与反作用力。构件在外力作用下则会产生内力和变形,当内力过大会使杆件或结构发生破坏,当变形过大时则会影响构件的正常工作,甚至影响结构的安全。而构件承载能力的大小与构件材料的性质、截面的几何尺寸和形状、受力状态、工作条件以及构造情况等因素有关。在结构设计中,当其他条件一定时,如果构件的截面尺寸设计得过小,则会因变形过大而影响正常工作,或因强度不足而发生破坏;如果构件的截面尺寸设计得过大,则会因多用材料而造成浪费。因此,建筑力学的主要任务是研究建筑结构与构件在荷载或其他因素(支座移动、温度变化)作用下既能安全工作又符合经济要求的理论和计算方法。具体地说,包括以下几个方面:

(1) 力系的简化和平衡问题。对杆件和结构进行受力分析,研究力系的简化和平衡理论。

(2) 强度问题。研究构件抵抗破坏的能力。构件在荷载作用下不发生破坏,即为该构件具有抵抗破坏的能力,满足强度要求。

当结构中的各构件均已满足强度要求时,整个结构也就满足了强度要求。所以,在研究强度问题时,只需以构件为研究对象即可。

(3) 刚度问题。研究构件或结构抵抗变形的能力。构件或结构在荷载作用下的变形未超出工程允许的范围,即为该构件或结构具有抵抗变形的能力,满足刚度要求。所以,解决刚度问题的关键是计算出构件或结构的变形。

(4) 稳定性问题。研究构件或结构在荷载作用下,其原有形态下的平衡保持为稳定的平衡的能力。构件或结构在荷载作用下不会突然改变其原有的形态,以致发生过大的变形而导致破坏,即为该构件或结构满足稳定性的要求。

(5) 结构的几何构造分析。研究杆系的几何组成规律,保证杆系的几何形状和位置保持不变,能够承受各种可能的荷载。

1.2 荷载的分类

荷载是指作用于结构上的主动力,它能够使物体运动或使物体有运动的趋势,如结构的自重、水压力、风压力、雪压力等。确定结构所受的荷载,是对结构进行受力分析的前提,必须慎重对待。如果将荷载估计过大,则设计出的结构会过于笨重,造成浪费;如果将荷载估计过小,则设计出的结构会不够安全。

在实际工程中,结构受到的荷载是多种多样的,为了便于分析,将从不同的角度对荷载进行分类。

1. 根据荷载作用在结构上时间的长短,可分为以下几种类型。

(1) 恒载

恒载是指永久作用在结构上不变的荷载,即在结构建成以后,其大小和位置都不再发生变化。如结构的自重或土压力、固定于结构上的设备质量等。

(2) 活荷载

活荷载是指在施工和使用过程中可能作用在结构上的可变荷载。所谓可变荷载,是指这种荷载有时存在、有时不存在,它们的作用位置及范围可能是固定的(如风荷载、雪荷载、会议室的人群重力等),也可能是移动的(如吊车荷载、桥梁上行驶的车辆、会议室的人群等)。不同类型的房屋建筑,因其使用情况不同,活荷载的大小也不同。各种常用的活荷载,在《工业与民用建筑结构荷载规范》中都有详细规定。

2. 根据荷载作用在结构上的分布情况,可分为以下几种类型。

(1) 集中荷载

作用在结构上的荷载一般总是分布在一定的面积上,当分布面积远小于结构的尺寸时,则可认为此荷载是作用在结构的某一点上,称为**集中荷载**。例如,吊车的轮子对吊车梁的压力,可看做是吊车梁上的集中荷载;屋架传给柱子或砖墙的压力也可以看做是集中荷载。其单位一般用 N 或 kN 来表示。

(2) 分布荷载

分布荷载是指连续分布在结构上的荷载。图 1.1(a)所示为梁的自重,该荷载连续分布,大小各点相同,这种荷载称为均布荷载。梁的自重是以每米长度重力来表示,单位是 N/m 或 kN/m,又称为线均布荷载。图 1.1(b)所示为板的自重,也是均布荷载,它是以每平方米面积重力来表示,单位是

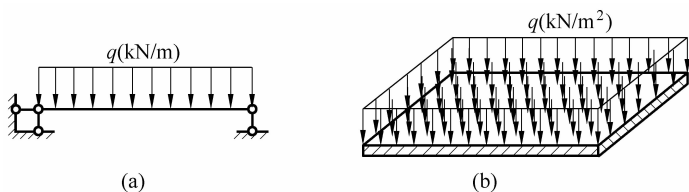


图 1.1

N/m^2 或 kN/m^2 , 又称为面均布荷载。另外, 对于储水池壁板受到的水压力, 由于该力的大小与水的深度成正比, 为三角形分布规律, 即荷载连续分布, 但大小各点不同, 这种荷载称为非均布荷载。

3. 根据荷载作用在结构上的性质, 可分为以下几种类型。

(1) 静力荷载

静力荷载是指荷载的大小、方向和位置不随时间发生变化或变化非常缓慢, 不使结构产生显著的加速度, 从而可以忽略惯性力的影响。如结构的自重、一般的活荷载等。

(2) 动力荷载

动力荷载是指荷载随时间迅速变化或在短时间内突然作用或消失, 使结构产生显著的加速度, 不能忽略惯性力的影响。如机械运动产生的荷载、爆炸引起的冲击荷载等。

荷载的确定通常是比较复杂的, 一般情况下按相关的荷载规范来确定, 但在荷载规范没有包含的某些特殊情况, 设计人员必须深入现场, 结合实际情况进行调研, 才能对荷载进行合理的确定。

