

第3章 电力系统的潮流计算

内容提要：首先在介绍潮流计算、电压降落和功率损耗等基本概念的基础上，详细讲解了各种情况下开式电力网的潮流计算，接着以两端供电网络和简单环形供电网络为例，讲解了简单闭式电力网的潮流计算，最后介绍了节点导纳矩阵、统一潮流方程等复杂电力系统潮流计算的基本概念，牛顿-拉夫逊法潮流计算，PQ分解法潮流计算，以及潮流计算在实际电力系统中的应用。

基本概念：潮流计算，电压降落，功率损耗，电压损耗，电压偏移，输电效率；自然功率，循环功率，有功分点，无功分点；节点导纳矩阵，自导纳，互导纳；统一潮流方程，节点分类。

重点：

- (1) 开式电力网的潮流计算；
- (2) 两端供电网络的潮流计算；
- (3) 简单环形网络的潮流计算；
- (4) 节点导纳矩阵及其修正。

难点：含变压器的多电压等级开式电力网的潮流计算。

电力系统分析和计算的基础主要包括三大基本计算，分别是潮流计算、短路计算和暂态稳定计算。其中，潮流计算(Power Flow Analysis)的计算结果为短路计算和暂态稳定计算提供系统初始运行状态，因此潮流计算又是电力系统分析中最基本的计算。它的任务是对给定的系统运行条件确定系统的运行状态。系统运行条件是指发电机组发出的有功功率和无功功率(或机端电压)、负荷的有功功率和无功功率等。运行状态是指系统中所有母线(或称节点)电压的幅值和相位，所有线路的功率分布和功率损耗等。

本章介绍开式电力网潮流计算和简单闭式电力网潮流计算的基本方法和计算步骤，介绍节点导纳矩阵、统一潮流方程等复杂电力系统潮流计算的一些基本概念，介绍牛顿-拉夫逊法潮流计算，PQ分解法潮流计算，讨论潮流计算在电力系统中的应用。

3.1 开式电力网的潮流计算

3.1.1 网络元件的电压降落和功率损耗

1. 网络元件的电压降落

设网络元件的一相等值电路如图 3-1 所示，其中 R 和 X 分别为一相的电阻和等值电抗， B 为对地电纳， V 和 I 表示相电压和相电流。

1) 电压降落

网络元件的电压降落(Voltage Drop)是指元件首末端两点电压的相量差，由等值电路

图 3-1 可知

$$\dot{V}_1 - \dot{V}_2 = (R + jX)\dot{I} \quad (3-1)$$

若以末端电压相量 $\dot{V}_2$ 为参考轴,令 $\dot{V}_2 = V_2 \angle 0^\circ$, i 和 $\cos\varphi_2$ 已知,可作出相量图如图 3-2(a)所示。图中 $\overline{AB}$ 就是电压降落相量 $(R + jX)\dot{I}$ 。把电压降落相量分解为与

电压相量 $\dot{V}_2$ 同方向和相垂直的两个分量 $\overline{AD}$ 和 $\overline{DB}$,记这两个分量的绝对值为 $\Delta V_2 = \overline{AD}$ 和 $\delta V_2 = \overline{DB}$,由图可以写出

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_2 &= RI \cos\varphi_2 + XI \sin\varphi_2 \\ \delta V_2 &= XI \cos\varphi_2 - RI \sin\varphi_2 \end{aligned} \right\} \quad (3-2)$$

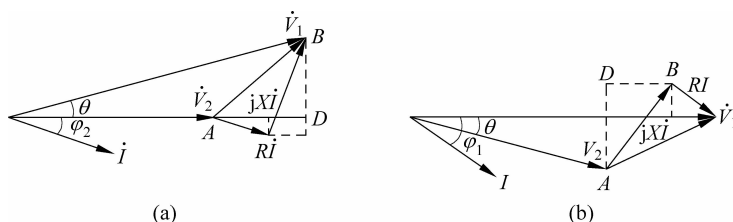


图 3-2 电压降落的相量图

于是,网络元件的电压降落可以表示为

$$\dot{V}_1 - \dot{V}_2 = (R + jX)\dot{I} = \Delta\dot{V}_2 + \delta\dot{V}_2 \quad (3-3)$$

式中, $\Delta\dot{V}_2$ 和 $\delta\dot{V}_2$ 分别称为电压降落的纵分量和横分量。

在电力系统分析中,习惯用功率进行计算。与电压 $\dot{V}_2$ 和电流 $\dot{I}$ 相对应的一相功率为

$$S'' = \dot{V}_2 I^* = P'' + jQ'' = V_2 I \cos\varphi_2 + jV_2 I \sin\varphi_2 \quad (3-4)$$

用功率代替电流,要将式(3-2)改写为

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_2 &= \frac{P''R + Q''X}{V_2} \\ \delta V_2 &= \frac{P''X - Q''R}{V_2} \end{aligned} \right\} \quad (3-5)$$

则元件首端的相电压为

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 + \Delta\dot{V}_2 + \delta\dot{V}_2 = \dot{V}_2 + \frac{P''R + Q''X}{V_2} + j\frac{P''X - Q''R}{V_2} = V_1 \angle \theta \quad (3-6)$$

$$V_1 = \sqrt{(V_2 + \Delta V_2)^2 + (\delta V_2)^2} \quad (3-7)$$

$$\theta = \arctan \frac{\delta V_2}{V_2 + \Delta V_2} \quad (3-8)$$

式中, θ 为元件首末端电压相量的相位差。

若以首端电压相量 $\dot{V}_1$ 作为参考轴,令 $\dot{V}_1 = V_1 \angle 0^\circ$,且已知电流 $\dot{I}$ 和 $\cos\varphi_1$ 时,也可以把电压降落相量分解为与 $\dot{V}_1$ 同方向的 $\overline{DB}$ 和相垂直的 $\overline{AD}$ 这两个分量,如图 3-2(b)所示,于是

$$\dot{V}_1 - \dot{V}_2 = (R + jX)\dot{I} = \Delta\dot{V}_1 + \delta\dot{V}_1 \quad (3-9)$$

如果再用一相功率表示电流,即

$$S' = \dot{V}_1 I^* = P' + jQ' = V_1 I \cos \varphi_1 + j V_1 I \sin \varphi_1$$

得

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_1 &= \frac{P'R + Q'X}{V_1} \\ \delta V_1 &= \frac{P'X - Q'R}{V_1} \end{aligned} \right\} \quad (3-10)$$

则元件末端的相电压为

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 - \Delta \dot{V}_1 - \delta \dot{V}_1 = \dot{V}_1 - \frac{P'R + Q'X}{V_1} - j \frac{P'X - Q'R}{V_1} = V_2 \angle -\theta \quad (3-11)$$

$$V_2 = \sqrt{(V_1 - \Delta V_1)^2 + (\delta V_1)^2} \quad (3-12)$$

$$\theta = \arctan \frac{\delta V_1}{V_1 - \Delta V_1} \quad (3-13)$$

图 3-3 给出了电压降落相量的两种不同的分解。由图 3-3 可见, $\Delta V_1 \neq \Delta V_2$, $\delta V_1 \neq \delta V_2$ 。必须注意,在使用式(3-5)和式(3-10)计算电压降落的纵、横分量时,必须使用同一点的功率和电压。

上述公式都是按电流落后于电压(即功率因数角 φ 为正)的情况下导出的。如果电流超前于电压,则 φ 应有负值,在以上公式中的无功功率 Q 也应改变符号。顺便说明:在本书的所有公式中, Q 代表感性无功功率时,其数值为正;代表容性无功功率时,其数值为负。

2) 电压损耗

通常,我们把两点间电压幅值之差称为电压损耗(Voltage Loss),用 ΔV 表示,它是一个标量。如图 3-4 所示为电压损耗示意图,由图 3-4 可见

$$\Delta V = V_1 - V_2 = \overline{AG}$$

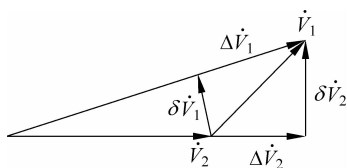


图 3-3 电压降落的两种分解方法

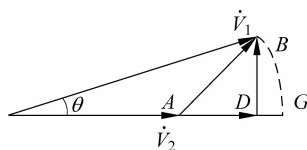


图 3-4 电压损耗示意图

当两点电压之间的相角差 θ 不大时, $\overline{AG}$ 和 $\overline{AD}$ 的长度相差不大,可近似地认为电压损耗等于电压降落的纵分量。

电压损耗可以用 kV 表示,也可以用该元件额定电压的百分数表示。在工程实际中,常需要计算从电源点到某负荷点的总电压损耗。显然,总电压损耗等于从电源点到该负荷点所经各串联元件电压损耗的代数和。

3) 电压偏移

由于传送功率时在网络元件上要产生电压损耗,同一电压等级电力网中各点的电压是不相等的。为了衡量电压质量,必须知道网络中某些节点的电压偏移。所谓电压偏移(Voltage Deviation),是指网络中某点的实际电压同网络该处的额定电压之差,可以用 kV 表示,也可以用额定电压的百分数表示。若某点的实际电压为 V ,该处的额定电压为 V_N ,则

用百分数表示的电压偏移为

$$\text{电压偏移} = \frac{V - V_N}{V_N} \times 100\% \quad (3-14)$$

电力网实际电压的高低对用户的用电设备是有影响的,而电压的相位则对用户没有什么影响。在讨论电力网的电压水平时,电压损耗和电压偏移是两个常用的概念。

4) 电压降落公式的分析

从电压降落的公式可见,不论从元件的哪一端计算,电压降落的纵、横分量计算公式的结构都是一样的,元件两端的电压幅值差主要由电压降落的纵分量决定,电压的相角差则由横分量决定。在高压输电线路中,电抗要远远大于电阻,即 $X \gg R$,作为极端的情况,令 $R = 0$,使得

$$\Delta V = QX/V, \quad \delta V = PX/V \quad (3-15)$$

上式说明,在纯电抗元件中,电压降落的纵分量是因传送无功功率而产生的,而电压降落的横分量则是因传送有功功率产生的。换句话说,元件两端存在电压幅值差是传送无功功率的条件,存在电压相角差则是传送有功功率的条件。感性无功功率将从电压较高的一端流向电压较低的一端,有功功率则从电压相位超前的一端流向电压相位落后的一端,这是交流电网中关于功率传送的重要概念。实际的网络元件都存在电阻,电流的有功分量流过电阻将会增加电压降落的纵分量,电流的感性无功分量通过电阻则将使电压降落的横分量有所减少。

2. 网络元件的功率损耗

1) 功率损耗

网络元件的功率损耗(Power Loss)包括电流通过元件的电阻和等值电抗时产生的功率损耗和电压施加于元件的对地等值导纳时产生的损耗。

网络元件主要指输电线路和变压器,其等值电路如图 3-5 所示。电流在线路的电阻和电抗上产生的功率损耗为

$$\Delta S_L = \Delta P_L + j\Delta Q_L = I^2(R + jX) = \frac{P'^2 + Q'^2}{V_2^2}(R + jX) \quad (3-16)$$

或

$$\Delta S_L = \frac{P'^2 + Q'^2}{V_1^2}(R + jX) \quad (3-17)$$

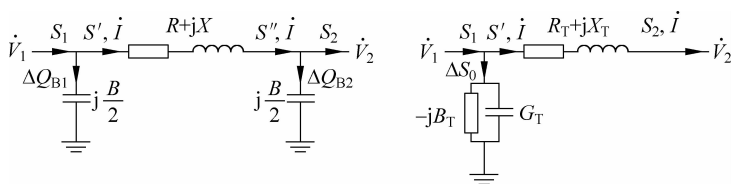


图 3-5 输电线路和变压器的等值电路

在外加电压作用下,线路电容将产生无功功率 ΔQ_B 。作为无功功率损耗, ΔQ_L 取正号, ΔQ_B 则应取负号。

$$\Delta Q_{B1} = -\frac{1}{2}BV_1^2, \quad \Delta Q_{B2} = -\frac{1}{2}BV_2^2 \quad (3-18)$$

变压器绕组电阻和电抗产生的功率损耗,其计算公式与线路的相似,在此不再列出。变压器的励磁损耗可由等值电路中励磁支路的导纳确定

$$\Delta S_0 = (G_T + jB_T)V^2 \quad (3-19)$$

实际计算中,变压器的励磁损耗可直接利用空载试验的数据确定,而且一般也不考虑电压变化对它的影响。故

$$\Delta S_0 = \Delta P_0 + j\Delta Q_0 = \Delta P_0 + j \frac{I_0 \%}{100} S_N \quad (3-20)$$

式中, ΔP_0 为变压器的空载损耗; $I_0 \%$ 为空载电流百分比; S_N 为变压器的额定容量。

对于 35kV 以下的电力网,在简化计算中常略去变压器的励磁功率。

2) 输电效率

在图 3-5 中,计算出线路电阻和电抗上的功率损耗之后,就可以得到线路首端(或末端)的功率。线路首端的输入功率为

$$S_1 = S' + j\Delta Q_{B1} \quad (3-21)$$

末端的输出功率为

$$S_2 = S'' - j\Delta Q_{B2} \quad (3-22)$$

所谓输电效率(Transmission Efficiency),是指线路末端输出的有功功率 P_2 与线路首端输入的有功功率 P_1 之比,即

$$\text{输电效率} = \frac{P_2}{P_1} \times 100 \% \quad (3-23)$$

要说明的是,本节所有的公式都是从单相电路导出的,各式中的电压和功率应为相电压和单相功率。在电力网的实际计算中,习惯采用线电压和三相功率,以上导出的公式仍然适用。各公式中有关参数的单位如下:电阻为 Ω ,导纳为 S,电压为 kV,功率为 MVA。

