

电路分析基础

电路理论是学习电工电子技术的基础。本章对电路及其基本物理量——电流、电压和电位等进行了复习,并讨论了电压、电流的参考方向。从电路模型入手,介绍各种电路元件及其伏安特性。重点介绍了独立电压源与独立电流源及其等效变换。阐述了电路理论中的基本定律——基尔霍夫定律。书中以直流电路为例,着重介绍了分析电路的一些基本方法和定理,主要有叠加定理以及等效电源定理等。这些方法和定理对正弦交流电路和电子电路等时变信号电路的分析和计算都具有实用意义。

1.1 电路和电路的基本物理量

电路即电流的通路,是为了某种需要由某些电工设备或元件按一定方式组合起来的。电路的形式多种多样,大至长距离的电力输电线,小至微电子芯片上的集成电路,功能各有不同,但它们是受共同的基本规律支配的,这就是电路的基本定律。

近代技术中利用电路的目的可分为两大类:一类是用在电力工程中,用以传输与分配电能;另一类是用在电子技术和控制技术中,用以传递各种信息。在这两类应用中,由于电流和电功率的量级相差很大,所以前者通常称为强电技术,后者称为弱电技术。

无论是强电技术或弱电技术,电路的结构形式总是包括电源、负载和中间环节三个组成部分。

电源是电路中提供电能或电信号的装置,例如发电厂里的发电机,把热能、水能或核能转换为电能;又例如收音机电路中,天线可以接收到电台发出的载有声音信息的无线电波,天线提供电信号,就是电路的信号源。

负载是电路中将电能转化为其他形式的能量或将处理过的信号传递出来的装置,例如灯泡将电能变为光能、电动机将电能变为机械能;又例如收音机的扬声器,将处理和放大后的电台声音信号重现出来。

中间环节是电路中连接电源和负载之间的装置,起着传输分配电能或处理电信号的作用。例如发电厂和用户之间的输电线路、变压器、控制开关等,又例如收音机电路中对信号进行放大和处理的电路。

在电能的传输和转换或者信号的传递和处理中,电源或信号源的电压或电流称为激励,它推动电路工作;由激励在电路各部分产生的电压和电流称为响应。电路分析,就是在已知



电路结构和元件参数的条件下,分析电路的激励与响应之间的关系。

在分析各种电路之前,先来介绍电路中的几个基本物理量,包括电流、电压及其相关的概念。它们是描述电路中能量转换和信号传递、处理的基本物理量。

1.1.1 电流

电荷的定向运动形成电流,物理中把正电荷运动的方向规定为电流的方向。电流的大小为单位时间内通过导体截面积的电量,即

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1.1.1)$$

式中, q 表示电荷量。

在国际单位制中,时间的单位为 s(秒),电量的单位为 C(库[仑]),电流的单位为 A(安[培])。常用的电流单位还有 kA(千安)、mA(毫安)、 μ A(微安)。

如果电流的大小和方向不随时间变化,则称其为恒定直流电流,如图 1.1.1(a)所示。根据国家标准,直流电流用大写字母 I 表示。如果电流的大小和方向随时间变化,则称其为交流电流,如图 1.1.1(b)所示,交流电流用小写字母 i 表示。其他的电路物理量如电压、功率等,也用同样的大小写的方式区分直流量和交流量。

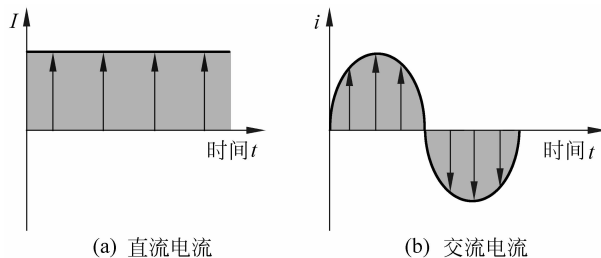


图 1.1.1 电流的大小与方向

1.1.2 电位

电位即电场中某一点的电势,它在数值上等于电场力把单位正电荷从电场中某点移到无限远处所做的功。电场无限远处的点电位为零,通常称之为参考点;而其他各点的电位都与参考点比较,比它高的为正,比它低的为负。工程上常选与大地相连的部件或者许多元件的公共节点作为参考点,并且标上接地符号“ $\perp$ ”,所谓“接地”并非真与大地相接。电路中 a 点的电位记作 V_a 。

1.1.3 电压

电压是描述电场力做功的物理量,也称电位差(或电势差)。电路中 a 、 b 两点之间的电压 U_{ab} 表示为单位正电荷由 a 点移动到 b 点所需要的能量,即

$$U_{ab} = V_a - V_b = \frac{dW}{dq} \quad (1.1.2)$$

式中, V_a 表示 a 点电位, V_b 表示 b 点电位, W 表示能量。国际单位制中, W 的单位为 J(焦[耳]),电压的单位是 V(伏[特])。常用的电压单位还有 kV(千伏)、mV(毫伏)、 μ V(微伏)。



通常直流电压用大写字母 U 表示。 U_{ab} 表示电路中 a 、 b 两点间的电压。

电压的方向,物理中规定为高电位端指向低电位端,也就是电位降低的方向。电源电动势 E 为电源力驱动单位正电荷的能力,其实际方向规定为在电源内部由低电位端指向高电位端,也就是电位升高的方向。

1.1.4 电流、电压的参考方向

电路中电流、电压等基本物理量的正方向分为实际正方向和假设正方向。实际正方向是物理中对电量规定的方向;假设正方向是在分析计算电路时,对电量人为规定的方向,假设正方向又称为参考正方向。

在分析较为复杂的电路时,往往很难判断某条支路中电压或电流的实际方向,为此在分析计算电路时,常可任意人为规定某一方向作为电压或电流的参考方向,即假设正方向(简称为正方向)。

电压的正方向一般用正负号或双下标来表示,如图 1.1.2(a)所示。图中 a 点的参考极性为正, b 点参考极性为负,以往也用箭头表示,由 a 端指向 b 端,即假设 a 端为高电位端, b 端为低电位端。

电流的正方向用箭头或双下标表示,如图 1.1.2(b)所示。

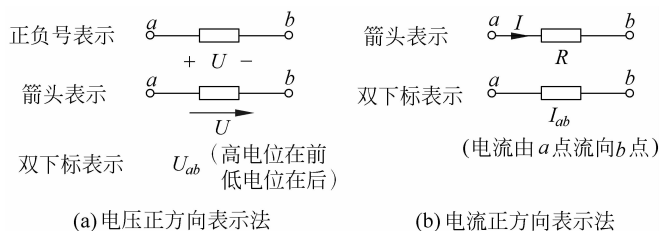


图 1.1.2 电压、电流正方向的表示法

参考正方向一旦设定,在后续的分析 and 计算过程中,都需要按照这个选定的方向来计算,而不能随意更改。此正方向不一定就是电压或电流的实际方向,若计算结果为正,说明该假设正方向与实际方向一致;若计算结果为负,说明假设正方向与实际方向相反。在电路中,电流和电压的假设正方向均可人为任意设定,二者可以一致,也可以不一致。如果二者一致,称为关联参考方向;如不一致,称为非关联参考方向,如图 1.1.3 所示。

