

第 5 章 有限能源供应条件下的发电

5.1 引言

本章去除了经济调度和机组组合问题中燃料供应是没有限制的假设。同时,本章也加入了对水力发电厂的水能限制。通过市场采购燃料会存在购买量以及价格波动的风险,同时也存在其他的一些风险因素。燃料供应商希望将风险转移到买家身上;相对地,买家也想让供应商来承担风险。许多燃料合同都要求卖家做出保证,即出售的资源不被收取仓储费。水电设施同样受限于水库容量,还受到水上航行或者灌溉的流量限制,还有满足安全要求的水位等级改变的限制等。风能和太阳能这类一次能源更是直接受天气状况的影响。这类能源的影响取决于天气的不确定性而不是燃料的开采限制,因此需要采用不同的方式来处理。抽水蓄能电厂是一种带有存储性的资源,其与风力和太阳能发电设施连接,可以提供持续的电力供应或者更高质量的电力服务。

在有限的燃料和水能条件下进行发电调度时,最大的问题是发电机不能在所有时段都能保持最大出力。这类问题在电力系统实际运行中很常见,我们不仅要关心发电机对燃料或者水的使用,还要考虑燃料的存储以及通过铁路或者河流的运输。对于水力发电厂,必须考虑河流和水库的水位以及流入下游设施的水量。对于梯级水力发电,也就是水从一个发电厂流出后进入下游另一个发电厂的水库的情况,这个问题将会变得更加复杂。

5.2 燃料调度

电力系统的经济运行,要求燃料消耗在计划的时间段内最小化。当系统中各发电厂的燃料供应没有限制时,经济调度可以只根据算法中现在运行状况下的燃料费用来计算。在这种情况下,燃料费用仅仅是购入燃料的价格,或再根据燃料处理和设备维修的费用进行相应的调整。

一个发电厂的可用能源(可以是煤、石油、天然气、水或者核燃料)在发电厂运行时如果是一种限制性因素,整个经济调度计算必须以不同的方式处理。每个经济调度的计算必须计及过去的燃料消耗以及未来可能的燃料消耗。

本章要开始讨论如何解决调度中“随时间推移”问题的解决方法。这个方法使用的是拉格朗日方程的一种扩展形式,应用松弛变量和惩罚函数的概念来解决某些特定状况的问题。

首先被选中的例子是有固定燃料供应的情况,在这种情况下,无论燃料有没有被使用都需要支付费用。我们或许可以从用于锅炉燃料的天然气有限供应来开始,因为它是已经被定义为“过剩的”燃料。“照付不议”(take-or-pay)燃料供应合同大概是所有可能情况中最简单的一种。

我们或许也可以直接来谈蓄水水电厂的经济调度问题,或者用轻水慢化核反应堆提供的水蒸气来驱动涡轮发电机的核电厂的经济调度问题。水电厂调度涉及水流、蓄水以及将水释放到一个相对复杂的水力网络(即流域)的调度问题。核燃料调度的处理比本章中研究的普通燃料或者水力调度需要考虑更长的时间周期。其调度需要考虑各类不确定性,如负荷、燃料价格及交换合同的不确定性。这些处理

已经超出了本书的范围。

5.3 “照付不议”燃料供应合同

假设有 N 家使用常规燃料的火电厂和一台按“照付不议”的协议供应燃料的发电机。我们将这种协议解释为电力企业同意在一定时期内使用合同规定数量的燃料,并且支付最低的费用。上面最后一句是“照付不议”合同中“付”的含义。

当该机组累计燃料消费低于最低值时,除该机组以外的系统内其他机组应该按总的燃料费用最低进行调度,并以该机组在计划时间段内的总燃料消费等于合同指定数量作为约束条件。一旦用完了指定数量的燃料,该机组应当重新被安排。下面考虑一种特殊的情况,即燃料消费的最小值同时也是最大值。系统如图 5.1 所示。我们考虑 $j_{\max}$ 个时间区间($j=1,2,\dots,j_{\max}$)内的电力系统运行情况。按“照付不议”协议供应燃料的发电机序号为 T 。定义