3.1.2 已知末端电压和末端功率的开式网潮流计算

在如图 3-1 所示的简单电力系统中,已知末端电压 V_2 和末端功率 S_2 ,要求线路首端电压 V_1 和线路首端功率 S_1 ,以及线路上的功率损耗 ΔS 。线路上的电压降落的相量图如图 3-2(a) 所示。根据 3.1.1 节对电压降落的分析可知,电压降落的纵分量和横分量分别为

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_2 &= \frac{P''R + Q''X}{V_2} \\ \delta V_2 &= \frac{P''X - Q''R}{V_2} \end{aligned} \right\} \quad (3-24)$$

因此,线路首端电压的幅值和相位为

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 + \Delta \dot{V}_2 + \delta \dot{V}_2 = \dot{V}_2 + \frac{P''R + Q''X}{V_2} + j \frac{P''X - Q''R}{V_2} = V_1 \angle \theta \quad (3-25)$$

$$V_1 = \sqrt{(V_2 + \Delta V_2)^2 + (\delta V_2)^2} \quad (3-26)$$

$$\theta = \arctan \frac{\delta V_2}{V_2 + \Delta V_2} \quad (3-27)$$

根据 3.1.1 节对功率损耗的分析可知,线路上的功率损耗和线路首端的输入功率为

$$S'' = S_2 + j\Delta Q_{B2} \quad (3-28)$$

$$\Delta S_L = \frac{P''^2 + Q''^2}{V_2^2} (R + jX) \quad (3-29)$$

$$S' = S'' + \Delta S_L \quad (3-30)$$

$$S_1 = S' + j\Delta Q_{B1} \quad (3-31)$$

最后,根据式(3-14)和式(3-23)可以计算首末端的电压偏移和线路的输电效率。

3.1.3 已知首端电压和首端功率的开式网潮流计算

在如图 3-1 所示的简单电力系统中,已知线路首端电压 V_1 和首端的输入功率 S_1 ,要求线路末端电压 V_2 和线路末端的输出功率 S_2 ,以及线路上的功率损耗 ΔS 。线路上的电压降落的相量图如图 3-2(b)所示。根据 3.1.1 节对电压降落的分析可知,电压降落的纵分量和横分量分别为

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_1 &= \frac{P'R + Q'X}{V_1} \\ \delta V_1 &= \frac{P'X - Q'R}{V_1} \end{aligned} \right\} \quad (3-32)$$

因此,线路末端电压的幅值和相位为

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 - \Delta \dot{V}_1 - \delta \dot{V}_1 = \dot{V}_1 - \frac{P'R + Q'X}{V_1} - j \frac{P'X - Q'R}{V_1} = V_2 \angle -\theta \quad (3-33)$$

$$V_2 = \sqrt{(V_1 - \Delta V_1)^2 + (\delta V_1)^2} \quad (3-34)$$

$$\theta = \arctan \frac{\delta V_1}{V_1 - \Delta V_1} \quad (3-35)$$

根据 3.1.2 节对功率损耗的分析可知,线路上的功率损耗和线路末端的输出功率为

$$S' = S_1 - j\Delta Q_{B1} \quad (3-36)$$

$$\Delta S_L = \frac{P'^2 + Q'^2}{V_1^2} (R + jX) \quad (3-37)$$

$$S'' = S' - \Delta S_L \quad (3-38)$$

$$S_2 = S'' - j\Delta Q_{B1} \quad (3-39)$$

最后,根据式(3-14)和式(3-23)可以计算首末端的电压偏移和线路的输电效率。

3.1.4 已知首端电压和末端功率的开式网潮流计算

由以上的分析可知,要计算线路上的电压降落和功率损耗,必须已知线路同侧(首端或者末端)的电压和线路功率。而在实际的电力系统中,通常是已知首端电压和末端功率。在小型地方性电网中,发电机组经输电线直接带若干负荷,或者是系统中的电压中枢点经辐射状网络直接带负荷,由于发电机组端电压可控,中枢点电压可调,而负荷都是已知的,因此都属于这种情况。在如图 3-6(a)所示的电力系统中,供电点 A 经输电线向负荷节点 B、C 和 D 供电,供电点 A 的电压和各负荷节点的功率均已知。其等值电路见图 3-6(b)、(c)。

求解已知首端电压和末端功率潮流计算问题的思路是,将该问题转化成已知同侧电压和功率的潮流计算问题。从 1.1.2 节可知,当电力系统处于正常稳定运行状态时,各节点电压允许的变化范围一般为额定电压的 $\pm 5\%$ 以内。因此可以先假设所有未知的节点电压均为额定电压,首先从线路末端开始,按照已知末端电压和末端功率潮流计算的方法,逆着功率传输的方向逐段向前计算功率损耗和功率分布,直至线路首端。然后利用已知的首端电压和计算得到的首端功率,从线路首端开始,按照已知首端电压和首端功率的潮流计算方

法,顺着功率传输的方向逐段向后计算,得到各节点的电压。为了提高精度,可以反复进行几次计算,直到达到满意的精度为止。这就是所谓开式配电网潮流计算的“前推回代法”。

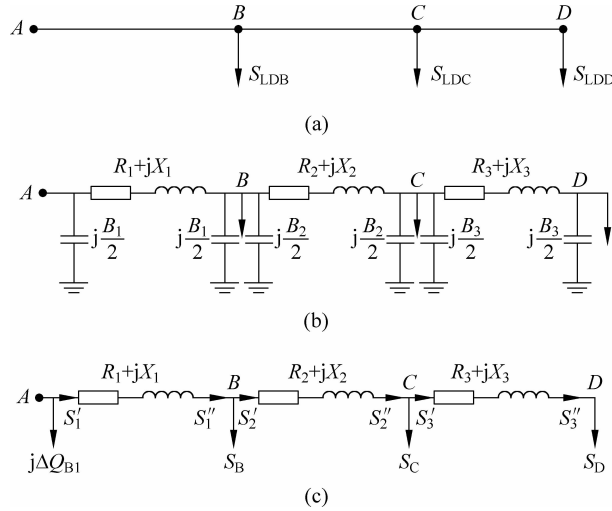


图 3-6 开式电力系统及其等值电路

在进行电压和功率计算以前,先要对网络的等值电路(见图 3-6(b))作些简化处理,具体的做法是,将输电线等值电路中的电纳支路都分别用额定电压 V_N 下的充电功率代替,这样,在每段线路的首端和末端节点上都分别加上该段线路充电功率的一半。即

$$\Delta B_{Bi} = -\frac{1}{2}B_i V_N^2 \quad (i = 1, 2, 3)$$

为简化起见,再将这些充电功率分别与相应节点的负荷功率合并,得

$$S_B = S_{LDB} + j\Delta Q_{B1} + j\Delta Q_{B2} + P_{LDB} + j\left[Q_{LDB} - \frac{1}{2}(B_1 + B_2)V_N^2\right] = P_B + jQ_B$$

$$S_C = S_{LDC} + j\Delta Q_{B2} + j\Delta Q_{B3} + P_{LDC} + j\left[Q_{LDC} - \frac{1}{2}(B_2 + B_3)V_N^2\right] = P_C + jQ_C$$

$$S_D = S_{LDD} + j\Delta Q_{B3} = P_{LDD} + j\left(Q_{LDD} - \frac{1}{2}B_3 V_N^2\right) = P_D + jQ_D$$

称 S_B 、 S_C 和 S_D 为电力网的运算负荷。这样,我们就把原网络简化成由 3 个阻抗元件串联,而在 4 个节点(包括供电点)接有集中负荷的等值网络(见图 3-6(c))。针对这样的等值网络,按以下两个步骤进行电压和潮流的计算。

第一步,假设各节点电压均为线路额定电压,从离电源点最远的节点 D 开始,逆着功率传输的方向依次算出各段线路阻抗中的功率损耗和功率分布。对于第三段线路

$$S''_3 = S_D, \quad \Delta S_{L3} = \frac{P''_3{}^2 + Q''_3{}^2}{V_N^2}(R_3 + jX_3), \quad S'_3 = S''_3 + \Delta S_{L3}$$

对于第二段线路

$$S''_2 = S_C + S'_3, \quad \Delta S_{L2} = \frac{P''_2{}^2 + Q''_2{}^2}{V_N^2}(R_2 + jX_2), \quad S'_2 = S''_2 + \Delta S_{L2}$$

同样可以算出第一段线路的功率 S'_1 。

第二步,利用第一步求得的功率 S'_1 和给定的首端电压 V_A ,从电源点开始,顺着功率传

输的方向,依次计算各段的电压降落,求得各节点电压。先计算 V_B

$$\Delta V_{AB} = \frac{P'_1 R_1 + Q'_1 X_1}{V_A}, \quad \delta V_{AB} = \frac{P'_1 X_1 - Q'_1 R_1}{V_A}$$

$$V_B = \sqrt{(V_A - \Delta V_{AB})^2 + (\delta V_{AB})^2}$$

接着用 V_B 和 S'_2 计算 V_C , 最后用 V_C 和 S'_3 计算 V_D 。

通过以上两个步骤便完成了第一轮的计算,为了提高精度,可以重复以上的步骤,在重复计算中应注意计算功率损耗时可以利用上一轮第二步所求得的节点电压。

上述计算方法也适用于由一个供电点通过辐射状网络向任意多个负荷节点供电的情况。辐射状网络也称树状网络,或简称树,如图 3-7 所示。供电点即是树的根节点,树中不存在任何闭合回路,功率的传输方向是完全确定的,任一条支路都有确定的始节点和终节点。除了根节点外,树中的节点可分为叶节点和非叶节点。叶节点只与一条支路连接,且为该

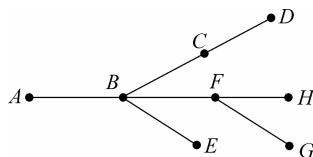


图 3-7 辐射状网络

支路的终节点。非叶节点与两条或两条以上的支路连接,它既是一条支路的终节点,又是另一条或多条支路的始节点。对于如图 3-7 所示的辐射状网络, A 是供电点,节点 B 、 C 和 F 为非叶节点,节点 D 、 H 、 G 和 E 为叶节点。

对前述的计算步骤总结如下: 第一步,从叶节点连接的支路开始,该支路的末端功率即为叶节点功率,利用这个功率和对应的节点电压计算支路的功率损耗,求得支路的首端功率。当以某节点为始节点各支路都计算完毕后,便想象将这些支路都拆去,使该节点成为新的叶节点。其节点功率等于原有的该节点负荷功率与以该节点为始节点各支路首端功率之和。继续这样的计算,直到全部支路计算完毕,得到供电点功率。第二步,利用第一步得到的首端功率和已知的首端电压,从供电点开始逐条支路进行计算,求得各支路终节点的电压。对于规模不大的网络,可手工计算,精度要求不高时,作一轮计算即可。若已给定容许误差为 ϵ ,则以

$$\max\{|V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)}|\} \leq \epsilon$$

作为计算收敛的判据。

对于规模较大的网络,最好应用计算机进行计算。在迭代计算开始之前,先要处理好支路的计算顺序问题。以下介绍两种确定支路计算顺序的方法。

第一种方法是,按与叶节点连接的支路排序,并将已排序的支路拆除,在此过程中将不断出现新的叶节点,而与其连接的支路又被加入排序队列。这样就可以全部排列好从叶节点向供电点计算功率损耗的支路顺序。其逆序就是进行电压计算的支路顺序。

第二种方法是逐条追加支路。首先从根节点(供电点)开始接出第一条支路,引出一个新节点,以后每次追加的支路都必须从已出现的节点接出,遵循这个原则逐条追加支路,直到全部支路追加完毕为止。所得到的支路顺序即是进行电压计算的支路顺序,其逆序便是功率损耗计算的支路顺序。显而易见,可行的排序方案不止一种。无论采取哪一种支路排序方法,其程序实现都不困难。按上述方法进行开式电力系统的潮流计算,不需要形成节点导纳矩阵,不必求解高阶方程组,计算公式简单,收敛迅速,十分实用。

【例 3-1】 在图 3-8(a)中,额定电压为 110kV 的双回输电线,长度为 80km,采用 LGJ-150 导线,其参数为 $r_0 = 0.21\Omega/\text{km}$ 、 $x_0 = 0.416\Omega/\text{km}$ 、 $b_0 = 2.74 \times 10^{-6} \text{ S/km}$ 。变电所中装

有两台三相 110/11kV 的变压器, 每台容量为 15MVA, 其参数为: $\Delta P_0 = 40.5\text{kW}$, $\Delta P_s = 128\text{kW}$, $V_s\% = 10.5$, $I_0\% = 3.5$ 。母线 A 的实际运行电压为 117kV, 负荷功率为 $S_{LDB} = 30 + j12\text{MVA}$, $S_{LDC} = 20 + j15\text{MVA}$ 。当变压器取主抽头时, 求母线 C 的电压。

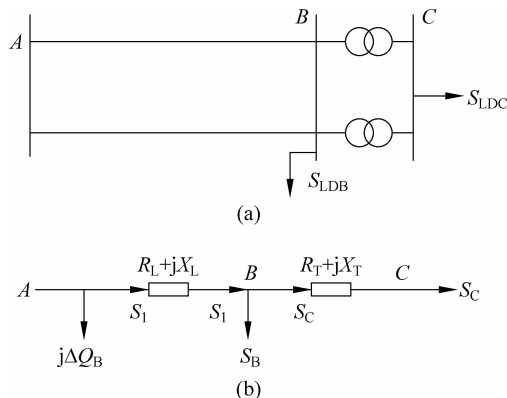


图 3-8 例 3-1 的电力系统和等值电路

解:

(1) 计算参数, 作等值电路。

输电线路的等值电阻、电抗和电纳分别为

$$R_L = \frac{1}{2} \times 80 \times 0.21 = 8.4(\Omega)$$

$$X_L = \frac{1}{2} \times 80 \times 0.416 = 16.6(\Omega)$$

$$B_C = 2 \times 80 \times 2.74 \times 10^{-6} = 4.38 \times 10^{-4}(\text{S})$$

由于线路电压未知, 可用线路额定电压计算线路产生的充电功率, 并将其等分成两部分, 得

$$\Delta Q_B = -\frac{1}{2} \times 4.38 \times 10^{-4} \times 110^2 = -2.65(\text{Mvar})$$

将 ΔQ_B 分别接于节点 A 和 B, 作为节点负荷的一部分。

两台变压器并联运行, 它们的组合电阻、电抗及励磁功率分别为

$$R_T = \frac{1}{2} \times \frac{\Delta P_s V_N^2}{S_N^2} \times 10^3 = \frac{1}{2} \times \frac{128 \times 110^2}{15\,000^2} \times 10^3 = 3.4(\Omega)$$

$$X_T = \frac{1}{2} \times \frac{V_s\% V_N^2}{S_N} \times 10 = \frac{1}{2} \times \frac{10.5 \times 110^2}{15\,000} \times 10 = 42.4(\Omega)$$

$$\Delta P_0 + j\Delta Q_0 = 2 \left(0.0405 + j \frac{3.5 \times 15}{100} \right) = 0.08 + j1.05(\text{MVA})$$

变压器的励磁功率也作为接于节点 B 的一种负荷, 于是节点 B 的总负荷为

$$S_B = 30 + j12 + 0.08 + j1.05 - j2.65 = 30.08 + j10.4(\text{MVA})$$

节点 C 的功率即是负荷功率 $S_C = (20 + j15)\text{MVA}$ 。得到如图 3-8(b) 所示的等值电路。

(2) 先按电力网额定电压, 逆着功率传输的方向计算功率损耗和首端功率。

变压器的功率损耗为

$$\Delta S_T = \frac{20^2 + 15^2}{110^2} \times (3.4 + j42.4) = 0.18 + j2.19(\text{MVA})$$

由等值电路可知

$$S'_C = S_C + \Delta S_T = 20 + j15 + 0.18 + j2.19 = 20.18 + j17.19(\text{MVA})$$

$$S''_1 = S'_C + S_B = 20.18 + j17.19 + 30.08 + j10.4 = 50.26 + j27.59(\text{MVA})$$

线路中的功率损耗为

$$\Delta S_L = \frac{50.26^2 + 27.59^2}{110^2} \times (8.4 + j16.6) = 2.28 + j4.51(\text{MVA})$$

于是可得

$$S'_1 = S''_1 + \Delta S_L = 50.26 + j27.59 + 2.28 + j4.51 = 52.54 + j32.1(\text{MVA})$$

母线 A 输出的功率为

$$S_A = S'_1 + j\Delta Q_B = 52.54 + j32.1 - j2.65 = 52.54 + j29.45(\text{MVA})$$

(3) 利用计算得到的首端功率和已知的首端电压, 顺着功率传输的方向, 计算各节点电压。

线路中电压降落的纵、横分量分别为

$$\Delta V_L = \frac{P'_1 R_L + Q'_1 X_L}{V_A} = \frac{52.54 \times 8.4 + 32.1 \times 16.6}{117} = 8.3(\text{kV})$$

$$\delta V_L = \frac{P'_1 X_L - Q'_1 R_L}{V_A} = \frac{52.54 \times 16.6 - 32.1 \times 8.4}{117} = 5.2(\text{kV})$$

可得 B 点的电压为

$$V_B = \sqrt{(V_A - \Delta V_L)^2 + (\delta V_L)^2} = \sqrt{(117 - 8.3)^2 + 5.2^2} = 108.8(\text{kV})$$

变压器中电压降落的纵、横分量分别为

$$\Delta V_T = \frac{P'_C R_T + Q'_C X_T}{V_B} = \frac{20.18 \times 3.4 + 17.19 \times 42.4}{108.8} = 7.3(\text{kV})$$

$$\delta V_T = \frac{P'_C X_T - Q'_C R_T}{V_B} = \frac{20.18 \times 42.4 - 17.19 \times 3.4}{108.8} = 7.3(\text{kV})$$

归算到高压侧的 C 点电压为

$$V_C = \sqrt{(V_B - \Delta V_T)^2 + (\delta V_T)^2} = \sqrt{(108.8 - 7.3)^2 + 7.3^2} = 101.7(\text{kV})$$

变压器低压侧母线 C 的实际电压为

$$V_C = V'_C \times \frac{11}{110} = 101.7 \times \frac{11}{110} = 10.17(\text{kV})$$

如果在上述计算中忽略电压降落的横分量, 所得的结果为

$$V_B = 108.7\text{kV}, \quad V'_C = 101.7\text{kV}, \quad V_C = 10.17\text{kV}$$

同计及电压降落横分量的计算结果相比较, 误差不到 0.3%。可见, 在精度要求不高的场合, 可以忽略电压降落的横分量。

3.2 简单闭式电力网的潮流计算

简单闭式网络通常是指两端供电网络和简单环形网络。本节将分别介绍这两种网络中功率分布和电压降落的计算原理和方法。

3.2.1 两端供电网络的潮流计算

在如图 3-9 所示的两端供电网络中, 设 $V_A \neq V_B$, 根据基尔霍夫电压定律和电流定律,

可写出以下方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_A - \dot{V}_B &= Z_{A1} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_{12} - Z_{B2} \dot{I}_{B2} \\ \dot{I}_{A1} - \dot{I}_{12} &= \dot{I}_1 \\ \dot{I}_{12} + \dot{I}_{B2} &= \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (3-40)$$

当已知电源点电压 V_A 和 V_B 以及负荷点电流 I_1 和 I_2 , 可解得

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{A1} &= \frac{(Z_{12} + Z_{B2})\dot{I}_1 + Z_{B2}\dot{I}_2}{Z_{A1} + Z_{12} + Z_{B2}} + \frac{\dot{V}_A - \dot{V}_B}{Z_{A1} + Z_{12} + Z_{B2}} \\ \dot{I}_{B2} &= \frac{Z_{A1}\dot{I}_1 + (Z_{A1} + Z_{12})\dot{I}_2}{Z_{A1} + Z_{12} + Z_{B2}} - \frac{\dot{V}_A - \dot{V}_B}{Z_{A1} + Z_{12} + Z_{B2}} \end{aligned} \right\} \quad (3-41)$$

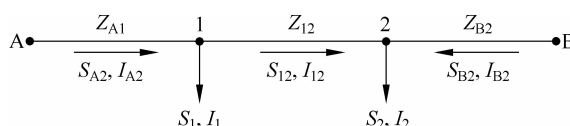


图 3-9 两端供电网络

上式确定的电流分布是精确的。但是在电力网中,由于沿线有电压降落,即使线路中通过同一电流,沿线各点的功率也不一样。在电力网的实际计算中,一般已知负荷点的功率,而不是电流。为了求取网络中的功率分布,可以采用近似的算法,先忽略网络中的功率损耗,都用相同的电压 $\dot{V}$ 计算功率,令 $\dot{V} = V_N \angle 0^\circ$, 并认为 $S \approx V_N I^*$ 。对式(3-41)两边取共轭,然后全式乘以 $\dot{V}_N$, 便得

$$\left. \begin{aligned} \dot{S}_{A1} &= \frac{(Z_{12}^* + Z_{B2}^*) \dot{S}_1 + Z_{B2}^* \dot{S}_2}{Z_{A1}^* + Z_{12}^* + Z_{B2}^*} + \frac{(V_A^* - V_B^*) V_N}{Z_{A1}^* + Z_{12}^* + Z_{B2}^*} \\ \dot{S}_{B2} &= \frac{Z_{A1}^* \dot{S}_1 + (Z_{A1}^* + Z_{12}^*) \dot{S}_2}{Z_{A1}^* + Z_{12}^* + Z_{B2}^*} + \frac{(V_A^* - V_B^*) V_N}{Z_{A1}^* + Z_{12}^* + Z_{B2}^*} \end{aligned} \right\} \quad (3-42)$$

由式(3-42)可见,每个电源点送出的功率都包含两部分,第一部分是由负荷功率和网络参数确定的,每一个负荷的功率都按该负荷点到两个电源点间的阻抗共轭值成反比的关系分配到每个电源点,而且可以逐个计算。通常称这部分功率为自然功率。第二部分与负荷无关,它是由两个供电点的电压差和网络参数确定的,通常称这部分功率为循环功率。当两个电源点电压相等时,循环功率为零。从结构上分析式(3-42)的第一项可知,在力学中也有类似的公式,一根承担多个集中负荷的横梁,其两个支点的反作用力就相当于此时电源点输出的功率。所以,有时也可以形象地称式(3-42)为两端供电网络潮流计算的“杠杆原理”。

式(3-42)对于单相和三相系统都适用。若 V 为相电压,则 S 为单相功率;若 V 为线电压,则 S 为三相功率。求出各供电点输出的功率 S_{A1} 和 S_{B2} 之后,即可在线路上各节点按流入流出节点功率相平衡的原理,求出整个电力网中的功率分布。例如,根据节点 1 的功率平衡可得

$$S_{12} = S_{A1} - S_1$$

在电力网中,功率由两个方向流入的节点称为功率分点,并用符号“▼”标出,例如图 3-10 中的节点 2。有功功率分点和无功功率分点还可能出现在电力网的不同节点上,通常就用

“▼”和“▽”分别表示有功分点和无功分点。

在不计功率损耗求出电力网的功率分布之后,我们就可以在功率分点(如节点 2)将网络一分为二,使之成为两个开式电力网,如图 3-10(b)所示。然后按照 3.1.4 节介绍的已知首端电压和末端功率的开式电力网的计算方法,计算这两个开式电力网的功率损耗和电压降落,进而得到所有节点的电压。在计算功率损耗时,网络中各点的未知电压可先用线路的额定电压代替。当有功分点和无功分点为同一节点时,该节点电压是网络中的最低电压点,它与供电点电压的标量差就是最大电压损耗。而当有功分点和无功分点不一致时,常选电压较低的分点将网络解开,并且必须计算出所有分点的电压,才能确定网络中的最低电压点和最大电压损耗。

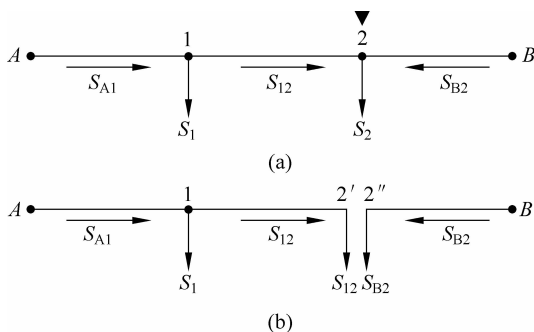


图 3-10 两端供电网络的功率分布和功率分点

3.2.2 简单环形网络的潮流计算

简单环形网络是指每一节点都只同两条支路相接的环形网络。单电源供电的简单环形网络(见图 3-11(a))可以当做供电点电压相等的特殊两端供电网络(见图 3-11(b)),此时电源点输出的功率中只有自然功率而没有循环功率部分。接下来按照 3.2.1 节介绍的两端供电网络潮流计算的方法,先不计功率损耗,计算网络中的功率分布,确定功率分点,然后在功率分点处将网络解开(见图 3-11(c)),按照开式电力网潮流计算的方法,计算功率损耗和电压降落,得到所有节点的电压。当简单环网中存在多个电源点时,给定功率的电源点可以当做负荷节点处理,而把给定电压的电源点都一分为二,这样便得到若干个已知供电点电压的两端供电网络。

【例 3-2】 如图 3-12 所示为 110kV 闭式电力网, A 为某发电厂的高压母线, $V_A = 117\text{kV}$ 。网络各元件的参数如下。

线路 I: $Z_1 = (16.2 + j25.38)\Omega$, $B_1 = 1.61 \times 10^{-4}\text{S}$;

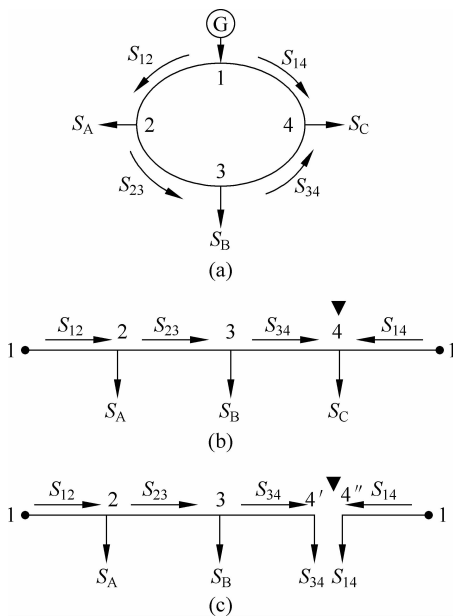


图 3-11 简单环形网络的潮流计算

线路Ⅱ： $Z_{\text{II}} = (13.5 + j21.15)\Omega$, $B_{\text{I}} = 1.35 \times 10^{-4}\text{S}$;