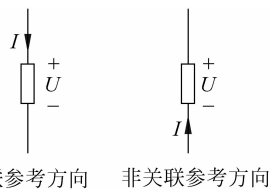


图 1.1.3 关联与非关联参考方向

本书中以后在分析电路时,若未加特别说明,图中表示的方向均为参考正方向。

1.1.5 电功率

电路中,电气设备在单位时间内所消耗的电能为电功率,用 P 表示,简称功率。根据功率和前面介绍的电压、电流的定义,可以知道功率的计算公式为

$$P = \frac{d\omega}{dt} = \left(\frac{d\omega}{dq} \right) \left(\frac{dq}{dt} \right) = ui \quad (1.1.3)$$



即功率为电路元件两端的电压和通过的电流的乘积。当电压和电流都为直流时,有

$$P = UI \quad (1.1.4)$$

国际单位制中,功率的单位是 W(瓦[特]),常用的功率单位还有 kW(千瓦)、mW(毫瓦)等。

电路元件在一段时间内消耗的电能用 W 表示:

$$W = Pt = UIt \quad (1.1.5)$$

式中, t 为时间。若设备的功率为 1kW,使用时间为 1h,则消耗电能为 1kW · h,也称为 1 度电。

在计算功率时,也必须注意电压和电流的方向问题,如 1.1.4 节中所述,如果电压和电流为关联参考方向(即电流沿着电压降低的方向流动)时,直接使用式(1.1.4)。但当电压和电流为非关联参考方向时,需要在式(1.1.4)的前面加上一个负号,此时

$$P = -UI$$

当正电荷沿着电压降低的方向移动时,会失去能量,即消耗电能。当正电荷沿着电压升高的方向移动时,会获得能量,即产生电能。图 1.1.4 所示为电压电流在不同参考方向的情况下功率的计算方法。

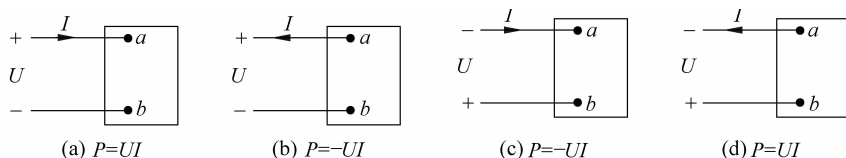


图 1.1.4 不同参考方向下功率的计算

所以,如果功率为正数($P>0$),说明方框中所含的元件或电路是消耗电能的,称之为负载;如果功率为负数($P<0$),说明它产生电能,称之为电源。

例如图 1.1.4(b)中,如果已知 $I=4\text{A}$, $U=-10\text{V}$,那么 a 、 b 两端之间的电路中,功率 $P=-UI=-(-10)\times 4=40(\text{W})$,所以方框中的电路以 40W 的功率消耗电能,是一个负载。

1.2 电阻、电感和电容元件

人们在实际生产和生活中为了实现某种应用目的,将各种电气设备和器件按一定的方式相互连接,就构成了电路。组成电路的电气设备和器件称为电路元件。发电机、电动机、电池、变压器、晶体管、电阻器、电容器等均为电路中常见的电路元件,它们种类繁多,各具不同的特性和用途。

一个实际电路元件往往呈现多种物理性质。以图 1.2.1 中的白炽灯为例,通常可以认为它是一个电阻元件。为了便于对各种实际元件进行分析和数学描绘,常采用将其理想化的处理办法,即把它近似地看作理想元件。例如上述的那个白炽灯,忽略其电感性质后就成为只具备电阻性质的元件了。由理想电路元件所组成的电路就是实际电路的电路模型。

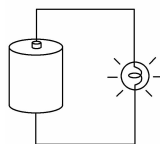


图 1.2.2 即为上述白炽灯电路的电路模型。今后所分析的电路都是 图 1.2.1 白炽灯电路



指电路模型,它给实际电路的分析和计算带来很大方便,是研究电路问题的常用方法。

在电路图中各种理想电路元件(常简称为电路元件)如电阻元件、电感元件、电容元件和电源元件等都用规定的图形符号表示,如图 1.2.3 所示。本节主要讨论电阻元件、电感元件、电容元件。

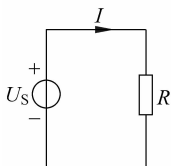


图 1.2.2 图 1.2.1 的电路模型

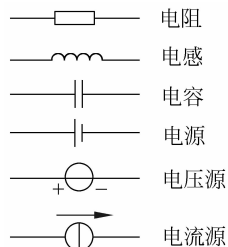


图 1.2.3 各种理想元件的电路符号

1.2.1 电阻

电阻元件是一种将电能转化为热能的理想电路元件,电流通过它时将受到阻力, R 表示电阻元件阻碍电流通过这一物理性质的参数。电阻的电路符号如图 1.2.4 所示。

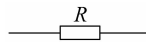


图 1.2.4 电阻的电路符号

电阻上的电压和电流符合欧姆定律:

$$u = Ri \quad (1.2.1)$$

国际单位制中,电阻的单位是 Ω (欧[姆]),其他的电阻单位还有 $k\Omega$ (千欧)、 $M\Omega$ (兆欧)。

与功率的计算一样,我们需要考虑电压和电流的方向关系。当电压和电流为关联参考方向时,如图 1.2.5(a)所示,可直接使用式(1.2.1)进行计算;而当电压和电流为非关联参考方向时,如图 1.2.5(b)所示,则需要在公式前面加上负号。

电阻元件中电压和电流的关系曲线称为伏安特性。如果电阻两端的电压与通过的电流成正比,其伏安特性为通过坐标原点的一条直线,如图 1.2.6(a)所示,则说明 R 是一个常数,这种电阻称为线性电阻。如电阻上的电压和电流值不成正比,它的伏安特性不是一条直线,参数 R 就不是一个常数,这种电阻称为非线性电阻。非线性电阻的阻值随电压、电流而变化。二极管是一个比较典型的非线性电阻,其伏安特性如图 1.2.6(b)所示。在电工学课程中,电路中出现的电阻主要是线性电阻。

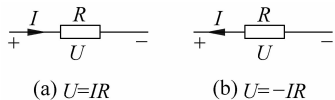


图 1.2.5 欧姆定律的计算

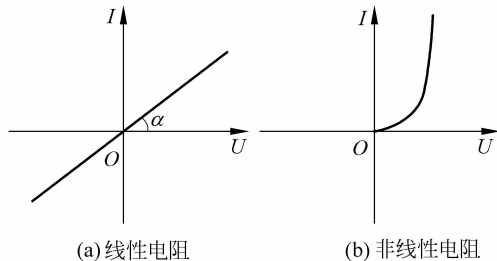


图 1.2.6 电阻的伏安特性



电阻是耗能元件,其消耗的电功率为

$$P = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R \quad (1.2.2)$$

【案例】 人体电阻

我们经常会看到“高压危险”这样的警示牌,这是因为人体也有电阻。所谓“触电”就是指人体被接入到电路中时,由于电源电压作用,在人体产生电流,从而出现有可能导致人身伤亡的事故。

一般在干燥环境中,人体电阻大约在 $2\text{k}\Omega \sim 20\text{M}\Omega$ 范围内;皮肤出汗时,约为 $1\text{k}\Omega$;皮肤有伤口时,约为 800Ω 。人体触电时,皮肤与带电体的接触面积越大,人体电阻越小。