$P_{1j}, P_{2j}, \dots, P_{Tj}$ (输出功率)

$F_{1j}, F_{2j}, \dots, F_{Nj}$ (常规燃料机组的燃料成本)

$q_{T1}, q_{T2}, \dots, q_{Tj}$ (照付不议燃料输入)

分别是输出功率、燃料成本以及“照付不议”燃料输入,其中

- P_{ij} 为第 i 台机组在 j 时间区间内的功率。
- F_{ij} 为第 i 台机组在 j 时间区间内的美元/小时($\$/h$)成本。
- q_{Tj} 为机组 T 在 j 时间区间内的燃料输入。
- F_{Tj} 为机组 T 在 j 时间区间内的美元/小时($\$/h$)成本。
- P_{loadj} 为时间区间 j 内的总负荷。
- n_j 为时间区间 j 内的小时数。

用数学的表达方式,该问题可以用如下公式来表达:

$$\min \sum_{j=1}^{j_{\max}} (n_j \sum_{i=1}^N F_{ij}) + \sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j F_{Tj} \quad (5.1)$$

约束条件:

$$\phi = \sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j q_{Tj} - q_{TOT} = 0 \quad (5.2)$$

$$\psi_j = P_{loadj} - \sum_{i=1}^N P_{ij} - P_{Tj} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, j_{\max} \quad (5.3)$$

其中, q_{TOT} 是机组 T 在计算时间内总的燃料允许值。

这个需要解决的问题用文字来描述就是:

在机组 T 总的燃料消费满足合约要求以及每一时间区间内负荷和发电出力平衡的约束条件下,使生产成本最小化。

需要注意的是,此处忽略了机组自身的出力上下限的约束。另外,

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j F_{Tj}$$

是常数,这是因为用于 T 发电机的燃料总量是固定的。因此燃料的总成本将会是常数,可以将这个式

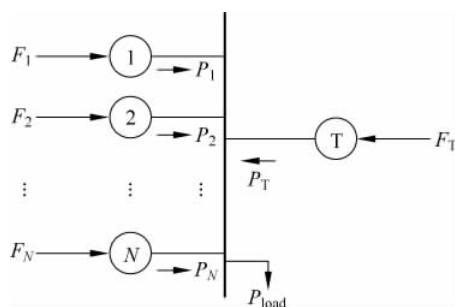


图 5.1 $N+1$ 机组系统,其中机组 T 使用“照付不议”协议供应燃料

子从目标函数中去除。

拉格朗日方程为

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j \sum_{i=1}^N F_{ij} + \sum_{j=1}^{j_{\max}} \lambda_j \left(P_{\text{load}j} - \sum_{i=1}^N P_{ij} - P_{Tj} \right) + \gamma \left(\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j q_{Tj} - q_{\text{TOT}} \right) \quad (5.4)$$

其中独立变量为 P_{ij} 和 P_{Tj} , 因为 $F_{ij} = F_i(P_{ij})$ 以及 $q_{Tj} = q_T(P_{Tj})$ 。

对于任意给定的时间段, $j=k$, 有

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{ik}} = 0 = n_k \frac{dF_{ik}}{dP_{ik}} - \lambda_k \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{Tk}} = -\lambda_k + \gamma n_k \frac{dq_{Tk}}{dP_{Tk}} = 0 \quad (5.6)$$

下面来分析 γ 的单位, 它表示了每单位 q 的费用 (例如 $\$/\text{ft}^3$ 、 $\$/\text{bbl}$ 、 $\$/\text{t}$)。 γ 是一种以单位体积表示的“燃料价格”的单位, 而不是常用的以 MBtu 表示的燃料价格。正因为如此, γ 通常指一种“伪价格”或者“影子价格”。实际上, 只要明白了在这个分析中发生了什么, 很明显只需要调整有限燃料的价格即可解决这个燃料有限的调度问题。因此, “伪价格”或者“影子价格”这两个名词也变得非常有意义了。