线路Ⅲ： $Z_{\text{III}} = (18 + j17.6)\Omega$, $B_{\text{I}} = 1.03 \times 10^{-4}\text{S}$;

各变电所每台变压器的额定容量、励磁功率和归算到 110kV 电压等级的阻抗如下。

(1) 变电所 B： $S_{\text{N}} = 20\text{MVA}$, $\Delta S_0 = (0.05 + j0.6)\text{MVA}$, $Z_{\text{TB}} = (4.84 + j63.5)\Omega$;

(2) 变电所 C： $S_{\text{N}} = 10\text{MVA}$, $\Delta S_0 = (0.03 + j0.35)\text{MVA}$, $Z_{\text{TC}} = (11.4 + j127)\Omega$;

(3) 负荷功率为： $S_{\text{LDB}} = (24 + j18)\text{MVA}$, $S_{\text{LDC}} = (12 + j9)\text{MVA}$;

试求电力网的功率分布及最大电压损耗。

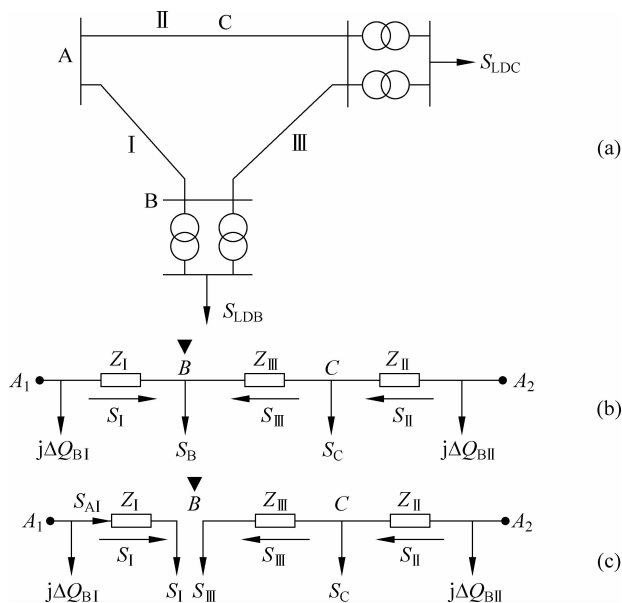


图 3-12 例 3-2 的简单闭式电力网

解：

(1) 计算网络参数并制订等值电路。

线路Ⅰ、Ⅱ和Ⅲ的阻抗和电纳已知，它们的充电功率分别为

$$\Delta Q_{\text{BI}} = -\frac{1}{2} \times 1.61 \times 10^{-4} \times 110^2 = -0.975(\text{Mvar})$$

$$\Delta Q_{\text{BII}} = -\frac{1}{2} \times 1.35 \times 10^{-4} \times 110^2 = -0.815(\text{Mvar})$$

$$\Delta Q_{\text{BIII}} = -\frac{1}{2} \times 1.03 \times 10^{-4} \times 110^2 = -0.625(\text{Mvar})$$

每个变电所内均有两台变压器并联运行，所以：

对于变电所 B

$$Z_{\text{TB}} = \frac{1}{2}(4.84 + j63.5) = 2.42 + j31.75(\Omega)$$

$$\Delta S_{\text{0B}} = 2(0.05 + j0.6) = 0.1 + j1.2(\text{MVA})$$

对于变电所 C

$$Z_{\text{TC}} = \frac{1}{2}(11.4 + j127) = 5.7 + j63.5(\Omega)$$

$$\Delta S_{0C} = 2(0.03 + j0.35) = 0.06 + j0.7(\text{MVA})$$

等值电路如图 3-12(b)所示。

(2) 计算节点 B 和 C 的运算负荷。

$$\Delta S_{TB} = \frac{24^2 + 18^2}{110^2}(2.42 + j31.75) = 0.18 + j2.36(\text{MVA})$$

$$\begin{aligned} S_B &= S_{LDB} + \Delta S_{TB} + \Delta S_{0B} + j\Delta Q_{BI} + j\Delta Q_{BII} \\ &= 24 + j18 + 0.18 + j2.36 + 0.1 + j1.2 - j0.975 - j0.625 \\ &= 24.28 + j19.96(\text{MVA}) \end{aligned}$$

$$\Delta S_{TC} = \frac{12^2 + 9^2}{110^2}(5.7 + j63.5) = 0.106 + j1.18(\text{MVA})$$

$$\begin{aligned} S_C &= S_{LDC} + \Delta S_{TC} + \Delta S_{0C} + j\Delta Q_{CI} + j\Delta Q_{CII} \\ &= 12 + j9 + 0.106 + j1.18 + 0.06 + j0.7 - j0.625 - j0.815 \\ &= 12.17 + j9.44(\text{MVA}) \end{aligned}$$

(3) 计算闭式网络中的功率分布。

$$\begin{aligned} S_I &= \frac{S_B(Z_{II}^* + Z_{III}^*) + S_C Z_{II}^*}{Z_I^* + Z_{II}^* + Z_{III}^*} \\ &= \frac{(24.28 + j19.96)(31.5 - j38.75) + (12.17 + j9.44)(13.5 - j21.15)}{47.7 - j64.13} \\ &= 18.64 + j15.79(\text{MVA}) \\ S_{II} &= \frac{S_B Z_I^* + S_C(Z_I^* + Z_{III}^*)}{Z_I^* + Z_{II}^* + Z_{III}^*} \\ &= \frac{(24.28 + j19.96)(16.2 - j25.38) + (12.17 + j9.44)(34.2 - j42.98)}{47.7 - j64.13} \\ &= 17.8 + j13.6(\text{MVA}) \end{aligned}$$

由节点 B 的功率平衡可得

$$S_{III} = S_B - S_I = 24.28 + j19.96 - 18.64 - j15.79 = 5.64 + j4.17(\text{MVA})$$

可见节点 B 既是有功分点,也是无功分点,因此该节点也是网络中的最低电压点。在节点 B 处将网络一分为二,变成两个开式电力网,如图 3-12(c)所示。

(4) 计算电压损耗。

为了计算 B 点电压,先要计算 A 点的首端功率 S_{AI} 。

线路 I 的功率损耗为

$$\begin{aligned} \Delta S_I &= \frac{P_I^2 + Q_I^2}{V_N^2}(R_I + jX_I) = \frac{18.64^2 + 15.79^2}{110^2}(16.2 + j25.38) \\ &= 0.8 + j1.253(\text{MVA}) \end{aligned}$$

线路 I 的首端功率为

$$S_{AI} = S_I + \Delta S_I = 18.64 + j15.79 + 0.8 + j1.25 = 19.44 + j17.04(\text{MVA})$$

线路 I 的电压降落为(忽略横分量)

$$\Delta V_I = \frac{P_{AI} R_I + Q_{AI} X_I}{V_A} = \frac{19.44 \times 16.2 + 17.04 \times 25.38}{117} = 6.39(\text{kV})$$

节点 B 的实际电压为

$$V_B = V_A - \Delta V_I = 117 - 6.39 = 110.61(\text{kV})$$

3.3 复杂电力系统潮流分布的计算机算法

实际的大规模电力系统可能包含成百上千的节点、发电机组和负荷,网络结构也是错综复杂,不可能都简化成开式电力网或简单闭式电力网的形式,必须建立复杂电力系统的统一潮流数学模型,借助计算机进行求解。而统一潮流数学模型的基础是电力网的节点电压方程。因此,本节首先介绍一般电力网络的节点电压方程和节点导纳矩阵的概念,推导复杂电力系统的统一潮流数学模型,然后介绍牛顿-拉夫逊法潮流计算,最后介绍 PQ 分解法潮流计算,讨论潮流计算在实际工程中的应用。

3.3.1 节点电压方程和节点导纳矩阵

1. 节点电压方程

电力网络的运行状态可用节点方程或回路方程来描述。节点方程以母线电压为待求量,母线电压能唯一确定网络的运行状态。已知母线电压,很容易算出母线功率、支路功率和电流。无论是潮流计算还是短路计算,节点方程的求解结果都极便于应用。本课程中,我们也只介绍节点方程及其应用。

让我们先来看一个例子。在如图 3-13(a)所示的简单电力系统中,若略去变压器的励磁功率和线路电容,负荷用阻抗表示,便可得到一个由 5 个节点(包含零电位点)和 7 条支路的等值网络,如图 3-13(b)所示。将接于节点 1 和节点 4 的电势源和阻抗的串联组合变换成等值的电流源和导纳的并联组合,便得到如图 3-13(c)所示的等值网络,其中 $\dot{I}_1 = y_{10} \dot{E}_1$ 和 $\dot{I}_4 = y_{40} \dot{E}_4$ 分别是节点 1 和节点 4 的注入电流源。

以零电位作为计算节点电压的参考点,根据基尔霍夫电流定律,可以写出 4 个独立节点的电流平衡方程如下

$$\left. \begin{aligned} y_{10} \dot{V}_1 + y_{12}(\dot{V}_1 - \dot{V}_2) &= \dot{I}_1 \\ y_{12}(\dot{V}_2 - \dot{V}_1) + y_{20} \dot{V}_2 + y_{23}(\dot{V}_2 - \dot{V}_3) + y_{24}(\dot{V}_2 - \dot{V}_4) &= 0 \\ y_{23}(\dot{V}_3 - \dot{V}_2) + y_{34}(\dot{V}_3 - \dot{V}_4) &= 0 \\ y_{24}(\dot{V}_4 - \dot{V}_2) + y_{34}(\dot{V}_4 - \dot{V}_3) + y_{40} \dot{V}_4 &= \dot{I}_4 \end{aligned} \right\}$$

上述方程式经整理可写成

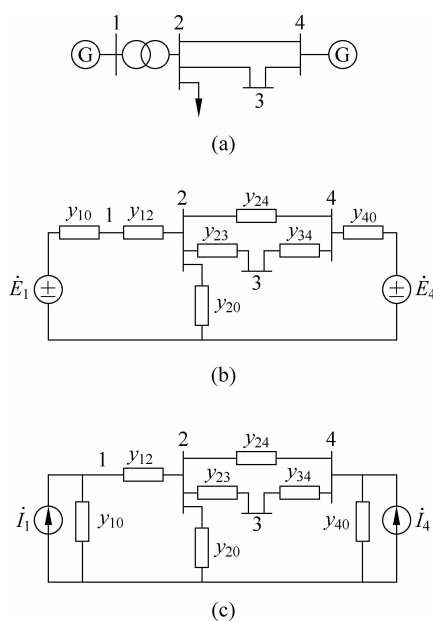


图 3-13 简单电力系统及其等值电路

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} \dot{V}_1 + Y_{12} \dot{V}_2 &= \dot{I}_1 \\ Y_{21} \dot{V}_1 + Y_{22} \dot{V}_2 + Y_{23} \dot{V}_3 + Y_{24} \dot{V}_4 &= 0 \\ Y_{32} \dot{V}_2 + Y_{33} \dot{V}_3 + Y_{34} \dot{V}_4 &= 0 \\ Y_{42} \dot{V}_2 + Y_{43} \dot{V}_3 + Y_{44} \dot{V}_4 &= \dot{I}_4 \end{aligned} \right\}$$

式中, $Y_{11}=y_{10}+y_{12}$; $Y_{22}=y_{20}+y_{12}+y_{23}+y_{24}$; $Y_{33}=y_{23}+y_{34}$; $Y_{44}=y_{40}+y_{24}+y_{34}$; $Y_{12}=Y_{21}=-y_{12}$; $Y_{23}=Y_{32}=-y_{23}$; $Y_{24}=Y_{42}=-y_{24}$; $Y_{34}=Y_{43}=-y_{34}$ 。

一般地,对于有 n 个独立节点的网络,可以列写 n 个节点方程

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} \dot{V}_1 + Y_{12} \dot{V}_2 + \cdots + Y_{1n} \dot{V}_n &= \dot{I}_1 \\ Y_{21} \dot{V}_1 + Y_{22} \dot{V}_2 + \cdots + Y_{2n} \dot{V}_n &= \dot{I}_2 \\ \vdots & \\ Y_{n1} \dot{V}_1 + Y_{n2} \dot{V}_2 + \cdots + Y_{nn} \dot{V}_n &= \dot{I}_n \end{aligned} \right\} \quad (3-43)$$

也可以写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \vdots \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} \quad (3-44)$$

或缩写为

$$\mathbf{YV} = \mathbf{I} \quad (3-45)$$

矩阵 $\mathbf{Y}$ 称为节点导纳矩阵。它的对角线元素 Y_{ii} 称为节点 i 的自导纳,其值等于接于节点 i 的所有支路导纳之和。非对角线元素 Y_{ij} 称为节点 i 、 j 之间的互导纳,它等于直接连接于节点 i 、 j 间的支路导纳的负值。若节点 i 、 j 间不存在直接支路,则有 $Y_{ij}=0$ 。由此可知,节点导纳矩阵是一个稀疏的对称矩阵。

2. 节点导纳矩阵元素的物理意义

现在进一步讨论节点导纳矩阵因素的物理意义。

在式(3-43)中,令 $\dot{V}_k \neq 0, \dot{V}_j = 0 (j=1, 2, \cdots, n, j \neq k)$, 可得

$$Y_{ik} \dot{V}_k = \dot{I}_i \quad (i=1, 2, \cdots, n)$$

或

$$Y_{ik} = \left. \frac{\dot{I}_i}{\dot{V}_k} \right|_{\dot{V}_j=0, j \neq k} \quad (3-46)$$