人体电阻也不是一个固定的数值。一般认为干燥的皮肤在低电压下具有相当高的电阻,约 $100\text{k}\Omega$;当电压在 $500 \sim 1000\text{V}$ 时,这一电阻便下降为 1000Ω 。

表皮具有这样高的电阻是因为它没有毛细血管。手指某部位的皮肤还有角质层,角质层的电阻值更高,而不经常摩擦部位的皮肤的电阻值是最小的。皮肤电阻还同人体与带电体的接触面积及压力有关。当表皮受损暴露出真皮时,人体内因布满了输送盐溶液的血管而具有很低的电阻。

触电的时候,真正对人体造成伤害的其实并不是电压,而是由于在电压的作用下,流过人体的电流。

最普通的电伤害是对神经系统的伤害。神经传导使用的是电化学信号,电流可能破坏这些信号。当电流只是流过骨骼及肌肉时,会产生包括暂时麻痹(神经信号停止)或不自觉的肌肉收缩,这些危害一般不会危及生命。然而,当电流流过包含控制大脑供氧的神经和肌肉时,就会威胁生命。这些肌肉的暂时麻痹可能使人停止呼吸,而且忽然的肌肉收缩可能破坏控制心跳的信号,造成流向大脑的供氧血液暂停。除非立刻得到急救,否则几分钟之内就会引起死亡。表 1.2.1 列出了通过事故数据分析得到的不同大小电流作用下会造成的生理反应。

表 1.2.1 不同电流下人体的生理反应

生理反应	电流/mA
仅仅能感觉	3~5
极端痛苦	35~50
肌肉麻痹	50~70
心跳停止	500

图 1.2.7(a)表现了当人体触电时的情况,当手臂和腿意外碰到了电源两端时,人体会有电流流过。将人体简化成如图 1.2.7(b)所示的电阻模型,手臂、腿、颈部和躯干各有不同的电阻,此时电流会流过躯干部分,因此也会流过心脏,这就存在致死的危险。

通电回路包含电源电压 U 、手臂电阻 R_A 、躯干电阻 R_T 、腿部电阻 R_L ,其电路模型如图 1.2.7(c)所示。如果电源电压 $U=220\text{V}$,通电回路的全部人体电阻 $R=500\Omega$,由欧姆定律,此时的触电电流 $I=\frac{U}{R}=\frac{220}{500}=0.44(\text{A})=440(\text{mA})$,参照表 1.2.1 可知此电流已大大

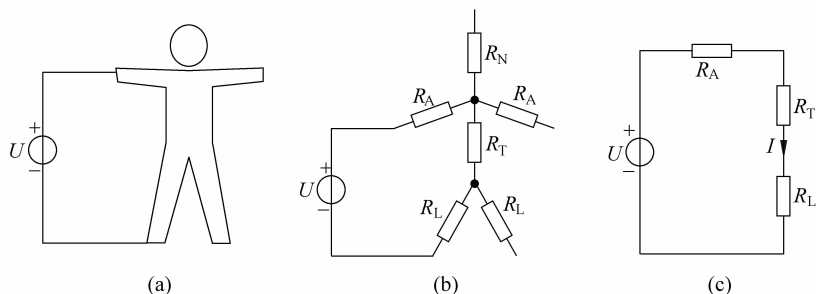


图 1.2.7 人体触电情况的示意图和电路模型

强于使人肌肉麻痹的数值,几乎足以使心脏停止跳动,造成生命危险。

1.2.2 电感元件

电感元件是一种实现电能与磁场能量相互转换的理想的两端元件。电流产生磁场,磁通 Φ 是描述磁场的物理量。通常我们用导线制成线圈以增强线圈内部的磁场。当线圈通入电流 i 时,设每匝线圈中产生的磁通为 ϕ ,线圈总匝数为 N 。如 $N\Phi$ 与通过它的电流 i 成正比,其比例系数为常数,定义为电感 L (自感系数),即

$$L = \frac{N\Phi}{i} \quad (1.2.3)$$

Φ 的单位为 Wb(韦[伯]), i 的单位为 A。上式称为韦-安特性,如特性在 Φ - i 坐标平面内为一条通过原点的直线,这种二端元件称为线性电感,如图 1.2.8(a) 所示;反之,当电感线圈中插入铁芯, $N\Phi$ 与 i 就不成正比了,则称其为非线性电感,如图 1.2.8(b) 所示。在国际单位制中, L 的单位为 H(亨利),还有 mH(毫亨)和 μH (微亨)。 $1\text{H}=1\text{Wb}/\text{A}=10^3\text{mH}=10^6\mu\text{H}$ 。

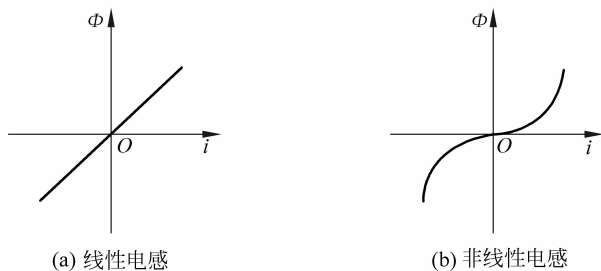


图 1.2.8 韦-安特性曲线

图 1.2.9 所示的线圈共有 N 匝,根据电磁感应定律,当线圈中电流随时间变化时,将产生自感电势 e_L 。通常规定 e_L 的参考方向和磁通 Φ 的参考方向符合右手螺旋关系, i 的参考方向也和 Φ 的方向符合右手螺旋关系,因此 e_L 和 i 的参考方向是相同的。

因此可得线圈中感应电势为

$$e_L = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (1.2.4)$$

磁通是由通过线圈的电流 i 产生的,当线圈中没有铁磁材

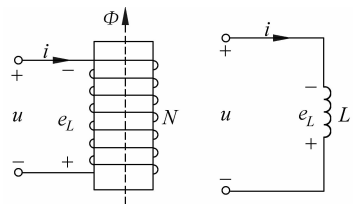


图 1.2.9 电感线圈电路



料时,则 Φ 与 i 是正比的关系,所以将式(1.2.3)代入式(1.2.4)得

$$e_L = -L \frac{di}{dt} \quad (1.2.5)$$

根据图 1.2.9,可知电感中电压和电流的关系为

$$u = -e_L = L \frac{di}{dt} \quad (1.2.6)$$

上两式表明,当电流变化率 $\frac{di}{dt} > 0$ 时,感应电势 e_L 为负值,即实际方向与参考方向相反,是反电动势;当 $\frac{di}{dt} < 0$ 时,感应电势 e_L 为正值,即实际方向与参考方向相同,为正电动势。这

充分显示了感应电势具有阻碍电流变化的性质。在恒定直流电路中,由于 $\frac{di}{dt} = 0$,所以感应电势为 0,电感电压为 0,所以在直流稳态电路中电感元件相当于短路。