1.3 平面结构的约束和约束力

1. 约束和约束力的概念

物体可以分为**自由体**和**非自由体**两类。位移不受任何限制的物体称为自由体, 如飞行的飞机和火箭等, 它们可以任意地移动和转动; 位移受到限制的物体称为非自由体, 其某些位移受到其他物体的限制而不能发生, 如结构中的各构件为非自由体, 它受到其他构件的制约而不能自由位移。对非自由体的位移起限制作用的其他物体称为**约束**。约束的作用是限制非自由体的某些位移。例如, 桌子放在地面上, 地面限制了桌子向下的位移, 桌子是非自由体, 地面是桌子的约束。

约束阻碍了物体的位移, 它对物体的作用实际上就是力, 这种力称为**约束力**, 又称为约束反力或反力。因此, 约束力的方向必定与其限制位移的方向相反。地面限制了桌子向下的位移, 则地面对桌子的约束力的方向向上。

工程中物体之间的约束形式是复杂多样的, 在理论分析中, 只考虑其主要的约束功能, 忽略次要的约束功能, 从而得到一些理想化的约束形式。本节所讨论的正是这种理想化的约束, 它们在力学分析和结构设计中被广泛

采用。

2. 约束的类型及约束力

下面介绍几种工程中常见的约束形式以及确定约束力方向的方法。

1) 柔索约束

柔索是指软绳、链条等。柔索只能承受拉力,即只能限制与它相连的物体沿柔索受拉方向的位移。因此,柔索对物体的约束力作用在接触点,方向沿着柔索而背离物体,通常用 F_T 来表示。图 1.2 中,物体 A 受到的约束力为柔索对它的拉力 F_T ,拉力 F_T 作用在接触点,方向沿着柔索而背离物体 A。

链条或胶带等柔索约束只能承受拉力。当它们绕在轮子上时,其对轮子的约束力沿轮缘的切线方向,为拉力。

2) 光滑接触面约束

光滑接触面约束是由两个物体光滑接触所构成。两个物体可以脱离开,也可以沿光滑面相对滑动,但沿接触面法线且指向接触面的位移受到限制。因此,光滑支撑面对物体的约束力作用在接触点,方向是沿接触面的法线方向并指向受力物体。

这种约束力称为法向约束力,通常用 F_N 表示。图 1.3 给出了接触面约束及约束力的例子。圆盘 O 为非自由体,光滑接触面的约束力 F_N 沿接触面法线方向且指向圆盘中心。

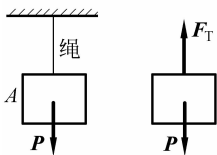


图 1.2

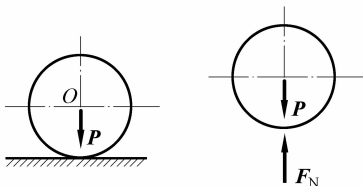


图 1.3

3) 结点约束

在结构中,杆件与杆件相连接处称为**结点**。尽管各杆件之间连接的形式多种多样,特别是在材料不同的情况下,连接的方式会有很大的差异,但在计算简图中,只简化为两种理想的连接方式,即铰结点和刚结点。

(1) 铰结点 **铰结点**是指被连接的杆件在连接处不能相对移动,但可以相对转动。用理想铰结点来连接杆件的例子在实际工程结构中是很少的,但从结点的构造来分析,把它们近似地看成铰结点所造成的误差并不显著。图 1.4(a)所示为一木屋架的结点构造图,由于各杆之间可以有微小的转动,则

杆与杆之间的连接可简化为铰结点,其计算简图如图 1.4(b)所示。图 1.5(a)所示为木结构或钢筋混凝土梁中经常采用的一种连接方式,计算时也可简化为铰结点,其计算简图如图 1.5(b)所示。

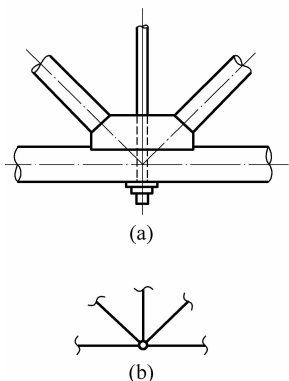


图 1.4

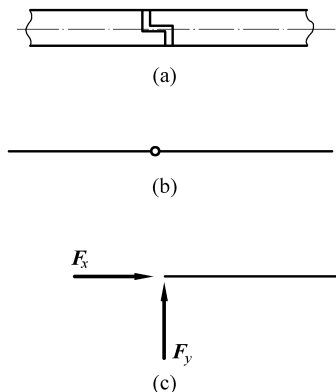


图 1.5

由于铰结点限制了杆件在连接处的相对移动,则杆件在连接处即受到约束力,约束力的方向即为被限制相对移动的方向,通常用两个垂直方向的分量 F_x 和 F_y 来表示。图 1.5(c)所示为铰结点对被连接杆件所产生的约束力。

(2) 刚结点 刚结点是指被连接的杆件在连接处既不能相对移动,也不能相对转动。刚结点的连接形式在钢筋混凝土结构中经常采用,图 1.6(a)所示为钢筋混凝土框架,柱和梁之间的连接是刚性连接,其特点是当结构发生变形时,结点处各杆端之间的夹角保持不变。结点钢筋的布置示意图如图 1.6(b)所示,刚结点的计算简图如图 1.6(c)所示。