由式(3-46)可知,当 $k=i$ 时,当网络中除节点 i 以外所有节点都接地时,从节点 i 注入网络的电流同施加于节点 i 的电压之比,即等于节点 i 的自导纳 Y_{ii} 。换句话说,自导纳 Y_{ii} 是节点 i 以外的所有节点都接地时节点 i 对地的总导纳。显然, Y_{ii} 应等于与节点 i 相接的各支路导纳之和,即

$$Y_{ii} = y_{i0} + \sum_j y_{ij} \quad (3-47)$$

式中, y_{i0} 为节点 i 与零电位节点之间的支路导纳; y_{ij} 为节点 i 与节点 j 之间的支路导纳。

当 $k \neq i$ 时, 当网络中除节点 k 以外的所有节点都接地时, 从节点 i 流入网络的电流同施加于节点 k 的电压之比, 即等于节点 k, i 之间的互导纳 Y_{ik} 。在这种情况下, 节点 i 的电流实际上是自网络流出并进入地中的电流, 所以 Y_{ik} 应等于节点 k, i 之间的支路导纳的负值, 即

$$Y_{ik} = -y_{ik} \quad (3-48)$$

不难理解, $Y_{ik} = Y_{ki}$ 。若节点 i 和 k 之间没有支路直接相连时, 便有 $Y_{ik} = 0$ 。

从以上分析, 我们可以看出节点导纳矩阵具有以下特点:

(1) 直观性: 节点导纳矩阵的元素可以很容易根据网络接线图和支路参数直观地求出, 形成节点导纳矩阵的程序比较简单。而节点导纳矩阵的维数就等于网络中独立节点的个数。

(2) 稀疏性: 节点导纳矩阵的对角线元素一般不为零, 但在非对角线元素中存在着很多零元素。在电力系统的接线图中, 一般每个节点同平均不超过 3~4 个其他节点有直接的支路连接, 因此在节点导纳矩阵的非对角元素中每行平均仅有 3~4 个非零元素。据统计, 在实际的大型电力系统中, 其节点导纳矩阵中的元素 95% 均为零, 余下的非零元素不足 5%。如果在程序设计中设法排除零元素的储存和运算, 就可以大大地节省存储单元和提高计算速度。

(3) 对称性: 根据互导纳的定义不难看出, $Y_{ik} = Y_{ki}$ 。因此, 节点导纳矩阵还是一个对称矩阵。

正是因为节点导纳矩阵具有这些显著的特点, 所以不论是潮流计算还是短路计算, 我们都采用节点导纳矩阵和节点方程来描述电力网的模型。

3. 节点导纳矩阵的修正

实际的电力系统可能包含成百上千的节点, 其节点导纳矩阵也是十分庞大, 在实际的计算机程序中, 我们常采用追加支路法来形成节点导纳矩阵。具体作法是, 首先对给定电力网络中的所有节点和支路进行编号, 在程序中先生成一个“空”的节点导纳矩阵, 即所有的元素都清零。然后针对第一条支路, 先修正该支路的始节点和终节点所对应的节点导纳矩阵中的对角线元素(即自导纳), 后修正它们所对应的节点导纳矩阵中的非对角线元素(即互导纳)。然后针对第二条支路做同样的修正, 直到所有支路处理完成为止。这样, 不论给定的电力网如何复杂, 只要给定了电力网的网络结构和所有支路的参数, 就可以利用计算机自动形成该电力网的节点导纳矩阵。

在电力系统的运行分析中, 往往要计算不同接线方式下的运行状态。当网络接线改变时, 节点导纳矩阵也要做相应的修改。例如新增一个节点或者新增一条支路等, 此时我们没有必要从零开始重新形成节点导纳矩阵, 只需要对原有节点导纳矩阵的个别元素进行修正即可。下面我们介绍几种典型的接线变化, 说明节点导纳矩阵元素的修正方法。

(1) 从网络的原有节点 i 引出一条导纳为 y_{ik} 的新支路, 同时新增一个节点 k (见图 3-14(a))。

此时节点数增加了一个, 所以节点导纳矩阵要增加一行一列。根据自导纳和互导纳的概念, 新增的对角线元素为 $Y_{kk} = y_{ik}$ 。新增的非对角线元素中, 只有 $Y_{ik} = Y_{ki} = -y_{ik}$, 其余元素都为零。矩阵的原有部分中, 只有节点 i 的自导纳增加 $\Delta Y_{ii} = y_{ik}$ 。

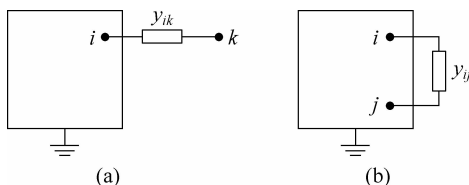


图 3-14 网络接线的改变与节点导纳矩阵的修正

(2) 在网络的原有节点 i 和 j 之间新增一条导纳为 y_{ij} 的支路(见图 3-14(b))。

此时只增加支路不增加节点,节点导纳矩阵的维数不变。节点 i 和 j 的自导纳应增加 $\Delta Y_{ii} = \Delta Y_{jj} = y_{ij}$, 它们的互导纳应增加 $\Delta Y_{ij} = \Delta Y_{ji} = -y_{ij}$ 。其余元素均保持不变。

(3) 在网络的原有节点 i 和 j 之间切除一条导纳为 y_{ij} 的已有支路。

这种情况可以当做是在节点 i 和 j 之间增加了一条导纳为 $-y_{ij}$ 的支路来处理。因此,节点 i 和 j 的自导纳和互导纳的增量分别为 $\Delta Y_{ii} = \Delta Y_{jj} = -y_{ij}$, $\Delta Y_{ij} = \Delta Y_{ji} = y_{ij}$ 。

3.3.2 统一潮流方程

1. 统一潮流数学模型

节点方程式(3-45)是潮流计算的基础。如果能够给出电压源或电流源,直接求解网络方程就可以求得网络内的电流和电压的分布。但是在潮流计算中,通常给定的是发电机的输出功率或机端电压、负荷的功率等,在网络运行状态求出之前,无论是电源的电势,还是节点的注入电流,都无法确定。

根据节点上的复功率的定义 $S = VI^*$, 对所有的节点 i , 都有

$$\dot{I}_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (3-49)$$

其中, V_i 和 I_i 分别是节点 i 的电压和注入电流相量, P_i 和 Q_i 分别是节点 i 的注入有功功率和注入无功功率。如果该节点上同时接有发电机和负荷, P_i 和 Q_i 即为发电机的注入功率和负荷的流出功率的差值。将上式代入式(3-45), 可得

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-50)$$

或

$$P_i + jQ_i = V_i \sum_{j=1}^n Y_{ij}^* V_j^* \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-51)$$

式(3-51)称为电力网的统一潮流方程(Unified Power Flow Model)。它与电力网的网络结构和规模无关,适用于任一电力系统的潮流计算的求解,因此又称为一般电力网的统一潮流数学模型。它是一个复数方程,将它的实部和虚部分开,对每一个节点都可以得到两个实数方程。但对于每一个节点有 4 个待求量,分别是:节点注入有功功率 P 、节点注入无功功率 Q 、节点电压幅值 V 和节点电压相位 δ 。我们必须给定其中的两个,而留下两个作为待求量,方程组才可以求解。

2. 节点分类

根据电力系统的实际运行条件,按给定变量的不同,一般将节点分成以下 3 种类型。

1) PQ 节点

这类节点的有功功率 P 和无功功率 Q 是给定的, 节点电压 (V, δ) 是待求量。通常变电所都属于这一类节点。由于没有发电设备, 故其发电功率为零。有些情况下, 系统中的某些发电厂送出的功率在一定时间内为固定时, 该发电厂母线也可作为 PQ 节点。网络中还有一类节点, 既不接发电机, 也不接负荷, 通常称这类节点为浮游节点, 它们也可作为 PQ 节点, 因为它们的节点注入功率 P 和 Q 都为零。

2) PV 节点

这类节点的有功功率 P 和电压幅值 V 是给定的, 节点的无功功率 Q 和节点电压相位 δ 是待求量。这类节点必须有足够的可调无功容量, 用以维持给定的电压幅值, 因此又称之为电压控制节点。一般选择有一定无功储备的发电厂和具有可调无功电源设备的变电所作为 PV 节点。在电力系统中, 这一类节点的数量很少。

3) 平衡节点

在潮流计算得出结果以前, 网络中的功率损失是未知的, 因此, 网络中至少有一个节点的有功功率 P 不能给定, 这个节点承担了系统的有功功率平衡, 故称之为平衡节点。另外必须选定一个节点, 指定其电压相位为零, 作为计算各节点电压相位的参考, 这个节点称为基准节点, 基准节点的电压幅值也是给定的。为了计算上的方便, 常将平衡节点和基准节点选为同一节点, 习惯上称之为平衡节点。平衡节点只有一个, 它的电压幅值和相位已给定, 而其有功功率和无功功率是待求量, 一般选择主调频发电厂为平衡节点。如果为了提高潮流计算的收敛性, 选择出线最多的发电厂作为平衡节点。

从以上分析可见, 当确定了所有节点的类型之后, 式(3-51)的统一潮流方程组的求解问题就变成了一个由 $2n$ 个方程组求解 $2n$ 个变量的非线性代数组求过零解的数学问题。由于平衡节点的电压已经给定, 所以平衡节点的方程不必参与求解。

3. 潮流计算的约束条件

通过求解统一潮流方程能得到一组数学上的解答, 但是这组解答所反映的系统运行状态在工程上是否具有实际意义呢? 这还需要进行检验。为保证电力系统的正常运行潮流问题中某些变量应满足一定的约束条件。常用的约束条件有:

(1) 所有节点电压必须满足

$$V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3-52)$$

从保证电能质量和供电安全的要求来看, 电力系统的所有电气设备都必须运行在额定电压附近。

(2) 所有电源节点的有功功率和无功功率必须满足

$$\left. \begin{aligned} P_{Gi\min} &\leq P_{Gi} \leq P_{Gi\max} \\ Q_{Gi\min} &\leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi\max} \end{aligned} \right\} \quad (3-53)$$

所有 PQ 节点的有功功率和无功功率以及 PV 节点的有功功率, 在给定时就必须满足式(3-53)。平衡节点的 P 和 Q 以及 PV 节点的 Q 应按上述条件进行校验。

(3) 某些节点之间电压的相位差应满足

$$|\delta_i - \delta_j| \leq |\delta_i - \delta_j|_{\max} \quad (3-54)$$

为了保证系统运行的稳定性, 要求某些输电线路两端的电压相位差不超过一定的数值。

总而言之,复杂电力系统的潮流计算问题在数学上可以转化为一个带约束条件的多变量非线性代数方程组求过零解的问题,在实际工程上一般借助计算机进行求解,最后还必须对计算结果进行校验。如果某些变量超出了约束的范围,就必须调整给定的运行条件,重新求解潮流问题。

3.3.3 牛顿-拉夫逊法潮流计算

1. 牛顿-拉夫逊法的原理

牛顿-拉夫逊法是目前求解非线性方程最好的一种方法。这种方法的要点就是要把对非线性方程的求解过程变为反复对相应的线性方程求解的过程,通常称为逐次线性化过程,这是牛顿-拉夫逊法的核心。为加深理解牛顿-拉夫逊法的解算方法,这里从一维非线性方程式的解来阐明它的意义和推导过程,而后推广到 n 维变量的一般情况。

1) 牛顿-拉夫逊法的意义和推导过程

设一维非线性方程为

$$f(x) = 0 \quad (3-55)$$

对于它的解 x , 假设其初始值为 $x^{(0)}$, 这和真解之间的误差为 $\Delta x^{(0)}$, 如果能找到这样的 $\Delta x^{(0)}$, 将其加到初始值 $x^{(0)}$ 上, 使它对于真解, 即有

$$x = x^{(0)} - \Delta x^{(0)} \quad (3-56)$$

式中, x 为真解; $x^{(0)}$ 为解的初始值; $\Delta x^{(0)}$ 为解的修正量。

若将 $\Delta x^{(0)}$ 代入式(3-55), 有

$$f(x) = f[x^{(0)} - \Delta x^{(0)}] = 0$$

把 $f(x)$ 按泰勒级数在 $x^{(0)}$ 点展开

$$f(x) = f[x^{(0)}] - f'[x^{(0)}]\Delta x^{(0)} + \frac{f''[x^{(0)}]}{2!} [\Delta x^{(0)}]^2 - \cdots + (-1)^n \frac{f^{(n)}[x^{(0)}]}{n!} [\Delta x^{(0)}]^n = 0$$

如果选择的初始值 $x^{(0)}$ 很接近于真解, 即误差值 $\Delta x^{(0)}$ 很小时, 上式中所包含 $\Delta x^{(0)}$ 二次项和更高次项都可以略去不计。因此上式可简化为

$$f[x^{(0)}] - f'[x^{(0)}]\Delta x^{(0)} = 0 \quad (3-57)$$

这是对于修正量 $\Delta x^{(0)}$ 的线性方程式, 又称为修正方程。由于修正方程是略去了高次项后的简化方程式, 因而按修正方程所解出的 $\Delta x^{(0)}$ 是近似值。从式(3-57)即得

$$\Delta x^{(0)} = \frac{f[x^{(0)}]}{f'[x^{(0)}]}$$

于是, 非线性方程的解为

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \Delta x^{(0)}$$

这是一次迭代后的值, 显然是近似解, 但它已向真解逼近了一步。

再以 $x^{(1)}$ 作为初始值, 代入式(3-57)有

$$\Delta x^{(1)} = \frac{f[x^{(1)}]}{f'[x^{(1)}]}$$

进而又可得到第二次迭代后的值 $x^{(2)}$ 为

$$x^{(2)} = x^{(1)} - \Delta x^{(1)}$$

它更近于真解。这样继续迭代下去, 直至满足 $|\Delta x^{(k)}| \leq \epsilon$ (精度) 时, 所得出的 $\Delta x^{(k+1)}$ 为所求的真解, 这就是牛顿-拉夫逊法解算的过程。