式(5.6)中的 γ 不带下标, 所以它在整个时间段内都是一个常数。事实也确实如此, 只要受燃料限制的发电机还受到燃料存储的约束, 它就是一个常数。在本章的后面讨论水电厂调度的时候也会遇到这样的限制条件。

图 5.2 的上半部分是一条负荷曲线。解决一个受燃料限制的调度问题时, 需要将负荷曲线按照时间区间划分, 如图 5.2 下半部分所示, 并且假设负荷在每个区间内是常数。假设在一段时间内所有机组都在运转, 那么最优经济调度可以使用如图 5.3 所示的一个简单的搜索方法来计算 γ 。需要注意的是, 图 5.3 所示的程序只有当受燃料限制的机组在任何时间段内不触及它的最高和最低出力限值时才有用。

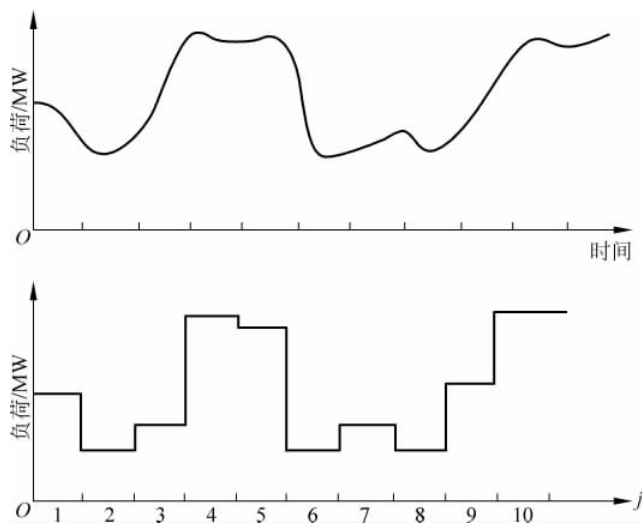
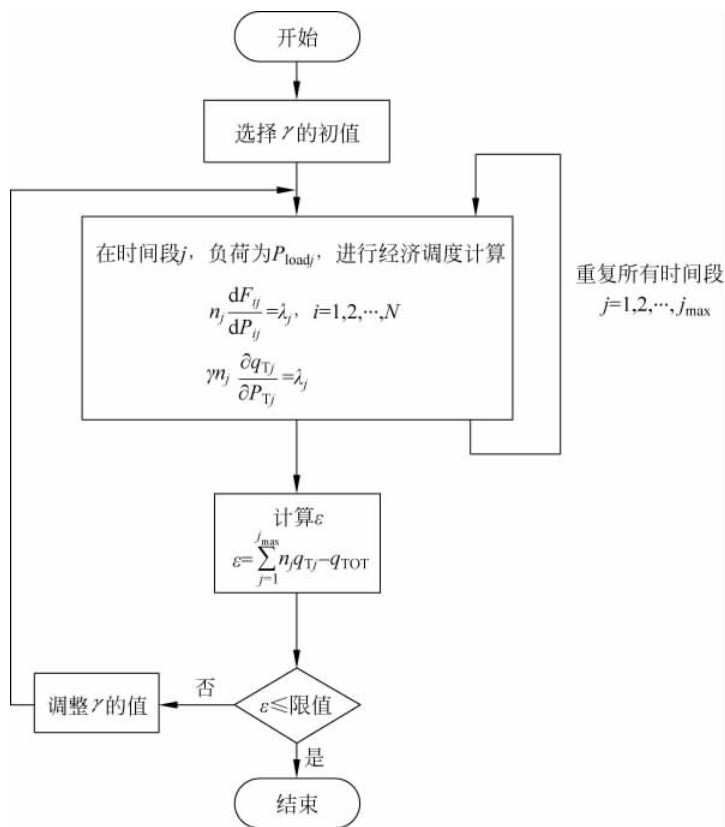


图 5.2 连续负荷转化为每小时离散形式

例 5A 根据以下条件, 计算一个燃气发电厂的最优经济调度。

燃气发电厂中 T 机组的组合参数如下:

图 5.3 γ 搜索方法

$$H_T(P_T) = 300 + 6.0P_T + 0.0025P_T^2 \text{ MBtu/h}$$

燃气成本为 2.0 \$ /ccf (1ccf = 10³ ft³)

燃气的热值为 1100Btu/ft³

$$50 \leq P_T \leq 400$$

(5.7)

其余机组的等效组合参数如下:

$$H_s(P_s) = 200 + 8.5P_s + 0.002P_s^2 \text{ MBtu/h}$$

等价燃料成本为 0.6 \$ /MBtu

$$50 \leq P_s \leq 500$$

(5.8)

这个燃气发电厂必须要燃烧 40×10⁶ft³的燃气。系统的负荷曲线如表 5.1 所示。如果忽略燃气的约束,这两个发电厂的最优经济调度如表 5.2 所示。

表 5.1 负荷曲线

时 间 段	负荷/MW
1. 00:00—04:00	400
2. 04:00—08:00	650
3. 08:00—12:00	800
4. 12:00—16:00	500
5. 16:00—20:00	200
6. 20:00—24:00	300

表 5.2 最优经济调度(忽略燃气约束)

时 间 段	P_s	P_T
1	350	50
2	500	150
3	500	300
4	450	50
5	150	50
6	250	50

注: $n_j=4, j=1,2,\dots,6$ 。

忽略燃气约束时,组合机组在整个 24 小时时间段内的运营成本是 \$ 52 128.03。燃气机组的总燃气消耗量为 $21.8 \times 10^6 \text{ ft}^3$ 。因为燃气发电厂一定要烧掉 $40 \times 10^6 \text{ ft}^3$ 的燃气,所以总的费用将会是 $2.0 \$ / 1000 \text{ ft}^3 \times 40 \times 10^6 \text{ ft}^3$,也就是 \$ 80 000 的燃气费用。因此,总成本将会是 \$ 132 128.03。考虑燃气约束后,用图 5.3 所示的解决方案时, γ 的取值范围为 0.500~0.875。取得最优调度时的 γ 取为 0.8742 \$ /ccf,最优调度结果如表 5.3 所示。在这个调度方案下,组合机组的燃料费用是 \$ 34 937.47。在考虑燃气约束的最优调度中,燃气发电机组的出力更多,但没有越过出力的上下限。此时,总费用为

$$34\,937.47 + 80\,000 = 114\,937.4 \$$$

因此可以看到,通过合理调度燃气发电机组,我们成功降低了总的燃料费用。

表 5.3 最优调度(满足燃气约束)

时 间 段	P_s	P_T
1	197.3	202.6
2	353.2	296.8
3	446.7	353.3
4	259.7	240.3
5	72.6	127.4
6	135.0	165.0

5.4 复杂“照付不议”燃料供应模型

本节考虑“照付不议”发电机组的硬约束。约束条件为

$$P_T \geq P_{T\min} \quad (5.9)$$

和

$$P_T \leq P_{T\max} \quad (5.10)$$

这两个条件通过使用两个约束方程以及两个叫做松弛变量的新变量(见附录 3A)加到拉格朗日方程中。约束方程为

$$\psi_{1j} = P_{Tj} - P_{T\max} + S_{1j}^2 \quad (5.11)$$

和

$$\psi_{2j} = P_{T\min} - P_{Tj} + S_{2j}^2 \quad (5.12)$$

其中 S_{1j} 和 S_{2j} 为松弛变量,可以取包括 0 在内的任意实数。

于是新的拉格朗日方程变为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j \sum_{i=1}^N F_{ij} + \sum_{j=1}^{j_{\max}} \lambda_j \left(P_{\text{load}j} - \sum_{i=1}^N P_{ij} - P_{Tj} \right) + \gamma \left(\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j q_{Tj} - q_{\text{TOT}} \right) \\ & + \sum_{j=1}^{j_{\max}} \alpha_{1j} (P_{Tj} - P_{T\max} + S_{1j}^2) + \sum_{j=1}^{j_{\max}} \alpha_{2j} (P_{T\min} - P_{Tj} + S_{2j}^2) \end{aligned} \quad (5.13)$$