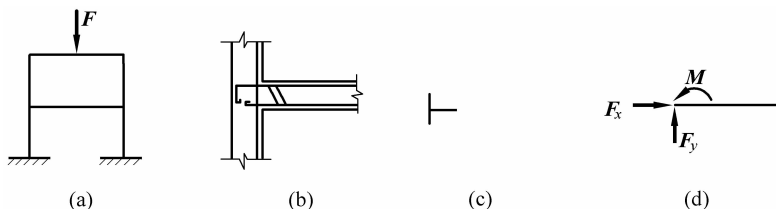


图 1.6

由于刚结点限制了被连接杆件之间的相对移动和相对转动,即被连接杆件之间没有任何的位移发生,因此,刚结点对被连接杆件所产生的约束力有限制相对移动方向的约束力 F_x 和 F_y 以及限制相对转动方向的约束力矩

M。图 1.6(d)所示为刚结点对被连接杆件所产生的约束力。

4) 支座约束

支座是指结构与基础相连接的装置。其作用是把结构与基础或地面连接起来,使上部结构能稳固在基础之上。对于实际的建筑物,其结构的支座形式是多种多样的,按其受力特征,一般简化为以下 4 种形式。

(1) 滚动铰支座 图 1.7(a)为桥梁中所采用的滚动铰支座示意图。这种滚动铰支座既允许结构绕铰 A 转动,又允许结构通过滚轴沿着支座垫板水平方向移动,但是限制了结构沿支撑面法线方向的移动。其计算简图如图 1.7(b)所示。根据该滚动铰支座约束的性质,上部结构受到的约束力为垂直于支撑面的法线方向,且通过铰的中心。图 1.7(c)所示为该支座对上部梁产生的约束反力。

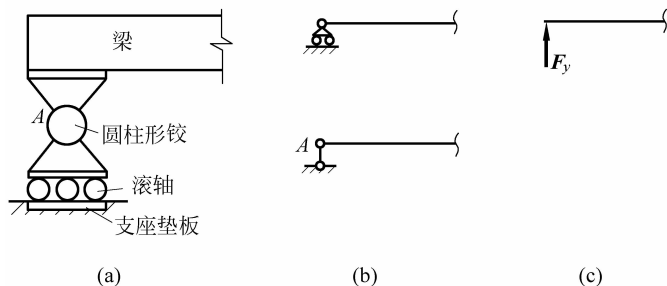


图 1.7

(2) 固定铰支座 图 1.8(a)为桥梁中采用的固定铰支座形式的示意图。其最下部没有滚轴而是固定在地面上,因而支座在垂直和水平方向均不会移动,只允许结构绕铰 A 转动。其计算简图如图 1.8(b)所示。根据该固定铰支座的约束性质可知,上部结构受到的约束力为水平反力和竖向反力,通过铰的中心。图 1.8(c)所示为该支座对上部梁产生的约束反力。

图 1.8(d)为一木梁端部的构造图,它与埋设在混凝土垫块中的锚栓相连接,梁端部的水平位移和竖向位移受到限制,但仍可做微小的转动,其计算简图可用图 1.8(b)来表示。图 1.8(e)所示为预制钢筋混凝土柱,将柱的下端插入杯形基础预留的杯口中后,用沥青麻丝填实,这样,柱脚的水平和竖向位移受到限制,但它仍可做微小的转动,其计算简图仍可用图 1.8(b)来表示。可见,在房屋建筑结构中,虽然构造要求不同,但当它具有只约束两个方向移动而不约束转动的性能时,即可视为固定铰支座。

(3) 固定支座 图 1.9(a)所示为预制钢筋混凝土柱,在基础杯口内用细

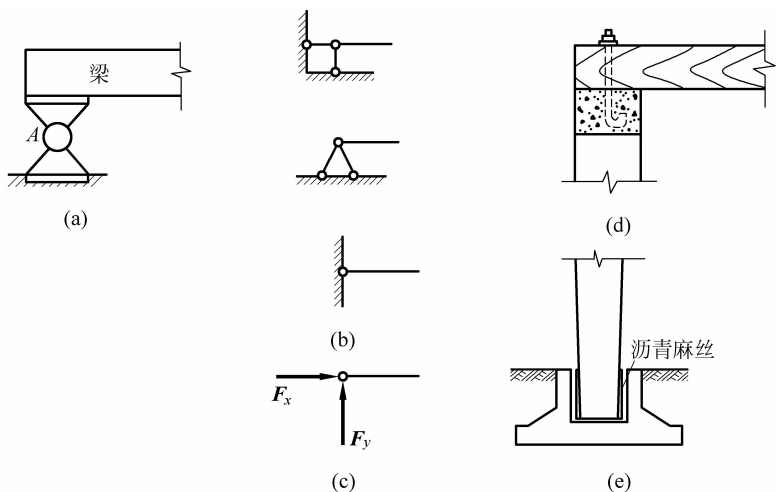


图 1.8

石混凝土浇灌填实。当柱插入杯口深度符合一定要求时,可认为柱脚是固定在基础内,限制了柱脚的水平移动、竖向移动和转动。这种支座形式称为固定支座,其计算简图如图 1.9(b)所示。根据该支座的约束性质可知,上部结构受到的约束力为水平反力、竖向反力和约束反力矩。图 1.9(c)所示为该固定支座对上部柱产生的约束反力。