2) 牛顿-拉夫逊法的特点

(1) 牛顿-拉夫逊法是迭代法,是逐渐逼近的方法。

(2) 修正方程是线性化方程,它的线性化过程体现在把非线性方程在 $x^{(0)}$ 按泰勒级数展开,并略去高阶小量。

(3) 用牛顿-拉夫逊法解题时,其初始值要求严格(较接近真解),否则迭代不收敛。

3) 多变量非线性方程的解

设有 n 维非线性方程式组如下

$$\left. \begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-58)$$

假设各变量的初始值 $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$, 并令 $\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}, \dots, \Delta x_n^{(0)}$ 分别为各变量的修正量,对以上 n 个方程式在初始值 $[x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}]$ 点按泰勒级数展开,并略去包含 $\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}, \dots, \Delta x_n^{(0)}$ 所组成的二次项和更高次项后,将得到下式

$$\left. \begin{aligned} f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) - \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right]_0 \Delta x_1^{(0)} + \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right]_0 \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right]_0 \Delta x_n^{(0)} &= 0 \\ f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) - \left[\frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right]_0 \Delta x_1^{(0)} + \left[\frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right]_0 \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left[\frac{\partial f_2}{\partial x_n} \right]_0 \Delta x_n^{(0)} &= 0 \\ &\vdots \\ f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) - \left[\frac{\partial f_n}{\partial x_1} \right]_0 \Delta x_1^{(0)} + \left[\frac{\partial f_n}{\partial x_2} \right]_0 \Delta x_2^{(0)} + \dots + \left[\frac{\partial f_n}{\partial x_n} \right]_0 \Delta x_n^{(0)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-59)$$

写成矩阵的形式

$$\begin{pmatrix} f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right]_0 & \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right]_0 & \dots & \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right]_0 \\ \left[\frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right]_0 & \left[\frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right]_0 & \dots & \left[\frac{\partial f_2}{\partial x_n} \right]_0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \left[\frac{\partial f_n}{\partial x_1} \right]_0 & \left[\frac{\partial f_n}{\partial x_2} \right]_0 & \dots & \left[\frac{\partial f_n}{\partial x_n} \right]_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{pmatrix} \quad (3-60)$$

这是修正量 $\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}, \dots, \Delta x_n^{(0)}$ 的线性方程组,因此叫做牛顿-拉夫逊法的修正方程。通过修正方程可求出各修正量,进而求非线性方程组的解

$$\left. \begin{aligned} x_1^{(1)} &= x_1^{(0)} - \Delta x_1^{(0)} \\ x_2^{(1)} &= x_2^{(0)} - \Delta x_2^{(0)} \\ &\vdots \\ x_n^{(1)} &= x_n^{(0)} - \Delta x_n^{(0)} \end{aligned} \right\} \quad (3-61)$$

再将式(3-61)所得出的第1次迭代结果 $x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}$ 作为初始值,代入式(3-60)进行第2次迭代,反复利用式(3-60)、式(3-61)。为了一般化,假设进行到第 k 次迭代,这时修正方程为

$$\begin{pmatrix} f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_k & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_k & \dots & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right|_k \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_k & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_k & \dots & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \right|_k \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \right|_k & \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \right|_k & \dots & \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \right|_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_1^{(k)} \\ \Delta x_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(k)} \end{pmatrix} \quad (3-62)$$

缩写为

$$F[X^{(k)}] = J^{(k)} \Delta X^{(k)} \quad (3-63)$$

式中, J 称为雅可比矩阵。

同样, 式(3-61)对应第 k 次迭代后也可缩写为

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - \Delta X^{(k)} \quad (3-64)$$

这样反复求解式(3-63)、式(3-64), 就可以使 $X^{(k+1)}$ 逐步逼近于真解, 直至满足 $|\Delta X^{(k)}| \leq \epsilon$ (精度), 即对应的 $X^{(k+1)}$ 为所求的真解。

2. 牛顿-拉夫逊法潮流计算的修正方程

我们在 3.3.2 节已经推导了一般电力系统的统一潮流数学模型, 如式(3-51)所示。运用牛顿-拉夫逊法计算潮流分布时, 就是要求解这个非线性方程组。该方程的左边为给定的节点注入功率, 右边为由节点电压求得的节点注入功率, 二者之差就是节点功率的不平衡量。潮流计算问题就是各节点功率的不平衡量都趋近于零时, 各节点电压应具有何值。

由此可见, 如将式(3-51)作为牛顿-拉夫逊法中的非线性函数方程 $F[X]=0$, 其中节点电压就相当于变量 X 。建立了这种对应关系, 就可仿照式(3-63)列出修正方程式, 并迭代求解。但由于节点电压可以有两种表示方式——以直角坐标或以极坐标表示, 因而列出的修正方程相应也有两种, 下面分别讨论。

1) 直角坐标表示的修正方程

节点电压以直角坐标表示时, 令 $\dot{U}_i = e_i + jf_i$, $\dot{U}_j = e_j + jf_j$, 且将导纳矩阵中元素表示为 $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$, 则式(3-51)改变为

$$P_i + jQ_i - (e_i + jf_i) \sum_{j=1}^n (G_{ij} - jB_{ij})(e_j + jf_j) = 0 \quad (3-65)$$

再将实部和虚部分开, 可得

$$\left. \begin{aligned} P_i - \sum_{j=1}^n [e_i(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + f_i(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)] &= 0 \\ Q_i - \sum_{j=1}^n [f_i(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - e_i(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-66)$$

这就是直角坐标下的潮流方程。可见, 一个节点列出了有功和无功两个方程。而对于 n 个节点的系统, 怎样列出修正方程呢?

对于 PQ 节点 ($i=1, 2, \dots, m-1$), 给定量为节点注入功率, 记为 P'_i, Q'_i , 则由式(3-66)可得功率的不平衡量

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P'_i - \sum_{j=1}^n [e_i(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + f_i(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)] \\ \Delta Q_i &= Q'_i - \sum_{j=1}^n [f_i(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - e_i(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)] \end{aligned} \right\} \quad (3-67)$$

式中, ΔP_i 、 ΔQ_i 分别表示第 i 节点的有功功率的不平衡量和无功功率的不平衡量。

对于 PV 节点 ($i=m+1, m+2, \dots, n$), 给定量为节点注入有功功率及电压数值, 记为 P'_i 、 U'_i , 因此, 可以用有功功率的不平衡量和无功功率的不平衡量表示出非线性方程, 即有

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P'_i - \sum_{j=1}^n [e_i(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + f_i(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)] \\ \Delta U_i^2 &= U_i'^2 - (e_i^2 + f_i^2) \end{aligned} \right\} \quad (3-68)$$

式中, ΔU_i 为电压的不平衡量。

对于平衡节点 ($i=m$), 因为电压幅值及相位角给定, 所以 $\dot{U}_s = e_s + jf_s$ 也确定, 不需要参加迭代求节点电压。

因此, 对于 n 节点的系统只能列出 $2(n-1)$ 个方程, 其中有功功率方程数量为 $(n-1)$, 无功功率方程数量为 $(m-1)$, 电压方程数量为 $(n-m)$ 。将非线性方程式 (3-67)、式 (3-68) 联立, 成为 n 节点系统的非线性方程组, 且按泰勒级数在 $f_i^{(0)}$ 、 $e_i^{(0)}$ ($i=1, 2, \dots, n, i \neq m$) 展开, 并略去高次项后, 得出以矩阵形式表示的修正方程如下

$$\begin{pmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta P_p \\ \Delta U_p^2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta U_n^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & N_{11} & H_{12} & N_{12} & H_{1p} & N_{1p} & H_{1n} & N_{1n} \\ J_{11} & L_{11} & J_{12} & L_{12} & J_{1p} & L_{1p} & J_{1n} & L_{1n} \\ H_{21} & N_{21} & H_{22} & N_{22} & H_{2p} & N_{2p} & H_{2n} & N_{2n} \\ J_{21} & L_{21} & J_{22} & L_{22} & J_{2p} & L_{2p} & J_{2n} & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{p1} & N_{p1} & H_{p2} & N_{p2} & H_{pp} & N_{pp} & H_{pn} & N_{pn} \\ R_{p1} & S_{p1} & R_{p2} & S_{p2} & R_{pp} & S_{pp} & R_{pn} & S_{pn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{n1} & N_{n1} & H_{n2} & N_{n2} & H_{np} & N_{np} & H_{nn} & N_{nn} \\ R_{n1} & S_{n1} & R_{n2} & S_{n2} & R_{np} & S_{np} & R_{nn} & S_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta e_1 \\ \Delta f_2 \\ \Delta e_2 \\ \vdots \\ \Delta f_p \\ \Delta e_p \\ \vdots \\ \Delta f_n \\ \Delta e_n \end{pmatrix} \quad (3-69)$$

式中, 雅可比矩阵的各个元素分别为

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_j} & N_{ij} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_j} \\ J_{ij} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_j} & L_{ij} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_j} \\ R_{ij} &= \frac{\partial \Delta U_i^2}{\partial f_j} & S_{ij} &= \frac{\partial \Delta U_i^2}{\partial e_j} \end{aligned}$$

将式 (3-69) 写成缩写形式

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta U^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & N \\ J & L \\ R & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta f \\ \Delta e \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \Delta f \\ \Delta e \end{pmatrix} \quad (3-70)$$

对雅可比矩阵的元素可做如下讨论

当 $i \neq j$ 时, 由于对特定的 j , 只有该特定节点的 f_i 和 e_i 是变量, 于是雅可比矩阵中各非对角元素的表示式为

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_j} = B_{ij}e_i - G_{ij}f_i & N_{ij} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_j} = -G_{ij}e_i - B_{ij}f_i \\ J_{ij} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_j} = B_{ij}f_i + G_{ij}e_i & L_{ij} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_j} = -G_{ij}f_i + B_{ij}e_i \\ R_{ij} &= \frac{\partial \Delta U_i^2}{\partial f_j} = 0 & S_{ij} &= \frac{\partial \Delta U_i^2}{\partial e_j} = 0 \end{aligned}$$

当 $j=i$ 时, 雅可比矩阵中各对角元素的表示式为

$$\begin{aligned} H_{ii} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_i} = - \sum_{j=1}^n (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) - G_{ii}f_i + B_{ii}e_i \\ N_{ii} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_i} = - \sum_{j=1}^n (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - G_{ii}e_i - B_{ii}f_i \\ J_{ii} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_i} = - \sum_{j=1}^n (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) + G_{ii}e_i + B_{ii}f_i \\ L_{ii} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_i} = \sum_{j=1}^n (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) - G_{ii}f_i + B_{ii}e_i \\ R_{ii} &= \frac{\partial \Delta U_i^2}{\partial f_i} = -2f_i \\ S_{ii} &= \frac{\partial \Delta U_i^2}{\partial e_i} = -2e_i \end{aligned}$$

由上述表达式可知, 直角坐标的雅可比矩阵有以下特点:

(1) 雅可比矩阵是 $2(n-1)$ 阶方阵, 由于 $H_{ij} \neq H_{ji}$, $N_{ij} \neq N_{ji}$, 所以它是一个不对称的方阵。

(2) 雅可比矩阵中诸元素是节点电压的函数, 在迭代过程中随电压的变化而不断改变。

(3) 雅可比矩阵的非对角元素与节点导纳矩阵 Y_B 中相应的非对角元素有关, 当 Y_B 中 Y_{ij} 为零时, 雅可比矩阵中相应的 H_{ij} 、 N_{ij} 、 J_{ij} 、 L_{ij} 也都为零, 因此, 雅可比矩阵也是一个稀疏矩阵。

2) 极坐标表示的修正方程

在牛顿-拉夫逊法计算中, 把式(3-51)中电压相量表示为极坐标形式

$$\begin{aligned} \dot{U}_i &= U_i e^{j\delta_i} = U_i (\cos\delta_i + j\sin\delta_i) \\ \dot{U}_j &= U_j e^{j\delta_j} = U_j (\cos\delta_j + j\sin\delta_j) \end{aligned}$$

则潮流方程变为

$$P_i + jQ_i - U_i (\cos\delta_i + j\sin\delta_i) \sum_{j=1}^n (G_{ij} - jB_{ij}) U_j (\cos\delta_j - j\sin\delta_j) = 0$$

将上式分解为实部和虚部

$$\begin{aligned} P_i - U_i \sum_{j=1}^n U_j (G_{ij} \cos\delta_{ij} + B_{ij} \sin\delta_{ij}) &= 0 \\ Q_i - U_i \sum_{j=1}^n U_j (G_{ij} \sin\delta_{ij} - B_{ij} \cos\delta_{ij}) &= 0 \end{aligned}$$