电感是储存磁场能量的元件,若将式(1.2.6)两边乘以电流 i 并对时间进行积分,则得到一个关于电感储存的能量的表达式:

$$W_L = \int_0^t ui dt = L \int_0^i i di = \frac{1}{2} Li^2 \quad (1.2.7)$$

1.2.3 电容元件

电容元件是储存电荷的容器,可以将外部的电能转换为内部电场能量的储存。

在两片金属板中间隔以电解质就构成了一个简单的电容器。如果忽略了中间电解质的漏电现象,可以将其看作是一个理想的电容元件。

由物理学可知:当在电容器的两个极板上加电压 u 时,如图 1.2.10 所示,会在两个金属极板上分别感应出等量的正、负电荷,形成电场,电荷量 q 与所加电压 u 的大小成正比,即

$$q = Cu \quad (1.2.8)$$

式中的比例系数 C 称为电容元件的电容量,是电容元件的参数,表征电容存储电荷能力的物理性质。当 C 为常数时,其在 $q-u$ 坐标平面的关系曲线如图 1.2.11(a)所示,为一条通过坐标原点的直线,此两端元件为线性电容;反之,则为非线性电容,如图 1.2.11(b)所示。电容的单位是 F(法[拉]),工程上常用单位是 μF (微法)或 pF (皮法)。

当电容的端电压 u 变化时,极板上的电荷量也会变化,形成电容电流

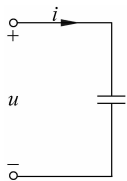


图 1.2.10 电容元件电路

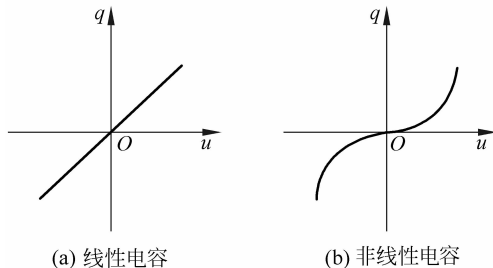


图 1.2.11 电容的伏安特性曲线



$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (1.2.9)$$

即电容电流与电容电压的变化率成正比,与电压瞬时值的大小和方向均无关。如果电容两端的电压恒定不变,即 $\frac{du}{dt} = 0$, 则 $i = 0$, 所以电容元件在直流电路中相当于断路。

将式(1.2.9)两端同时乘以 u 并对时间积分可得到关于电容能量的表达式

$$W_C = \int_0^t ui \, dt = C \int_0^u u \, du = \frac{1}{2} Cu^2 \quad (1.2.10)$$

与电感元件相对应,电容从电源吸取能量并储存在电容的电场中。电容电压增加时,电容从电源吸取能量,电场能量增加,称之为电容充电过程;电容电压减小时,电容将储存在电场中的能量返还给电源,电场能量减小,称之为电容放电过程。

尽管电容元件和电感一样在某一段时间可以放出能量返还给电路,但是它们都不能独立产生电能,因此它们都是无源元件。电阻、电感和电容元件通常称为 R 、 L 、 C 元件。

1.3 独立电源装置

能将其他能量转换为电能,并能给电路提供电能的元件称为电源元件。电源元件分为独立电源和受控电源两大类。能独立地为电路提供能量而不受其他支路电压电流控制的电源称为独立电源;反之,向电路提供的能量受其他支路电压或电流控制的则称为受控电源。本节只讨论独立电源。

独立电源可以用两种不同的电路模型来表示,一种是用电压形式来表示,称为电压源;一种是用电流的形式来表示,称为电流源。

1.3.1 电压源

一个实际电源,我们可用一个电动势 E_S 和内阻 R_0 相串联来等效代替,如图 1.3.1 所示(虚线方框部分),称之为电压源。

设电压源两个输出端之间的电压为 U ,流出的电流为 I ,则根据所示电路,可得出

$$U = E_S - R_0 I \quad (1.3.1)$$

由此式可以画出电压源的外特性曲线,如图 1.3.2 所示。其特性曲线的斜率取决于内阻 R_0 的大小,电源内阻 R_0 越小,则该直线越平。当 $R_0 = 0$ 时,输出电压不变,其值恒等于电动势,这样的电源称为理想电压源或恒压源。

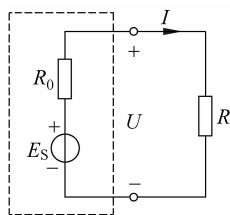


图 1.3.1 电压源电路

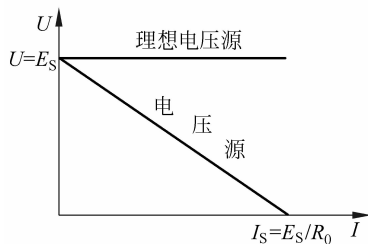


图 1.3.2 电压源和理想电压源的外特性曲线



理想电压源有两个重要特点:

(1) 两输出端的电压恒定不变,即 $U \equiv E_s$ 。因此在恒压源两输出端间并联任何元件,输出电压将不受影响。

(2) 恒压源中的电流由外电路决定。

1.3.2 电流源

如果将式(1.3.1)两端除以 R_0 , 则得 $\frac{U}{R_0} = \frac{E_s}{R_0} - I$, 即

$$I_s = \frac{U}{R_0} + I \quad (1.3.2)$$

于是,式(1.3.2)可以与另外一个电路模型相对应,如图 1.3.3 所示(图中虚线框部分),称之为电流源。其中 I_s 为电流源的恒定电流, R_0 为电流源的等效内阻。设电流源两端的输出电压为 U ,流出的负载电流为 I 。

由式(1.3.2)可以作出电流源的外特性曲线,如图 1.3.4 所示。电源内阻越大,则直线越陡,当 $R_0 = \infty$ 时,电流 I 为一恒定值,这样的电源称为理想电流源或恒流源。

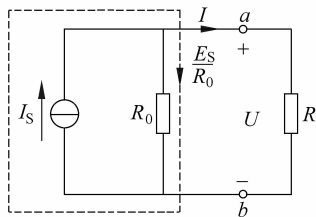


图 1.3.3 电流源电路

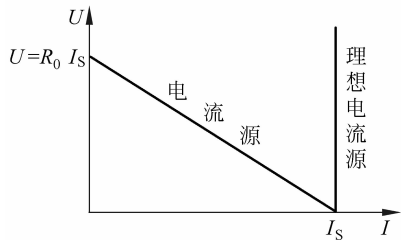


图 1.3.4 电流源和理想电流源的外特性曲线

理想电流源也有两个重要特点:

(1) 输出的电流恒定不变,并且与其端电压的大小和方向无关,即 $I \equiv I_s$ 。因此和恒流源串联的任何元件,其中的电流大小将不受影响。

(2) 两端的电压的大小、方向由外电路决定。

1.3.3 电压源与电流源的等效变换

不管是电压源还是电流源,只要能给负载提供相等的电压和电流(即两者的外特性相同),两种电源对负载的作用便是一样的。电压源的外特性和电流源的外特性是相同的,如图 1.3.2 和图 1.3.4 所示。所以电压源和电流源这两种电路模型相互间等效,可以进行等效变换。等效变换的公式可以由式(1.3.1) $U = E_s - R_0 I$ 和式(1.3.2) $I_s = \frac{U}{R_0} + I$ 比较得出,

即 $E_s = I_s R_0$ 或 $I_s = \frac{E_s}{R_0}$, 注意在两种电源等效变换中 R_0 的值不变。实际上凡是理想电压源

E 与电阻串联的电路都可以和理想电流源 I_s 与电阻并联的电路等效互换,如图 1.3.5 所示。电路的等效变换有时能使复杂电路变得简单,更便于分析计算。

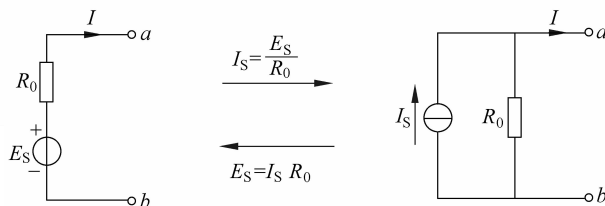


图 1.3.5 电压源与电流源的等效变换

注意事项:

(1) “等效”是指“对外”等效(等效互换前后对外伏安特性一致),对电源内部是不等效的。例如当外电路开路时电压源模型中无电流,而电流源模型中仍有内部电流,此时电压源不发出功率,电阻 R_0 也不吸收功率;而在等效的电流源中,恒流源发出功率,内阻 R_0 中消耗功率。

(2) 注意转换前后 E_S 和 I_S 的方向,即电压源的正极性端应与电流源的电流流出端相对应,即变换后电源内部电位升高方向与 I_S 方向一致。

(3) 恒压源与恒流源不能等效变换。因为对理想电压源来讲,其内阻 $R_0 = 0$,其短路电流 $I_S = \frac{E}{R_0} = \infty$,对理想电流源来讲,其内阻 $R_0 = \infty$,其开路电压 $E = I_S R_0 = \infty$,显然都是不存在的,所以不存在互换的条件。

(4) 进行电路计算时,和恒压源串联的电阻与和恒流源并联的电阻均可参与等效变换, R_0 并不一定局限于电源的内阻。

(5) 同种电源的合并。如图 1.3.6(a)所示,两个电压源串联时,可以等效为一个电压源,其电压为 $U_S = U_{S1} + U_{S2}$;如图 1.3.6(b)所示,两个电流源并联时,可以等效为一个电流源,其电流为 $I_S = I_{S1} + I_{S2}$ 。如果图 1.3.6 中两个电压源或两个电流源参考方向不一致时,则应相减。

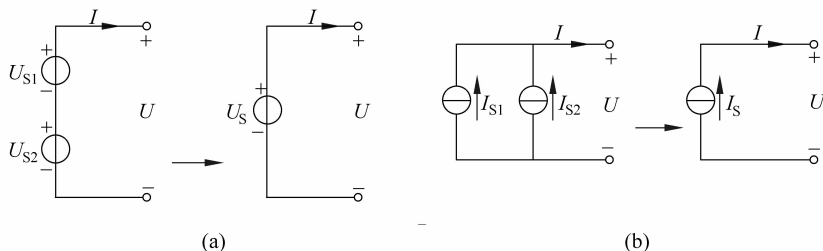


图 1.3.6 同种电源的合并

【例 1.3.1】 试用电压源与电流源等效变换的方法计算图 1.3.7(a)中电阻 R_5 上的电流 I 。

【解】 根据图 1.3.7 的变换次序,最后化简为图 1.3.7(d)的电路,由此可得

$$I = \frac{E_d - E_4}{R_d + R_5 + R_4}$$

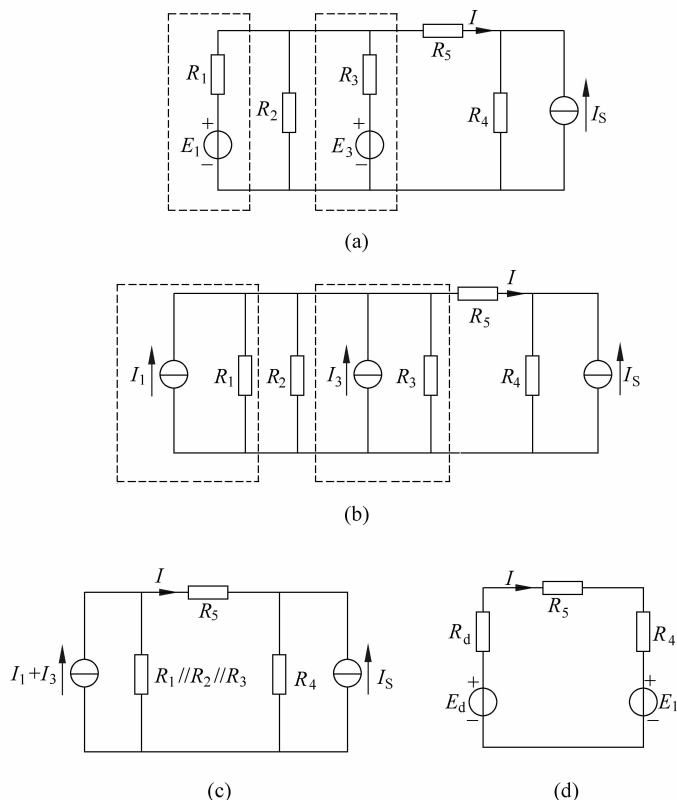


图 1.3.7 例 1.3.1 的图

1.4 电路的工作状态

下面以实际电压源为例,分别讨论电路有载工作、开路与短路时的三种工作状态和几个电路中的概念问题。

1.4.1 电路有载工作

将图 1.4.1 中的开关合上,接通电源与负载,电源向负载输出电流,电路开始功率转换,这就是电路的有载工作状态。

由欧姆定律可知,此时负载电阻 R 两端的电压 $U=RI=9\times 1=9(\text{V})$,这也是电源对外输出的电压,又称为电源的端电压。

电源端输出电压(即负载端电压)小于电源电动势,两者之差为电流通过电源内阻所产生的电压降 $R_0I=1\times 1=1(\text{V})$ 。

电源输出的功率,即负载消耗的功率

$$P = RI^2 = 9 \times 1^2 = 9(\text{W})$$

电源产生的功率

$$P_E = -EI = -10 \times 1 = -10(\text{W})$$

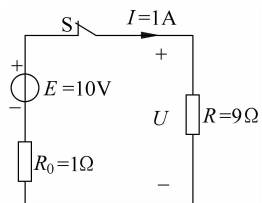


图 1.4.1 电路有载工作



电源内阻上消耗的功率

$$P_{\Delta} = R_0 I^2 = 1 \times 1^2 = 1(\text{W})$$

根据能量守恒原理,整个电路产生和消耗的功率平衡:

$$P + P_E + P_{\Delta} = 0$$

为了保证电路可靠经济地运行,各种电气设备的铭牌上都要标出一些数值,如电压、电流、功率等。这些数值称为额定值,是制造厂对电气设备运行在最可靠、最经济状态下的使用规定条件。例如灯泡上标记 220V、40W,就说明如果将灯泡接入电压为 220V 的电源上时,吸收的电功率为 40W,这就是它的额定电压和额定功率。额定值一般加以下标 N 来表示,如额定电压 U_N 、额定电流 I_N 、额定功率 P_N 等。

若电气设备超过额定值运行,则会减少其使用寿命,甚至造成设备毁坏和人身伤害的严重事故。反之,如果外加在电气设备上的电压和电流远低于额定值,电气设备不仅得不到正常合理的工作状态,也不能充分利用设备资源,从而降低经济效益。

【例 1.4.1】 有一额定值为 5 W、500Ω 的线绕电阻,其额定电流为多少? 在使用时能否接入电压为 80V 的电路中?