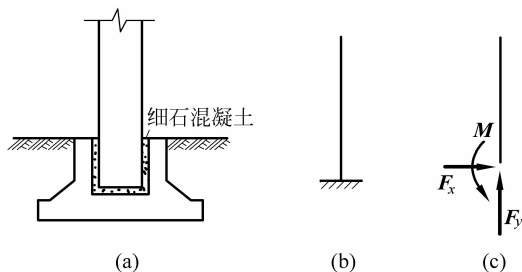


图 1.9

(4) 定向支座 图 1.10(a)所示的支座形式,只允许结构沿辊轴滚动的方向移动,而不能发生竖向移动和转动,该支座称为定向支座。其计算简图如图 1.10(b)所示。根据该支座的约束性质可知,上部结构受到的约束力为垂直于滚动方向的反力 F_y 和阻止转动的反力矩 M 。图 1.10(c)所示为该定向支座产生的约束反力。

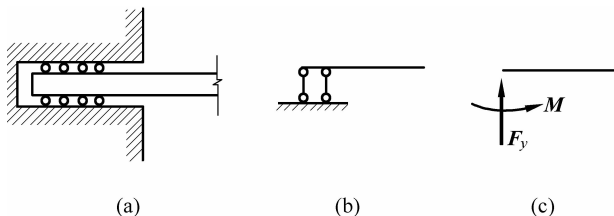


图 1.10

1.4 结构的计算简图

对于实际工程中的建筑物,其结构、构造以及作用的荷载往往是比较复杂的。完全严格地按照结构的实际情况进行力学分析是不可能的,也是不必要的。因此,在对实际结构进行力学分析之前,必须加以简化,略去次要因素,显示其主要特点,用一个简化的图形来代替实际的结构,这种图形称为**结构的计算简图**。

在建筑力学中,我们以计算简图作为力学计算的主要对象。在选取结构的计算简图时,一般应遵循以下两条原则:

- (1) 忽略次要因素,尽可能地反映出结构的主要受力情况;
- (2) 分清主次,略去细节,使计算简图便于计算,结果有足够的精确性。

在上述两条原则的前提下,主要从以下 4 个方面对实际结构进行简化。

1. 结构体系的简化

一般结构实际上都是空间结构,各部分相互连接成为一个空间整体,以承受各个方向可能出现的荷载。但多数情况下,常常可以忽略一些次要的空间约束而将实际结构分解为平面结构,使计算得以简化。本书主要讨论平面结构的计算问题。

2. 杆件的简化

由于杆件的横截面尺寸通常比杆件的长度小得多,因此在计算简图中,杆件用其纵轴线来表示。例如,梁、柱等构件的纵轴线为直线,就用相应的直线来表示;曲杆的纵轴线为曲线,则用相应的曲线来表示。

3. 杆件间连接的简化

在结构中,杆件与杆件相连接处简化为结点。尽管各杆之间连接的形式多种多样,特别是在材料不同的情况下,连接的方式会有很大的差异,但在计算简图中,只简化为两种理想的连接方式,即铰结点和刚结点。

4. 杆系与基础间连接的简化

杆系结构与基础间的连接处简化为支座。根据实际构造和约束情况,对照上一节的内容,一般可简化为滚动铰支座、固定铰支座、固定支座和定向支座4种情况。

下面通过一个简单的实例来说明结构计算简图的取法。

图1.11(a)所示为一钢筋混凝土厂房结构,梁和柱都是预制的。柱子下端插入基础的杯口内,然后用细石混凝土填实。梁和柱的连接是通过将梁端与柱顶的预埋钢板进行焊接而实现的。在横向平面内,梁和柱组成排架(图1.11(b)),各个排架之间,在梁上有屋面板连接,在柱的牛腿上有吊车梁连接。

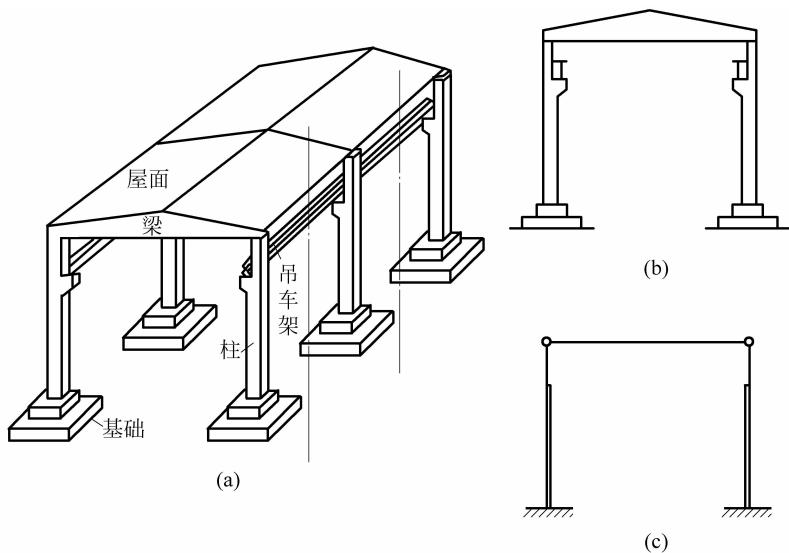


图 1.11

计算上述厂房结构时,可采用图1.11(c)所示的计算简图。

厂房结构虽然是空间结构,但各排架在纵向有规律地排列,而厂房受到的荷载一般也是沿纵向均匀分布的。这样,可以把荷载分配给每个排架,每

个排架作为一个独立的单元体系,从而把实际的空间结构简化为平面结构。由于梁和柱的截面尺寸比长度小得多,可以用其纵轴线(即直线)来代表。梁和柱的连接处可简化为铰结点,柱底和基础的连接处可取为固定支座。

怎样才能恰当地选取实际结构的计算简图,是结构设计中比较复杂的问题,这就要求我们不仅要掌握上述的两个基本原则和方法,而且需要有较多的实践经验。对于一些新型结构,往往还要通过反复试验和实践,才能获得比较合理的计算简图。