这就是潮流方程的极坐标形式。

对于 PQ 节点, 给定了 P'_i, Q'_i , 于是非线性方程为

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P'_i - U_i \sum_{j=1}^n U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ \Delta Q_i &= Q'_i - U_i \sum_{j=1}^n U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 2, \dots, m-1) \quad (3-71)$$

对于 PV 节点, 给定了 P'_i, U'_i , 而 Q'_i 未知, 故式(3-71)中 ΔQ_i 将失去作用, 于是 PV 节点仅保留 ΔP_i 方程, 以求得电压的相位角

$$\Delta P_i = P'_i - U_i \sum_{j=1}^n U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad (i = m+1, m+2, \dots, n) \quad (3-72)$$

对于平衡节点, 同样因为 U_s, δ_s 已知, 不参加迭代计算。

将式(3-71)、式(3-72)联立, 且按泰勒级数展开, 并略去高次项后, 得出矩阵形式的修正方程

$$\begin{pmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \dots \\ \Delta P_p \\ \dots \\ \Delta P_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & N_{11} & H_{12} & N_{12} & H_{1p} & N_{1n} \\ J_{11} & L_{11} & J_{12} & L_{12} & J_{1p} & L_{1n} \\ H_{21} & N_{21} & H_{22} & N_{22} & H_{2p} & N_{2n} \\ J_{21} & L_{21} & J_{22} & L_{22} & J_{2p} & L_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{p1} & N_{p1} & H_{p2} & N_{p2} & H_{pp} & N_{pn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{n1} & N_{n1} & H_{n2} & N_{n2} & H_{np} & N_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \delta_1 \\ \Delta U_1 / U_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \Delta U_2 / U_2 \\ \dots \\ \Delta \delta_p \\ \dots \\ \Delta \delta_n \end{pmatrix} \quad (3-73)$$

雅可比矩阵中, 对 PV 节点仍写出两个方程的形式, 但其中的元素以零元素代替, 从而也显示了雅可比矩阵的高度稀疏性。

雅可比矩阵的各元素如下

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j} = -U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \\ H_{ii} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_i} = U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \\ N_{ij} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial U_j} U_j = -U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ N_{ij} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial U_i} U_i = -U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) - 2 U_i^2 G_{ii} \\ J_{ij} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j} = U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ J_{ii} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_i} = -U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ L_{ij} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_j} U_j = -U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \end{aligned}$$

$$L_{ii} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_i} U_i = -U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) + 2 U_i^2 B_{ii}$$

将式(3-73)写成缩写形式

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & N \\ J & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U/U \end{pmatrix} \quad (3-74)$$

以上得到两种坐标系下的修正方程,这是牛顿-拉夫逊潮流计算中需要反复迭代求解的基本方程式,两种坐标的修正方程式给牛顿-拉夫逊潮流计算带来的差异是:当采用极坐标时,程序中对PV节点处理比较方便,而且计算经验表明,它的收敛性略高一些。当采用直角坐标时,在迭代过程中避免了三角函数的运算,因而每次迭代速度略快一些。一般说来,这些差异并不十分显著,整个计算过程的计算速度、计算结果的精度并无多大差异。

因此,在牛顿-拉夫逊潮流计算程序中,两种坐标形式的修正方程均可应用。

3. 牛顿-拉夫逊法潮流计算的求解过程

牛顿-拉夫逊法求解过程如下。

对于一个 n 节点的电力系统,用牛顿-拉夫逊法计算潮流时有如下步骤:

- (1) 输入原始数据和信息: ①输入支路导纳; ②输入所有节点注入的有功功率 $P'_i (i=1, 2, \dots, m-1, m+1, \dots, n, i \neq m)$, $n-1$ 个; ③输入 PQ 节点注入的无功功率 $Q'_i (i=1, 2, \dots, m-1), m-1$ 个; ④输入 PV 节点的电压幅值 $U'_i (i=m+1, m+2, \dots, n), n-m$ 个; ⑤输入节点功率范围 $P_{\max}, P_{\min}, Q_{\max}, Q_{\min}$; ⑥输入平衡节点的电压 $\dot{U}_s (U_s \angle \delta_s)$ 。

(2) 形成节点导纳矩阵 Y_B 。

(3) 设电压初始值 $f_i^{(0)}, e_i^{(0)} (i=1, 2, \dots, n, i \neq m)$ 。

(4) 求不平衡量 $\Delta P_i^{(0)}, \Delta Q_i^{(0)}, \Delta U_i^{(0)}$, 即

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P'_i - \sum_{j=1}^n [e_i^{(0)} (G_{ij} e_j^{(0)} - B_{ij} f_j^{(0)}) + f_i^{(0)} (G_{ij} f_j^{(0)} + B_{ij} e_j^{(0)})] \\ \Delta Q_i &= Q'_i - \sum_{j=1}^n [f_i^{(0)} (G_{ij} e_j^{(0)} - B_{ij} f_j^{(0)}) - e_i^{(0)} (G_{ij} f_j^{(0)} + B_{ij} e_j^{(0)})] \\ \Delta U_i^2 &= U_i'^2 - (e_i^{(0)2} + f_i^{(0)2}) \end{aligned} \right\}$$

(5) 计算雅克比矩阵的各元素 $H_{ij}, L_{ij}, N_{ij}, J_{ij}, R_{ij}, S_{ij}$ 。

(6) 解修正方程,求 $\Delta f_i^{(0)}, \Delta e_i^{(0)} (i=1, 2, \dots, n, i \neq m)$, 即

$$\begin{pmatrix} \Delta f \\ \Delta e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & N \\ J & L \\ R & S \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta U^2 \end{pmatrix}$$

(7) 求节点电压新值

$$e_i^{(1)} = e_i^{(0)} - \Delta e_i^{(0)} \quad f_i^{(1)} = f_i^{(0)} - \Delta f_i^{(0)}$$

(8) 判断是否收敛

$$\max | \Delta f_i^{(k)} | \leq \epsilon \quad \max | \Delta e_i^{(k)} | \leq \epsilon$$

(9) 重复迭代第(4)~(7)步,直至满足第(8)步的条件。

(10) 最后,求平衡节点的功率和 PV 节点的无功功率及各支路的功率

$$\dot{S}_1 = \dot{U}_1 \sum_{j=1}^n Y_{1j}^* \dot{U}_j = P_1 + jQ_1$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n [f_i(G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) - e_i(G_{ij}f_j + B_{ij}e_j)]$$

$$\dot{S}_{ij} = \dot{U}_i(U_i^* - U_j^*)y_{ij}^* + U_i^2 y_{i0}^*$$

$$\dot{S}_{ji} = \dot{U}_j(U_j^* - U_i^*)y_{ji}^* + U_j^2 y_{j0}^*$$

3.3.4 PQ 分解法潮流计算

PQ 分解法潮流计算派生于极坐标表示时的牛顿-拉夫逊法。两者的区别在于修正方程和计算步骤。以下仅着重讨论这两方面。

1. PQ 分解法潮流计算的修正方程

PQ 分解法潮流计算时的修正方程是计及电力系统的特点后对牛顿-拉夫逊法修正方程的简化。为说明这个简化,先将(3-73)重新排列如下

$$\begin{pmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_p \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1p} & H_{1n} & N_{11} & N_{12} & \cdots \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2p} & H_{2n} & N_{21} & N_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \\ H_{p1} & H_{p2} & \cdots & H_{pp} & H_{pn} & N_{p1} & N_{p2} & \cdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{np} & H_{nn} & N_{n1} & N_{n2} & \cdots \\ J_{11} & J_{12} & \cdots & J_{1p} & J_{1n} & L_{11} & L_{12} & \cdots \\ J_{21} & J_{22} & \cdots & J_{2p} & J_{2n} & L_{21} & L_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \delta_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_p \\ \Delta \delta_n \\ \Delta U_1 / U_1 \\ \Delta U_2 / U_2 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (3-75)$$

或简写为

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & N \\ J & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U/U \end{pmatrix} \quad (3-76)$$

重新排列时不再留空行、空列。显然,这种重新排列并不影响修正方程的内容。

对修正方程的第一个简化是,计及电力网络中各元件的电抗一般远大于电阻,以致各节点电压相位角的改变主要影响各元件中的有功功率潮流,从而影响各节点的注入有功功率,各节点电压大小的改变主要影响各元件中的无功功率潮流,从而影响各节点的注入无功功率,可将式(3-76)中的子阵 N, J 略去,而将修正方程简化为

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U/U \end{pmatrix} \quad (3-77)$$

对修正方程的第二个简化是,基于对状态变量 δ_i 的约束条件 $|\delta_i - \delta_j| < |\delta_i - \delta_j|_{\max}$, 即 $|\delta_i - \delta_j| = |\delta_{ij}|$ 不宜过大,计及这一条件,再计及 $G_{ij} \ll B_{ij}$, 可以认为

$$\cos \delta_{ij} \approx 1, \quad G_{ij} \sin \delta_{ij} \ll B_{ij}$$

于是,雅可比矩阵的各个元素可简化为

$$H_{ij} = -U_i U_j B_{ij}$$

$$H_{ii} = U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_j B_{ij} = U_i \sum_{j=1}^n U_j B_{ij} - U_i^2 B_{ii} = -Q_i - U_i^2 B_{ii}$$

$$L_{ij} = -U_i U_j B_{ij}$$

$$L_{ii} = -U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_j B_{ij} - 2U_i^2 B_{ii} = -U_i \sum_{j=1}^n U_j B_{ij} - U_i^2 B_{ii} = Q_i - U_i^2 B_{ii}$$

再按自导纳的定义,上两式中的 $U_i^2 B_{ii}$ 项应为各元件电抗远大于电阻的前提下,除节点 i 外其他节点都接地时,由节点 i 注入的无功功率。这功率必远大于正常运行时节点 i 的注入无功功率,即 $U_i^2 B_{ii} \gg Q_i$,上两式又可简化为

$$H_{ii} = -U_i^2 B_{ii}$$

$$L_{ii} = -U_i^2 B_{ii}$$

这样,雅克比矩阵中两个子阵 H/L 的元素将具有相同的表达式,但是它们的阶数不同,前者为 $(n-1)$ 阶,后者为 $(m-1)$ 阶。

这两个子阵都可展开如下式所示

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} U_1 B_{11} U_1 & U_1 B_{12} U_2 & U_1 B_{13} U_3 & \cdots \\ U_2 B_{12} U_1 & U_2 B_{22} U_2 & U_2 B_{23} U_3 & \cdots \\ U_3 B_{13} U_1 & U_3 B_{23} U_2 & U_3 B_{33} U_3 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & U_3 & \\ & & & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \cdots \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & \cdots \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & U_3 & \\ & & & \ddots \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3-78)$$

将式(3-78)代入式(3-77),展开,可得

$$\begin{pmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \vdots \\ \Delta P_n \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & U_3 & \\ & & & \ddots \\ & & & & U_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{2n} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{3n} \\ B_{n1} & B_{n2} & B_{n3} & B_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \Delta \delta_1 \\ U_2 \Delta \delta_2 \\ U_3 \Delta \delta_3 \\ \vdots \\ U_n \Delta \delta_n \end{pmatrix} \quad (3-79a)$$

$$\begin{pmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_m \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & U_3 & \\ & & & \ddots \\ & & & & U_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{1m} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{2m} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{3m} \\ B_{m1} & B_{m2} & B_{m3} & B_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \\ \vdots \\ \Delta U_n \end{pmatrix} \quad (3-79b)$$

将式(3-79a)、式(3-79b)等号左右都前乘以

$$\begin{pmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & U_3 & \\ & & & \ddots \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{U_1} & & & \\ & \frac{1}{U_2} & & \\ & & \frac{1}{U_3} & \\ & & & \ddots \end{pmatrix}$$

可得

$$\begin{pmatrix} \frac{\Delta P_1}{U_1} \\ \frac{\Delta P_2}{U_2} \\ \frac{\Delta P_3}{U_3} \\ \vdots \\ \frac{\Delta P_n}{U_n} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & \cdots & B_{2n} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & \cdots & B_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & B_{n3} & \cdots & B_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \Delta \delta_1 \\ U_2 \Delta \delta_2 \\ U_3 \Delta \delta_3 \\ \vdots \\ U_n \Delta \delta_n \end{pmatrix} \quad (3-80a)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\Delta Q_1}{U_1} \\ \frac{\Delta Q_2}{U_2} \\ \frac{\Delta Q_3}{U_3} \\ \vdots \\ \frac{\Delta Q_m}{U_m} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \cdots & B_{1m} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & \cdots & B_{2m} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & \cdots & B_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_{m1} & B_{m2} & B_{m3} & \cdots & B_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \\ \vdots \\ \Delta U_m \end{pmatrix} \quad (3-80b)$$

它们可简写为

$$\Delta P/U = -B'U\Delta\delta \quad (3-81a)$$

$$\Delta Q/U = -B''\Delta U \quad (3-81b)$$

这就是 PQ 分解法的修正方程。与牛顿-拉夫逊法相比, PQ 分解法的修正方程有如下特点:

(1) 以一个 $(n-1)$ 阶和一个 $(m-1)$ 阶系数矩阵 B' 、 B'' 替代原有的 $(n+m-2)$ 阶系数矩阵 J , 提高计算速度, 对存储容量的要求。