【解】 由电阻的功率计算公式可知 $P_N = RI_N^2$,根据额定功率和电阻值可以求出额定电流,即

$$I_N = \sqrt{\frac{P_N}{R}} = \sqrt{\frac{5}{500}} = 0.1(\text{A})$$

额定电压

$$U_N = RI_N = 500 \times 0.1 = 50(\text{V})$$

由于 $U_N < 80\text{V}$,在使用时工作电压不得超过额定电压,否则会烧毁设备,因此不能接入此电路中。

供电设备(即电源)在额定值下工作时称为额定工作状态或满载运行;若低于额定值,则称为轻载工作状态或轻载运行。

电气设备在实际运行时,工作的电压、电流和功率由于电网电压波动和负载大小变化等外界影响,并不一定总是工作在额定工作状态下,所以其数值不一定总等于额定值。如标记 220V、40W 的灯泡,当电网电压波动为略低于 220V 时,其实际消耗的电功率也会低于额定功率 40W。

1.4.2 电路开路

在图 1.4.2 所示的电路中,当开关断开时,电路处于开路状态。开路时外电路的电阻对电源来说等于无穷大,因此电路没有电流。这时电源的端电压 U_0 (也称为开路电压或空载电压)等于电源电动势 E ,电源不输出电能。

如上所述,电源开路时的特征可用下列各式表示:

$$I = 0$$

$$U_0 = E$$

$$P = 0$$

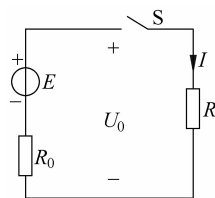


图 1.4.2 电路开路



1.4.3 电路短路

当电路中不同电位的两点用导线直接相连时,这两点之间的电压降为零,这种情况称为短路。如图 1.4.3 所示的是电源短路的情况,此时,电源的两端被直接接在一起,电流不经过负载而是直接从电源正极经过短路点流回负极,因而电源的负载电阻为零,负载端电压为零,电源产生的电功率全部被内阻所消耗,此时的电流称为短路电流,用 I_s 表示。

如上所述,电源短路时的特征可用下列各式表示:

$$U = 0$$

$$I = I_s = \frac{E}{R_0}$$

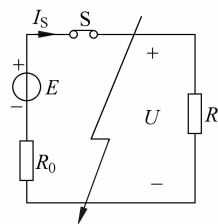


图 1.4.3 电路短路

在电力工程中,若电源短路,因为电源内阻很小,所以短路电流 I_s 很大,会远远超过额定值,从而引起严重事故,因此应尽量预防。为了防止短路事故所造成的后果,通常都要在电路上装入短路保护装置,以便发生短路时能迅速地将有故障的电路自动切断。不过,在某些特殊的情况下,还要利用短路现象,如在控制系统中,常利用短路产生控制信号。

在电子线路中,通常可以不画出电源,将电源的一端表示接“地”,而只在其连接正极的一端标出它对地的电位值。以图 1.4.4 为例, a 点为参考点,则 $V_a = 0$,由于恒压源的作用,有

$$V_b = V_a + 12 = 12(\text{V})$$

由欧姆定律可知

$$U_1 = 3 \times 1 = 3(\text{V}), \quad U_2 = 9 \times 1 = 9(\text{V})$$

因此

$$V_c = V_b - U_1 = 12 - 3 = 9(\text{V})$$

或

$$V_c = V_a + U_2 = 0 + 9 = 9(\text{V})$$

因此,图 1.4.4 所示电路可以简化为图 1.4.5 所示电路。

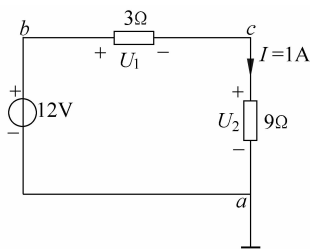


图 1.4.4

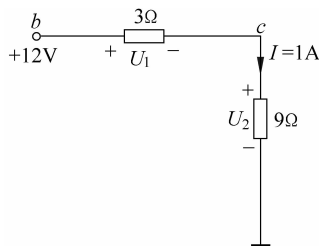


图 1.4.5 图 1.4.4 的简化电路

图 1.4.4 中,如果参考点为 b 点,则

$$V_b = 0, \quad V_a = -12\text{V}, \quad V_c = V_b - U_1 = -3\text{V}$$

由此例可以得出以下结论:

- (1) 电路中某一点的电位等于该点与参考点(电位为 0)之间的电压。
- (2) 电路中各点的电位值是相对值,它是相对于参考点而言的,参考点选得不同,电路



中各点的电位也将随之改变。

(3) 电路中每两点间的电压值是绝对的,不会因为参考点的不同而发生改变。

(4) 电路中电位和电压值的大小与计算时所选路径无关。

1.5 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律是电路分析中最常用的基本定律,不仅适用于直流电路也适用于交流电路,它包括基尔霍夫电流定律(简称 KCL)和基尔霍夫电压定律(简称 KVL),主要用来描述电路中各部分电流、各部分电压间的关系。基尔霍夫电流定律是针对节点的,基尔霍夫电压定律是针对回路的。这两个定律都是以大量的实验为基础,且经过无数的实践所证明了的。

在讨论基尔霍夫定律以前,先就图 1.5.1 所示电路介绍几个电路结构的名词。

(1) 支路: 电路中一个或一个以上元件首尾相连形成的分支。一条支路流过一个电流,图 1.5.1 电路中共有 6 条支路。支路中如含有电源,则称为含源支路;支路中没有电源,则称为无源支路。

(2) 节点: 三个或三个以上支路的连接点叫做节点。图 1.5.1 中共有 4 个节点,分别是 a 、 b 、 c 、 d 。

(3) 回路: 电路中由支路组成的任一闭合路径称为回路。图 1.5.1 中共有 7 个回路,分别是 $abda$ 、 $bcd b$ 、 $abcda$ 、 $abca$ 、 $adca$ 、 $abdca$ 、 $adbca$ 。

(4) 网孔: 内部不含支路的回路,即不能再分的最简回路。图 1.5.1 中共有 3 个网孔,分别是 $abda$ 、 $bcd b$ 、 $adca$ 。

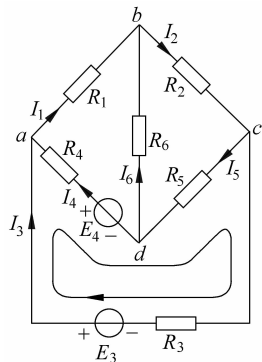


图 1.5.1 电路举例

1.5.1 基尔霍夫电流定律(KCL)

基尔霍夫电流定律(KCL)的内容是: 对于电路中的任一节点,在任一瞬间流入节点的电流等于由该点流出的电流。电流的这一性质也称为电流连续性原理,是电荷守恒的体现。

在图 1.5.2 所示电路中,可写出

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 \quad (1.5.1)$$

或将上式改写成

$$I_1 + I_3 - I_2 - I_4 = 0$$

即

$$\sum I = 0 \quad (1.5.2)$$

就是指在任一瞬间,任一节点上电流的代数和恒等于零。若规定流入节点的电流项前为“+”号,流出节点的电流项前则应为“-”号,反之也一样。

KCL 不仅适用于电路中的任一节点,也可推广到包围部分电路的任一闭合面(可将任一闭合面缩为一个节点)。例如图 1.5.3 所示电路中,可将虚线所围的闭合面看作广义节点,它的内部有三个节点 B 、 C 、 D ,应用电流定律可以列出下列三个节点电流方程:

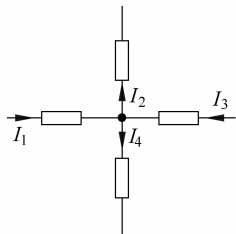


图 1.5.2 节点

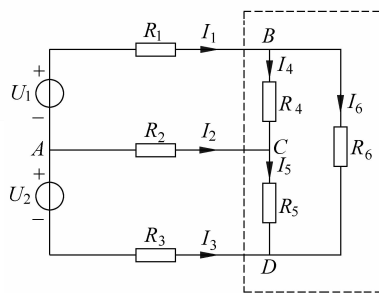


图 1.5.3 电路中的闭合面

$$I_1 = I_4 + I_6$$

$$I_2 + I_4 = I_5$$

$$I_3 + I_5 + I_6 = 0$$

将上述三式左右两边分别相加,即得

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

可见,在任一瞬间,通过任一闭合面的电流的代数和也恒等于零。

1.5.2 基尔霍夫电压定律(KVL)

基尔霍夫电压定律(KVL)的内容是:从回路中任意一点出发,以顺时针方向或逆时针方向沿回路绕行一周,则在这个方向上的电位降之和应该等于电位升之和,或者说回路中各段电压的代数和为0。

以图 1.5.3 所示回路为例,列出相应回路的方程,在回路 ABCA 中,选择顺时针的绕行方向,根据电流的参考方向可列出

$$R_1 I_1 + R_4 I_4 = R_2 I_2 + U_1 \quad (1.5.3)$$

或将上式改写为

$$R_1 I_1 + R_4 I_4 - R_2 I_2 - U_1 = 0$$

即

$$\sum U = 0 \quad (1.5.4)$$

这就是在任一瞬间,沿任一回路绕行方向(顺时针方向或逆时针方向),回路中各段电压的代数和恒等于零。如果规定电位降取正号,则电位升就取负号,反之也可以。

注意应用 KVL 时,首先要标出各部分的电流、电压或电动势的参考方向,列电压方程时,一般约定电阻的电流方向和电压方向取关联方向。

KVL 不仅适用于闭合电路,也可推广到开口电路。以图 1.5.4 所示的两个电路为例,根据基尔霍夫电压定律和所选定的绕行方向来列出方程。

对图 1.5.4(a)所示电路,可列出

$$\sum U = U_A - U_B - U_{AB} = 0$$

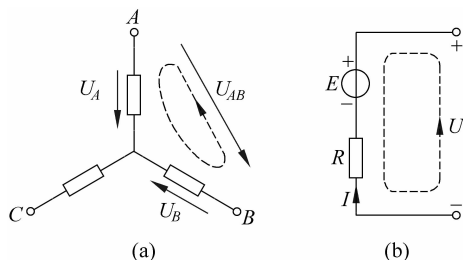


图 1.5.4 基尔霍夫电压定律的推广应用



或

$$U_{AB} = U_A - U_B$$

对图 1.5.4(b)所示电路,可列出

$$E - U - RI = 0$$

或

$$U = E - RI$$

这也就是一段有源支路的欧姆定律的表示式。

【例 1.5.1】 有一闭合回路如图 1.5.5 所示,已知: $E_1 = 5\text{V}$, $E_2 = 3\text{V}$, $U_3 = -2\text{V}$, $U_5 = 4\text{V}$, $U_6 = 1\text{V}$,试求: (1) U_4 ; (2) U_{AB} 。

【解】 (1) 由 KVL,沿如图回路顺时针方向,可列出

$$E_1 + U_6 + U_4 - U_3 - E_2 - U_5 = 0$$

则

$$U_4 = U_3 + E_2 + U_5 - E_1 - U_6 = -2 + 3 + 4 - 5 - 1 = -1(\text{V})$$

(2) 对开口回路 $A-U_6-E_1-U_4-B-U_{AB}-A$,由 KVL,沿顺时针方向,可列出

$$U_{AB} = U_6 + E_1 + U_4 = 1 + 5 - 1 = 5(\text{V})$$

【例 1.5.2】 求图 1.5.6 中电流 I_1 、 I_2 。

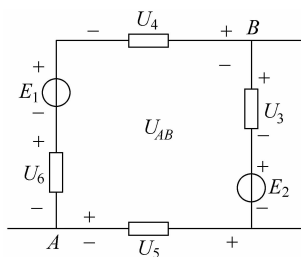


图 1.5.5 例 1.5.1 的电路

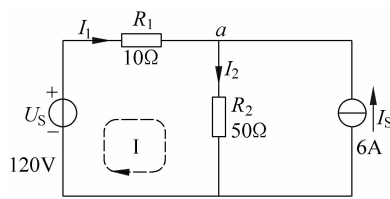


图 1.5.6 例 1.5.2 的电路

【解】 对节点 a ,由 KCL 可列出

$$I_1 - I_2 + I_S = 0$$

即

$$I_1 - I_2 = -I_S = -6(\text{A})$$

选择回路 I 顺时针方向绕行一周,根据欧姆定律选取电阻上电压降与电流同方向(即关联参考方向),由 KVL 可列出

$$120 - 10I_1 - 50I_2 = 0$$

根据上述两式可解得

$$I_1 = -3\text{A}, \quad I_2 = 3\text{A}$$

1.6 简单电阻电路

电路中电阻的连接形式是多种多样的,其中最简单最常用的是串联和并联。



1.6.1 电阻的串联

如果电路中两个或两个以上的电阻一个接一个地顺序相连,且在这些电阻上通过同一电流,则称这些电阻是串联的。

图 1.6.1(a)中,电阻 R_1 和 R_2 组成串联电路,图 1.6.1(b)是它的等效电路,它们的等效关系为

$$R = R_1 + R_2$$

两个串联电阻上的电压分别为

$$\begin{cases} U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \\ U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U \end{cases} \quad (1.6.1)$$

式(1.6.1)称为串联电阻的分压关系。

电阻串联的应用很多,如与负载串联一个限流电阻,用来限制负载中通过过大的电流;又如与负载串联一个降压电阻,用以降落一部分电压,以保证加于负载的电压不大于负载的额定电压。另外,为了得到不同的输出电压,可以改变串联电阻的大小,电阻的串联是电路中常见的连接形式之一。

1.6.2 电阻的并联

如果电路中两个或两个以上的电阻连接在两个公共节点之间,且各电阻两端的电压相等,则称这几个电阻是并联的。

图 1.6.2(a)中,电阻 R_1 和 R_2 组成并联电路,图 1.6.2(b)是它的等效电路,它们之间的等效关系为

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

电阻的倒数通常称为电导,用 G 表示,其单位是 S(西[门子])。如用电导表示,则上式为

$$G = G_1 + G_2$$

两个并联电阻上的电流分别为

$$\begin{cases} I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \\ I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \end{cases} \quad (1.6.2)$$