1.5 杆系结构的分类

由1.4节可知,建筑力学研究的对象并不是实际的建筑结构,而是代表实际结构的计算简图。因此,结构的分类,也就是指计算简图的分类。

根据不同的观点,结构可分为各种不同的类型。按照空间观点,结构可分为平面结构和空间结构;按照几何观点,结构可分为杆系结构、薄壁结构和实体结构。本书仅研究和讨论平面杆系结构,其常见的形式有下列几种。

1. 梁

梁是一种受弯构件,其轴线通常为直线,有单跨梁和多跨连续梁等形式,如图1.12所示。

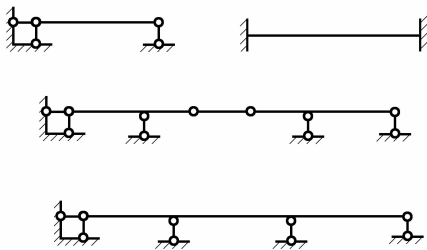


图 1.12

2. 刚架

刚架是由梁和柱组成的结构,其结点通常为刚结点。图1.13所示为几种常见的刚架形式。

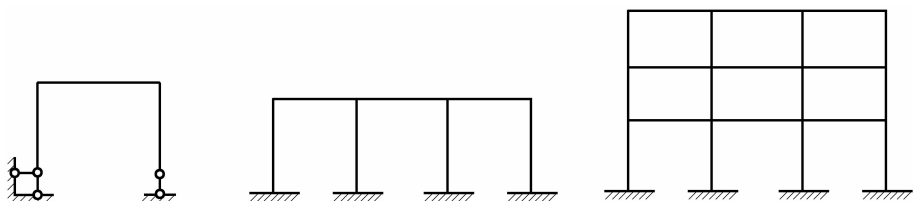


图 1.13

3. 桁架

桁架是由直杆组成的铰结体系,荷载作用在结点上。图 1.14 所示为常见的桁架结构。

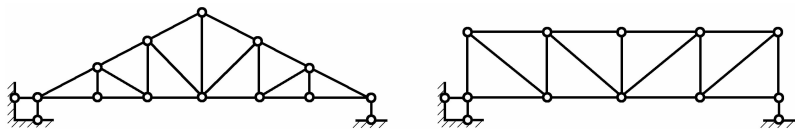


图 1.14

4. 拱

拱的轴线是曲线,在竖向荷载作用下,不仅可产生竖向反力,还会产生水平反力,如图 1.15 所示。

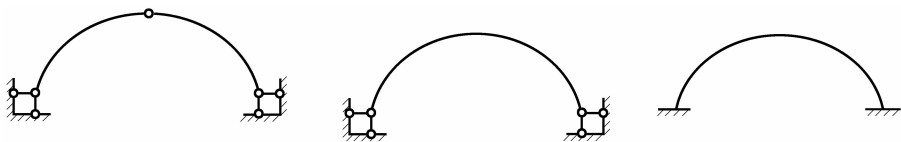


图 1.15

5. 组合结构

组合结构是桁架和梁或刚架组合在一起形成的结构,其中含有铰结点与刚结点组合而成的组合结点,如图 1.16 所示。

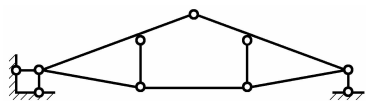


图 1.16

1.6 刚体 可变形固体 杆件变形的的基本形式

构件和结构可以统称为物体。在建筑力学中通常将物体抽象化为刚体、理想可变形固体两种计算模型。

1. 刚体

刚体是指在任何外力作用下,其形状都不会改变的物体,即物体内任意两点间的距离都不会发生改变,是一种理想化的模型。实际上,任何物体受到力的作用后都会发生或大或小的变形。但在一些力学问题中,物体变形这一因素对所研究的问题影响甚微,这时,就可以不考虑物体的变形,将物体视为刚体,从而使所研究的问题得到简化。

由于变形因素对求解构件及结构平衡问题的影响甚微,因此,在研究这类问题时,可将物体视为刚体,应用刚体模型。

2. 可变形固体

制造构件所用的材料都是固体,而且在荷载作用下均发生变形,包括物体尺寸的改变和形状的改变,这些材料统称为**可变形固体**。在研究构件的强度、刚度和稳定性问题时,需要研究构件在外力作用下的内效应,即内力、应力、变形等,此时,不能将物体视为刚体,而应视为可变形固体。在进行理论分析时,为使问题得到简化,通常需略去一些次要因素,对可变形固体材料的性质作如下基本假设。

1) 连续性假设

认为物体在其整个体积内连续地充满了物质而毫无空隙。在此假设下,物体内部的一些物理量的变化规律可以用连续函数来表示。实际上,可变形固体内部存在着气孔、杂质等缺陷,但其与构件尺寸相比极为微小,可忽略不计。

2) 均匀性假设

认为从物体内部任意一点取出的体积单元,其力学性能可以代表整个物体的力学性能。这样,在研究构件时,可取构件内任意的微小部分作为研究对象。

3) 各向同性假设

认为材料沿各个方向的力学性能是完全相同的,即物体的力学性能不

随方向的改变而改变。从不同的方向对这类材料进行理论分析可得到相同的结论。

有的材料沿不同方向表现出的力学性能是不同的,如木材、复合材料,这种材料称为各向异性材料。

我们主要研究的是各向同性材料。

如上所述,这种连续、均匀、各向同性的可变形固体称为理想可变形固体。这种理想化的力学模型代表了各种工程材料的基本属性,从而使理论研究成为可行。在大多数情况下,利用这种力学模型进行计算所得的结果,符合工程计算精度要求。