(2) 以迭代过程中保持不变的系数矩阵 B' 、 B'' 替代起变化的系数矩阵 J , 显著地提高了计算速度。

(3) 以对称的系数矩阵 B' 、 B'' 替代不对称的系数矩阵 J , 使求逆等运算量和所需的存储容量大为减少。

但应强调指出, 导出这修正方程时所做的种种简化毫不影响用这种方法计算的准确度。因采用这种方法时, 迭代收敛的判据仍是 $\Delta P_i \leq \epsilon$ 、 $\Delta Q_i \leq \epsilon$, 而其中的 ΔP_i 、 ΔQ_i 已如上述, 仍按式(3-71)计算。

一般情况下, 采用 PQ 分解法计算时要求的迭代次数较采用牛顿-拉夫逊法时多, 但每次迭代所需时间则较采用牛顿-拉夫逊法时少, 以致总的计算速度仍是 PQ 分解法快。

2. PQ 分解法潮流计算的步骤

运用 PQ 分解法计算潮流分布时的基本步骤如下:

(1) 形成系数矩阵 B' 、 B'' , 并求其逆阵。

(2) 设各节点电压的初值 $\delta_i^{(0)}$ ($i=1, 2, \dots, n, i \neq s$) 和 $U_i^{(0)}$ ($i=1, 2, \dots, m, i \neq s$)。

(3) 按式(3-71)计算有功功率的不平衡量 $\Delta P_i^{(0)}$, 从而求出 $\Delta P_i^{(0)}/U_i^{(0)}$ ($i=1, 2, \dots, n, i \neq s$)。

- (4) 解修正方程式(3-80a),求各节点电压相位角的变量 $\Delta\delta_i^{(0)} (i=1,2,\dots,n,i\neq s)$ 。
- (5) 求各节点电压相位角的新值 $\delta_i^{(1)} = \delta_i^{(0)} + \Delta\delta_i^{(0)} (i=1,2,\dots,n,i\neq s)$ 。
- (6) 按式(3-71)计算无功功率的不平衡量 $\Delta Q_i^{(0)}$,从而求出 $\Delta Q_i^{(0)} / U_i^{(0)} (i=1,2,\dots,m, i\neq s)$ 。
- (7) 解修正方程式(3-80b),求节点电压大小的变量 $\Delta U_i^{(0)} (i=1,2,\dots,m,i\neq s)$ 。
- (8) 求各节点电压大小的新值 $U_i^{(1)} = U_i^{(0)} + \Delta U_i^{(0)} (i=1,2,\dots,m,i\neq s)$ 。
- (9) 运用各节点电压的新值,自步骤(3)开始进入下一次迭代。
- (10) 计算平衡节点功率和线路功率。

3.3.5 潮流计算在实际电力系统中的应用

复杂电力系统的潮流计算问题实质上是一个带约束条件的多变量非线性代数方程组求过零解的问题,这类问题求解的理论基础是牛顿-拉夫逊法。牛顿-拉夫逊方法的核心是将一个非线性代数方程(组)的求解问题转化成线性代数方程(组)的迭代求解问题。它先给出解的一个近似值,它与真值的误差为修正量,将原非线性方程(组)在近似值处线性化,得到线性化的修正方程。修正方程的系数矩阵称为雅克比矩阵。反复求解修正方程,用所得到的修正量去不断修正近似解,直到迭代收敛为止。

当用直角坐标 $\dot{V}_i = e_i + jf_i$ 来表示所有节点的电压,代入统一潮流方程,再利用牛顿-拉夫逊法,就得到直角坐标系下潮流计算的迭代公式。类似地,当用极坐标 $\dot{V}_i = V_i \angle \delta_i = V_i (\cos\delta_i + j\sin\delta_i)$ 代入统一潮流方程,就得到极坐标系下潮流计算的迭代公式。另外,为了简化计算,利用高压输电线路中电抗远比电阻大,母线有功功率主要受电压相位影响,而无功功率主要受电压幅值影响的特点,节点有功功率不平衡量只用于修正电压相位,节点无功功率不平衡量只用于修正电压幅值,这就是所谓的有功-无功功率分解法,简称 PQ 分解法。

在实际电力系统的运行和调度中,需要确定电力系统在未来某一个时间段内的运行方式,这就需要对大量的系统状态进行快速的初步筛选,从中选出最优或次最优的运行方式。此时可适当降低对精度的要求,重要的是速度和计算时间。我们利用高压输电网中电抗远大于电阻的特点,先忽略电阻,当相角 δ_{ij} 很小时, $\cos\delta_{ij} \approx 1.0$, $\sin\delta_{ij} \approx \delta_{ij}$,并假设所有节点电压幅值 $|V_i| \approx 1.0$ 。对统一潮流方程进行进一步的简化后,可以得到 $P = B\delta$ 。式中, P 是节点注入有功功率相量, B 是节点导纳矩阵的虚部, δ 是节点相位的相量。这就是所谓的直流潮流计算。相对应地,以上讨论的各种迭代式的潮流计算都可以统称为交流潮流计算。直流潮流计算虽然精度不高,但是不需要迭代,计算速度快,只要给定注入有功功率相量 P ,就可以非常简单地计算出各节点的相位,进而计算功率分布和网损,对大量的系统状态进行快速的初步筛选,淘汰绝大部分方案,只对最后剩下的少数可行方案进行精确的交流潮流计算,以确定最优的运行方案。

在确定实际电力系统的运行方式时,还必须考虑经济性。例如,在满足同样的负荷需求的前提下,如何分配各发电机组的功率,使整个电力网的网损最小;在不同的季节,根据水电厂来水情况的不同,如何实现水火电的联合经济运行,在满足同样的负荷需求的前提下,使整个电力系统的发电成本最小,等等。这些问题都属于最优潮流计算(Optimal Power

Flow, OPF)问题的范畴。它们都有目标函数、控制变量和约束条件这3个要素。求解这类问题的方法有很多,如拉格朗日乘子法、动态规划法、内点法、人工神经元法和遗传算法等。不论采用哪种方法,它们都是一个寻优的过程,都需要反复调用潮流计算程序。

在电力市场的改革不断深入,提倡“厂网分开,竞价上网”的今天,传统的潮流计算又遇到了一些新的挑战。例如,在传统潮流计算中,在每一步潮流迭代中所有节点的有功不平衡和无功不平衡都是由平衡节点的功率来平衡的,在潮流计算收敛之前,平衡节点的功率是无法确定的,相当于被选为平衡节点的发电厂为全网的功率平衡和潮流收敛作出了“牺牲”。这种做法在提倡“公开、公平、公正”的电力市场中受到质疑。为体现市场公平的原则,在潮流计算的每一步中,让所有有调节能力的发电厂按照其装机容量的大小来共同承担系统总的功率不平衡,这样不但能使各发电厂公平竞争,还能加快潮流计算的收敛速度。这就是所谓的动态潮流计算(Dynamic Power Flow)。另外,还有考虑负荷不确定性的区间潮流计算、考虑节点注入功率和负荷随机特征的概率潮流计算、考虑负序零序非线性分布和三相不对称的三相潮流计算等。

本章小结

本章首先介绍了潮流计算的主要内容,及在电力系统分析中的作用和重要地位。在介绍了网络元件的电压降落和功率损耗的基础上,详细讲解了已知末端电压和末端功率时、已知首端电压和首端功率时以及已知首端电压和末端功率时开式电力网潮流计算的步骤和基本计算方法,并通过例题讲解了含变压器的多电压等级开式电力网的潮流计算。这部分内容是本章的核心和基础。

接着,以两端供电网络和简单环形供电网络为例,讲解了简单闭式电力网的潮流计算。重点讲解了求解两端供电网络功率分布的“杠杆原理”、有功功率分点和无功功率分点的概念,如何将两端供电网络转化成两个开式电力网的过程。对简单环形供电网络,首先介绍了先将它转化成两端供电网络,然后再进一步转化成开式电力网进行潮流计算的过程。

最后,介绍了电力网的节点电压方程和节点导纳矩阵的基本概念,以及用追加支路法修正节点导纳矩阵的方法,给出了求解复杂电力系统潮流状态的统一潮流方程,介绍了复杂电力系统潮流计算的计算机算法,以及潮流计算在实际电力系统运行和电力市场中的一些应用。

习题

- 3-1 什么是电力系统的潮流计算?
- 3-2 电压降落、电压损耗、电压偏移、功率损耗和输电效率分别是如何定义的?
- 3-3 电压降落的纵分量和横分量是如何定义的? 结合它们的计算公式,说明在纯电抗的输电线路上,传送有功功率和无功功率的条件。
- 3-4 已知首端电压和末端功率的简单开式电力系统潮流计算的主要步骤是什么?
- 3-5 简单闭式电力系统主要有哪两类? 其潮流计算的主要步骤是什么?
- 3-6 什么是自然功率分布? 什么是循环功率?

3-7 什么是确定两端供电网络中功率分布的“杠杆原理”？

3-8 有功功率分点和无功功率分点是如何定义的？为什么在闭式电力网的潮流计算中要找功率分点？

3-9 电力网络的节点导纳矩阵有哪些特点？自导纳和互导纳是如何定义的？它们的物理意义是什么？

3-10 在原有的电力网络中，若某一条输电线退出运行，节点导纳矩阵应如何修正？

3-11 什么是 PQ 节点、 PV 节点和平衡节点？在电力系统中哪些节点可作为 PQ 节点、 PV 节点和平衡节点？

3-12 复杂电力系统潮流计算的约束条件有哪些？

3-13 某 110kV 输电线路，长度为 80km， $r=0.21\Omega/\text{km}$ ， $x=0.409\Omega/\text{km}$ ， $b=2.74\times 10^{-6}\text{S}/\text{km}$ ，线路末端功率为 10MW， $\cos\varphi=0.95$ 滞后。已知末端电压为 110kV，试计算首端电压的大小和相位、首端功率，并画出相量图。

3-14 某 110kV 输电线路，长度为 80km， $r=0.21\Omega/\text{km}$ ， $x=0.409\Omega/\text{km}$ ， $b=2.74\times 10^{-6}\text{S}/\text{km}$ ，线路末端功率为 10MW， $\cos\varphi=0.95$ 超前。已知首端电压为 112kV，试计算末端电压的大小和相位、首端功率，并画出相量图。

3-15 一双绕组变压器，型号 SFL1-10000，电压为 $35\pm 5\%11\text{kV}$ ， $\Delta P_s=58.29\text{kW}$ ， $\Delta P_0=11.75\text{kW}$ ， $V_s\%=7.5$ ， $I_0\%=1.5$ ，低压侧负荷为 10MW， $\cos\varphi=0.85$ 滞后，低压侧电压为 10kV，变压器抽头电压 +5%，试求：

(1) 功率分布；

(2) 高压侧电压。

3-16 某电力系统如图 3-15 所示。已知每台变压器 $S_N=100\text{MVA}$ ， $\Delta P_0=450\text{kW}$ ， $\Delta Q_0=3500\text{kvar}$ ， $\Delta P_s=1000\text{kW}$ ， $V_s\%=12.5$ ，变压器工作在 -5% 分接头；每回线路长 250km， $r=0.08\Omega/\text{km}$ ， $x=0.4\Omega/\text{km}$ ， $b=2.8\times 10^{-6}\text{S}/\text{km}$ ，负荷 $P_{LD}=150\text{MW}$ ， $\cos\varphi=0.85$ 滞后。线路首端电压 $V_A=245\text{kV}$ ，试分别计算：

(1) 输电线路、变压器以及输电系统的电压降落和电压损耗；

(2) 输电线路首端功率和输电效率；

(3) 线路首端 A，末端 B 以及变压器低压侧 C 的电压偏移。

3-17 110kV 的简单环网如图 3-16 所示，导线型号 LGJ-95，已知线路 AB 段为 40km，AC 段 30km，BC 段 30km；负荷 $S_B=(20+j15)\text{MVA}$ ， $S_C=(10+j10)\text{MVA}$ 。

(1) 不计功率损耗，试求网络的功率分布，并计算正常闭环运行和切除一条线路运行时的最大电压损耗（只计电压降落的纵分量）；

(2) 若 $V_A=115\text{kV}$ ，计及功率损耗，重做(1)的计算内容；

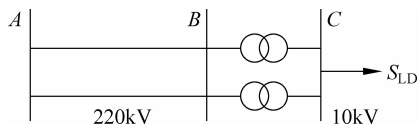


图 3-15 题 3-16 图

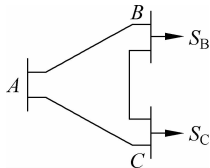


图 3-16 题 3-17 图

(3) 若将 BC 段导线换成 LGJ-70, 重做(1)的计算内容, 并比较其结果。

导线参数如下: ① LGJ-95: $r=0.33\Omega/\text{km}$, $x=0.429\Omega/\text{km}$, $b=2.65\times 10^{-6}\text{S}/\text{km}$; ② LGJ-70: $r=0.45\Omega/\text{km}$, $x=0.44\Omega/\text{km}$, $b=2.58\times 10^{-6}\text{S}/\text{km}$ 。

3-18 某电力系统的等值电路如图 3-17 所示, 各元件电抗标幺值和节点编号标于图中。试求:

(1) 节点导纳矩阵;

(2) 若直接连接节点 3 和节点 5 的线路退出运行后, 新的节点导纳矩阵。

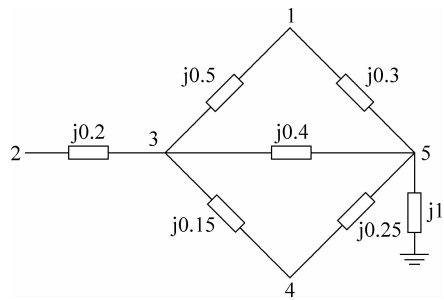


图 3-17 题 3-18 图