上式称为并联电阻的分流关系。

并联电路也有着广泛的应用,有时为了某种需要,可将电路中的某一段与电阻或变阻器并联,以起分流和调节电流的作用,它同样也是电路连接的常见形式之一。

【例 1.6.1】 利用电阻等效变换和分压分流关系,求如图 1.6.3 所示电路中的 I 、 I_1 和 I_2 。

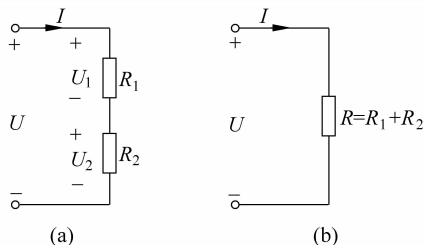


图 1.6.1 两电阻串联电路及其等效电路

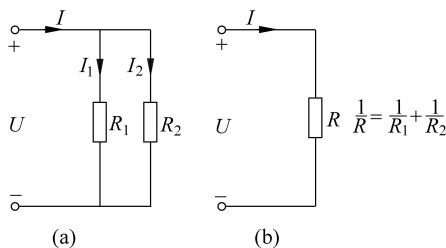


图 1.6.2 电阻的并联电路及其等效电路

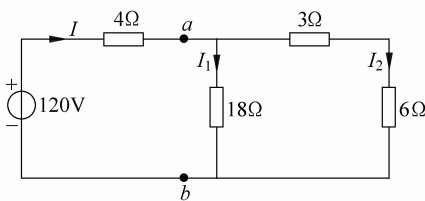


图 1.6.3 例 1.6.1 的电路

【解】 由电路图可知, 3Ω 和 6Ω 的电阻为串联关系, 其总电阻为 $3 + 6 = 9(\Omega)$, 如图 1.6.4(a)所示。 18Ω 和 9Ω 的电阻为并联关系, 其总电阻为 $\frac{18 \times 9}{18 + 9} = 6(\Omega)$, 如图 1.6.4(b)所示。 4Ω 和 6Ω 的电阻为串联关系, 接在 120V 电压源上, 由欧姆定律可知

$$I = \frac{120}{4 + 6} = 12(\text{A})$$

由图 1.6.4(a)中, 由 18Ω 和 9Ω 电阻的并联分流关系, 可知

$$I_1 = \frac{9}{18 + 9} \times 12 = 4(\text{A})$$

$$I_2 = \frac{18}{18 + 9} \times 12 = 8(\text{A})$$

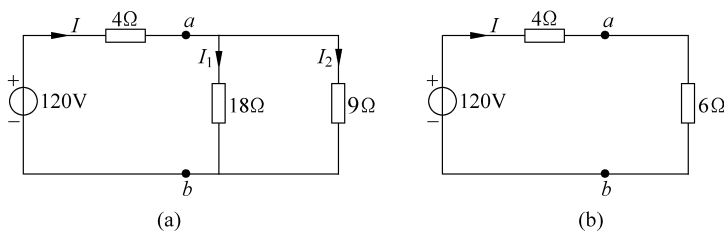
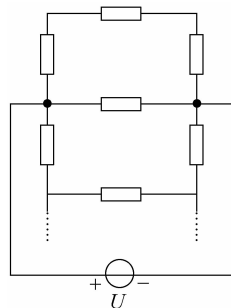


图 1.6.4 例 1.6.1 的等效电路

【案例】 汽车后窗玻璃除霜器

汽车的后窗上都有一条条横线, 摸摸这条横线, 你会发现这是张粘在玻璃上的薄膜。司机是从驾驶室上方的反光镜中观察车后面的情况的。冬天在车内比车外暖和, 后窗玻璃容易产生水汽或结霜。反光镜映出后窗上白茫茫一片, 司机就看不清后面的情况, 这是十分危险的。于是人们想出办法, 把后窗做成双层的, 并粘上导电薄膜。导电薄膜上的横线就是电阻丝, 通过电阻丝发热, 就可以达到除霜的目的。通电后, 玻璃温度升高, 玻璃上不会产生水汽或霜, 消除了事故隐患。

除霜器要兼顾水平方向和垂直方向, 因此其中的电阻丝排列如图 1.6.5 所示, 在电路中是既有串联, 也有并联的。





1.7 叠加定理

由线性元件及独立电源组成的电路称为线性电路。在多个电源共同作用的线性电路中,每个元件的电流或电压都是由这些电源共同作用产生的。由于线性电路中的任何一个电流或电压与电源之间都是线性关系,用数学的方式描述都是线性代数方程,而线性方程具有可加性。在电路分析中,这种叠加性可以叠加定理的形式来表达。

叠加定理的内容是:线性电路中有多个电源时,任一电流或电压都可以看成是由电路中每一个电源单独作用时在此所产生的电流或电压的代数和。

当某个电源单独作用时,其他电源不起作用(对理想电压源来说,令其两端电压为零,即短路;对理想电流源来说,令其输出电流为零,即开路)。但电源如有内阻应保留在电路中。

例如图 1.7.1(a)所示电路有两个电源,电路由电阻和独立电源组成,是线性电路。因此,两个电源共同作用产生的电流或电压可使用叠加定理,应等于图 1.7.1(b) U_S 单独作用和图 1.7.1(c) I_S 单独作用时产生的对应电流或电压的代数和。

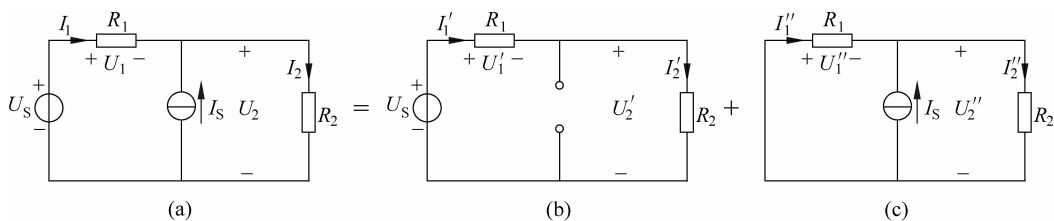


图 1.7.1 叠加定理

根据叠加定理,图 1.7.1 所示电路中

$$I_1 = I'_1 + I''_1, \quad I_2 = I'_2 + I''_2, \quad U_1 = U'_1 + U''_1, \quad U_2 = U'_2 + U''_2$$

用叠加定理计算复杂电路,就是把一个多电源的复杂电路化为几个单电源的简单电路来进行计算。

由于功率与电流不是线性关系,因此功率的计算不能使用叠加定理。如以图 1.7.1(a)中电阻 R_1 的功率为例,显然

$$P_1 = R_1 I_1^2 = R_1 (I'_1 + I''_1)^2 \neq R_1 I'^2_1 + R_1 I''^2_1$$

【例 1.7.1】 用叠加定理求解图 1.7.2(a)中 I 的值。

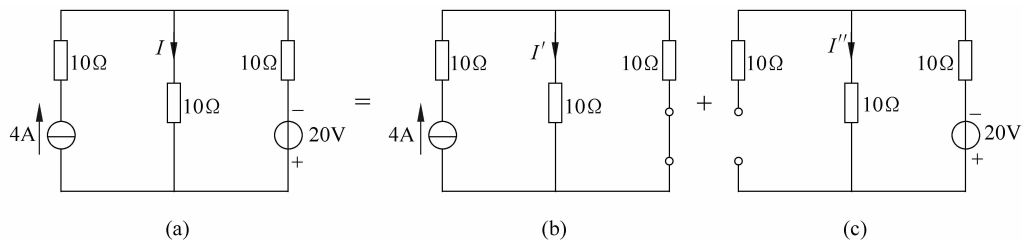


图 1.7.2 例 1.7.1 的电路图