构件在受外力作用的同时将发生变形。当外力较小时,大多数材料的变形在撤除外力后均可恢复。但当外力较大时,在撤除外力后只能部分地复原而残留一部分变形不能消失。在撤除外力后能完全消失的变形称为**弹性变形**,不能消失而残留下来的变形称为**塑性变形**。在工程实际中,常用的钢材、铸铁、混凝土等材料制成的构件在外力作用下的弹性变形与构件的整个尺寸相比是微小的,因此,称之为小变形。这种情况下,在弹性变形范围内作静力分析时,构件的长度可按原始尺寸进行计算。

综上所述,当对构件进行强度、刚度、稳定性等力学方面的研究时,可把构件材料看做连续、均匀、各向同性、在弹性范围内工作的可变形固体。

3. 杆件变形的基本形式

在研究杆件的强度、刚度和稳定性问题之前,首先要了解杆件的几何特性及其基本变形形式。

1) 杆件的几何特性

杆件的长度方向称为纵向,垂直于长度的方向称为横向。工程上经常遇到的杆件是指纵向尺寸远大于横向尺寸的杆件。杆件经常用到的两个几何元素是横截面和轴线。横截面是指垂直杆件长度方向的截面,轴线是指各横截面形心的连线,两者具有互相垂直的关系,如图 1.17 所示。

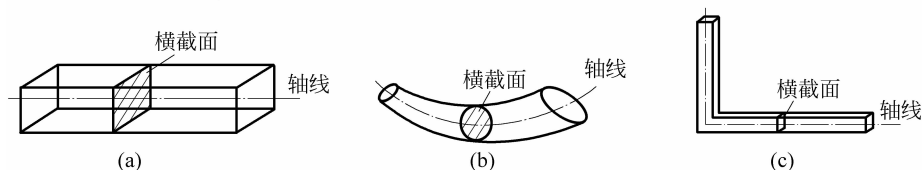


图 1.17

按杆件轴线的形状,可将杆件分为直杆(图 1.17(a))、曲杆(图 1.17(b))

和折杆(图 1.17(c))。若杆件的轴线是直线且各横截面形状、尺寸均相同,则称该杆件为等截面直杆,简称等直杆(图 1.17(a));若杆件各横截面形状、尺寸不相同,则称该杆件为变截面杆件(图 1.17(b))。

2) 杆件变形的形式

在外荷载作用下,实际杆件的变形是复杂的,但总是可分解为几种基本的变形形式,杆件的基本变形形式有以下 4 种。

(1) 轴向拉伸或轴向压缩 在一对大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的轴向外力作用下,杆件在长度方向发生变形,若是伸长变形则称为轴向拉伸(图 1.18(a));若是缩短变形则称为轴向压缩(图 1.18(b))。

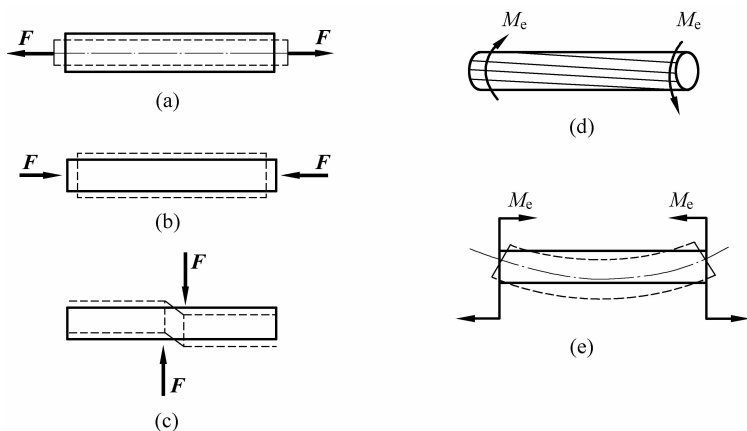


图 1.18

(2) 剪切 在一对大小相等、方向相反、作用线相距很近的横向外力作用下,杆件的主要变形是横截面沿外力作用方向发生相对错动(图 1.18(c)),这种变形形式称为剪切。

(3) 扭转 在一对大小相等、转向相反、作用平面与杆件轴线垂直的外力偶作用下,直杆的相邻横截面将绕着轴线发生相对转动,而杆件轴线仍保持为直线,这种变形形式称为扭转(图 1.18(d))。

(4) 弯曲 在杆的纵向平面内作用一对大小相等、转向相反的外力偶,使直杆任意两横截面发生相对倾斜,且杆件轴线弯曲变形为曲线,这种变形形式称为弯曲(图 1.18(e))。

第 2 章

静力学基础

静力学主要研究的是物体在力作用下的平衡问题。工程中所用的固体材料,如钢、铸铁、木材、混凝土等,在外力作用下都会或多或少地产生变形,有些变形可直接观察到,有些变形可通过仪器测出。物体的微小变形对研究这种问题的影响很小,这时可把物体视为一个刚体进行理论分析。

2.1 力 力矩 力偶

1. 力的概念、力的三要素、力的投影、力的分量

力是物体间相互的机械作用。这种作用可以使物体的机械运动状态发生改变或使物体产生变形。如一个人用手推门,手和门之间相互作用,这种作用就是力,即手给门一个作用力,使门运动(开或关);同时,门对手也有一个反作用力。因此,力是成对出现的,而且不能脱离物体而单独存在。

在力学中,通常把力对物体的作用效果称为力的效应。力对物体的作用效应有两种:一种是使物体的运动状态发生改变的效应,这种效应称为运动效应或外效应;另一种是使物体的形状及尺寸发生改变的效应,这种效应称为变形效应或内效应。实践证明,力对物体的作用效应取决于力的三要素,即力的大小、力的方向、力的作用点。

(1) 力的大小表明物体间相互作用的强弱程度。在国际单位制中,力的

度量单位是牛顿,简称牛(N)。工程实际中力的常用单位是千牛顿,简称千牛(kN), $1\text{kN}=1000\text{N}$ 。

(2) **力的方向**包括力的方位和指向两层含义,应理解为静止的自由质点受此力作用后所产生的运动方向。例如,重力的方向是竖直向下的。

(3) **力的作用点**是力的作用区域的抽象化,实际上物体间相互作用的区域不是一个点而是具有一定面积或体积的区域,当作用面积或体积很小时可抽象化为一个点。作用于一点的力,称为集中力。

力的分量是指已知力在某一坐标轴上的投影,是标量。也即将力投影到某一坐标轴上,这个投影的大小就是力在这个坐标轴上的分量。

2. 力对点之矩的概念及大小、合力矩定理

从实践中知道:力除了能使物体移动外,还能使物体转动。例如,用扳手拧紧螺母时,加力可使扳手绕螺母中心转动。其他如杠杆、滑轮等简单机械,也是加力可使它产生转动效应的实例。力使物体产生转动效应与哪些因素有关呢? 现以图 2.1 所示的扳手拧螺帽为例,手加在扳手上的力 F ,使扳手带动螺帽绕中心 O 转动。力越大,转动越快;力的作用线离转动中心越远,转动也越快;如果力的作用线与力的作用点到转动中心 O 点的连线不垂直,则转动的效果就差;当力的作用线通过转动中心 O 时,无论力 F 多大也不能扳动螺帽,只有当力的作用线垂直于转动中心与力的作用点的连线时,转动效果才最好。另外,当力的大小和作用线不变而指向相反时,将使物体向相反的方向转动。在建筑工地上使用撬杠抬起重物,使用滑轮组起吊重物等都是实际的例子。通过大量的实践总结出以下的规律:力使物体绕某点转动的效果,与力的大小 F 成正比,与转动中心到力的作用线的垂直距离 d 也成正比。这个垂直距离称为**力臂**,转动中心称为**力矩中心**(简称矩心)。力的大小与力臂的乘积称为力 F 对点 O 的矩,简称**力矩**,记为 $F \cdot d$ 。其计算公式可写为

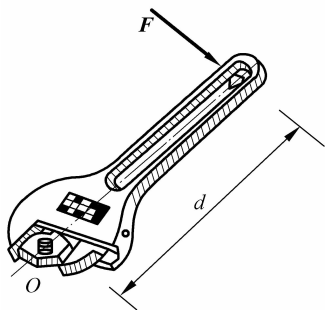


图 2.1

$$M_O(\mathbf{F}) = \pm F \cdot d \quad (2-1)$$

式中的正负号表示力矩的转向。在平面内规定:力使物体绕矩心作逆时针方向转动时,力矩为正;力使物体作顺时针方向转动时,力矩为负。因此,力矩是个代数量,单位是 $\text{N} \cdot \text{m}$ 。

由力矩的定义可以得知：

(1) 力的大小为零,则力矩为零；

(2) 当力臂为零时,力矩为零；

(3) 力沿其作用线移动时,因为力的大小、方向和力臂均没有改变,所以,力矩不变。

例 2.1 已知力 F ,作用点为 $A(x,y)$,与 x 轴夹角为 α , OA 与 x 轴夹角为 θ ,如图 2.2 所示。试求力 F 对 O 点的力矩。

解：由力矩的定义有

$$M_O(F) = F \cdot d = Fr \sin(\alpha - \theta) = F \sin \alpha \cdot r \cos \theta - F \cos \alpha \cdot r \sin \theta$$

即

$$M_O(F) = xF_y - yF_x \quad (2-2)$$

式中, x, y 为力作用点的坐标; F_x, F_y 分别为 F 在 x, y 轴的投影。式(2-2)为平面内 F 对点之矩的解析表达式。

由式(2-2)可见,力 F 对 O 点的矩等于两个分力 F_x, F_y 对 O 点之矩的代数和,这就是合力矩定理。即

$$M_O(F_R) = \sum M_O(F_i) \quad (2-3)$$

式(2-3)适用于任何有合力存在的力系。

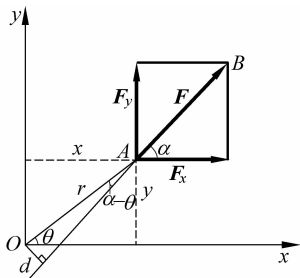


图 2.2

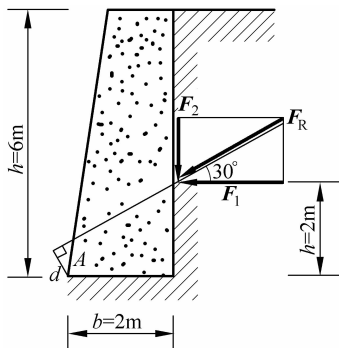


图 2.3

例 2.2 图 2.3 所示每米长挡土墙所受土压力的合力为 F_R ,它的大小 $F_R=200\text{kN}$,方向如图 2.3 所示,求土压力 F_R 使墙倾覆的力矩。

解：土压力 F_R 可使挡土墙绕 A 点倾覆,求 F_R 使墙倾覆的力矩,就是求它对 A 点的力矩。由于 F_R 的力臂求解较麻烦,但如果将 F_R 分解为两个分力 F_1 和 F_2 ,则两分力的力臂是已知的。为此,根据合力矩定理,合力 F_R 对 A 点之矩等于 F_1, F_2 对 A 点之矩的代数和。则

$$\begin{aligned}
 M_A(\mathbf{F}_R) &= M_A(\mathbf{F}_1) + M_A(\mathbf{F}_2) = F_1 \cdot \frac{h}{3} - F_2 \cdot b \\
 &= 200 \cos 30^\circ \times 2 - 200 \sin 30^\circ \times 2 \\
 &= 146.41 \text{ kN} \cdot \text{m}
 \end{aligned}$$

3. 平面力偶的概念、力偶矩的概念、力偶的作用效应、力偶的性质

在生产实践和日常生活中,经常遇到大小相等、方向相反、作用线不重合的两个平行力所组成的力系。这种力系只能使物体产生转动效应而不能使物体产生移动效应。例如,司机用双手操纵方向盘(图 2.4(a)),钳工用丝锥攻螺纹(图 2.4(b)),以及用拇指和食指开关自来水龙头或拧钢笔套等。这种大小相等、方向相反、作用线不重合的两个平行力称为力偶,用符号 $(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$ 表示。力偶的两个力的作用线间的垂直距离 d 称为力偶臂,力偶的两个力所构成的平面称为力偶作用面。

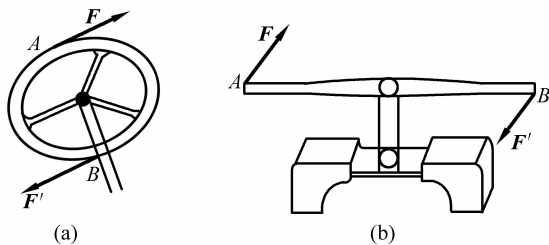


图 2.4

实践证明,力偶对物体不产生移动效应,只产生转动效应,那么,如何度量力偶对物体的转动效应呢?为此,引入力偶矩的概念。力偶的力 F 越大,或力偶臂 d 越大,则力偶使物体的转动效应就越强,反之就越弱。因此,与力矩类似,用 F 与 d 的乘积来度量力偶对物体的转动效应,并把这一乘积冠以适当的正负号,我们称之为力偶矩,用 M 来表示,即

$$M = \pm F \cdot d \quad (2-4)$$

式中的正负号表示力偶的转动方向。一般规定,使物体产生逆时针方向转动的力偶矩取正号,使物体产生顺时针方向转动的力偶矩取负号。在平面力系中力偶矩是代数量,其单位与力矩的单位相同。

力偶不同于力,根据力偶的定义,它具有一些特殊的性质。

(1) 力偶没有合力,不能用一个力来代替。

由于力偶中的两个力大小相等、方向相反、作用线平行,如果求它们在

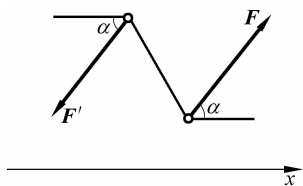


图 2.5

任意轴 x 上的投影,如图 2.5 所示。设力与轴 x 的夹角为 α ,由图可得

$$\sum F_x = F \cos \alpha - F' \cos \alpha = 0 \quad (2-5)$$

这说明,力偶在任一轴上的投影都等于零。

既然力偶在轴上的投影为零,所以力偶对物体只能产生转动效应。然而在一般情况下,一个力对物体可产生移动和转动两种效应。

力偶和力对物体的作用效应不同,这说明:力偶不能用一个力来代替,即力偶不能简化为一个力,因而力偶也不能与一个力平衡,力偶只能与力偶平衡。

(2) 力偶对其作用面内任一点之矩都等于力偶矩,与矩心位置无关。

力偶的作用是使物体产生转动效应,所以力偶对物体的转动效应可以用力偶的两个力对其作用面某一点的力矩的代数和来度量。图 2.6 所示的力偶 (F, F') ,力偶臂为 d ,逆时针转向,其力偶矩为 $M = F \cdot d$,在该力偶作用面内任选一点 O 为矩心,设矩心与 F' 的垂直距离为 x 。显然,力偶对 O 点的力矩为

$$M_O(F, F') = F(d + x) - F' \cdot x = F \cdot d = M \quad (2-6)$$

此值就等于力偶矩。这说明力偶对其作用面内任意一点的力矩恒等于力偶矩,而与矩心的位置无关。

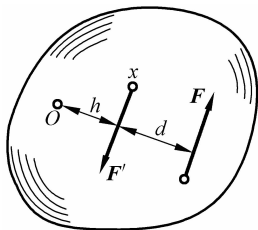


图 2.6

(3) 同一平面内的两个力偶,如果它们的力偶矩大小相等、转向相同,则这两个力偶等效,称为力偶的等效性。

从以上性质还可得出以下两个推论:

推论 1 力偶可在其作用面内任意移动和转动,而不改变它对物体的转动效应,即力偶对物体的转动效应与它在作用面内的位置无关。

如图 2.4(a)中所示的作用在方向盘上的两个力偶 (F_1, F'_1) 与 (F_2, F'_2) ,只要它们的力偶矩大小相等,转向相同,作用位置虽不同,但转动效应是相同的。

推论 2 只要保持力偶矩的大小不变、方向不变,可以相应地改变组成力偶的力的大小和力偶臂的长短,而不改变它对物体的转动效应。

如图 2.4(b)所示,在攻螺纹时,作用在纹杆上的力偶 (F_1, F'_1) 或 (F_2, F'_2) 的