其中 α_{1j} 、 α_{2j} 为拉格朗日乘子。对于第 k 时段的一阶偏导数为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{ik}} &= 0 = n_k \frac{dF_{ik}}{dP_{ik}} - \lambda_k \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{T_k}} &= 0 = -\lambda_k + \alpha_{1k} - \alpha_{2k} + \gamma n_k \frac{dq_{T_k}}{dP_{T_k}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_{1k}} &= 0 = 2\alpha_{1k} S_{1k} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_{2k}} &= 0 = 2\alpha_{2k} S_{2k} \end{aligned} \quad (5.14)$$

我们注意到在附录 3A 中,当约束变量(P_{T_k})在可接受的范围内,那么新拉格朗日方程乘子 $\alpha_{1k} = \alpha_{2k} = 0$, 并且 S_{1k} 和 S_{2k} 非零。当约束变量达到某个极限时,两个松弛变量中的一个,即 S_{1k} 或 S_{2k} 会变为 0, 并且相关的拉格朗日乘子会取一个非零值。

假设在某个时间段 k , $P_{T_k} = P_{\max}$, 于是 $S_{1k} = 0, \alpha_{1k} \neq 0$ 。从而

$$-\lambda_k + \alpha_{1k} + \gamma n_k \frac{dq_{T_k}}{dP_{T_k}} = 0 \quad (5.15)$$

如果

$$\lambda_k > \gamma n_k \frac{dq_{T_k}}{dP_{T_k}}$$

α_{1k} 将会取恰好可以使等式成立的值。

例 5B 与例 5A 基本相同,除了燃气发电机的最大有功 P_T 降至 300MW。在例 5A 的最优调度中,在第三个时间段 $P_T = 353.3$ MW。当上限降低到 300MW 时,燃气机组需要在其他时间段烧更多燃料来满足 $40 \times 10^3 \text{ ft}^3$ 的燃气消耗约束。

表 5.4 给出了当 $\gamma = 0.8603$ 时的最优调度,总成本为 \$122 984.83。

表 5.4 $P_{T\max} = 300$ MW 时最优调度结果

时间段 j	P_{S_j}	P_{T_j}	λ_j	$\gamma n_j \frac{\partial q_T}{\partial P_{T_j}}$	α_{1j}
1	183.4	216.6	5.54	5.54	0
2	350.0	300.0	5.94	5.86	0.08
3	500.0	300.0	6.3	5.86	0.44
4	245.4	254.6	5.69	5.69	0
5	59.5	140.5	5.24	5.24	0
6	121.4	178.6	5.39	5.39	0

5.5 线性规划求解燃料调度

图 5.4 表示了从燃料供应商开始到电力个人消费者结束的整个输送链。链条中的基本元素如下:

(1) 供应商。指的是电力公司需要与之协商合同以获取煤、石油和天然气等燃料的公司。这些合同通常签很长一段时间(10~20 年),并且可能有某些约定,例如在某个特定时间段输送燃料的上限和下限。这个时间段可能是一年、一个月、一周,甚至只是几分钟。价格可能会根据协商的合同条款而改变。

(2) 运输。铁路、公路、水运、天然气管道公司等,在燃料规划和输送中可能会成为约束条件。

(3) 库存。煤堆、储油罐、地下燃气储存设施。库存必须保持在合适的水平,以防在负荷水平超过预测或者供应商无法运送时的燃料短缺。价格的波动也使何时改变多少库存的决策复杂化。

系统的剩余部分——发电机、输电网络以及负荷将在其他章节中介绍。

解决燃料规划问题最有效的工具之一是线性规划(LP)。如果读者对 LP 不是很熟悉,附录 3B 提供了一种容易理解的解释。

线性规划作为一种优化方法,其变量的约束条件是线性的,并对一个线性目标方程求最小值。由于上述线性要求,在目标函数或者约束条件中的任何非线性方程都将被近似为线性或者分段线性方程。

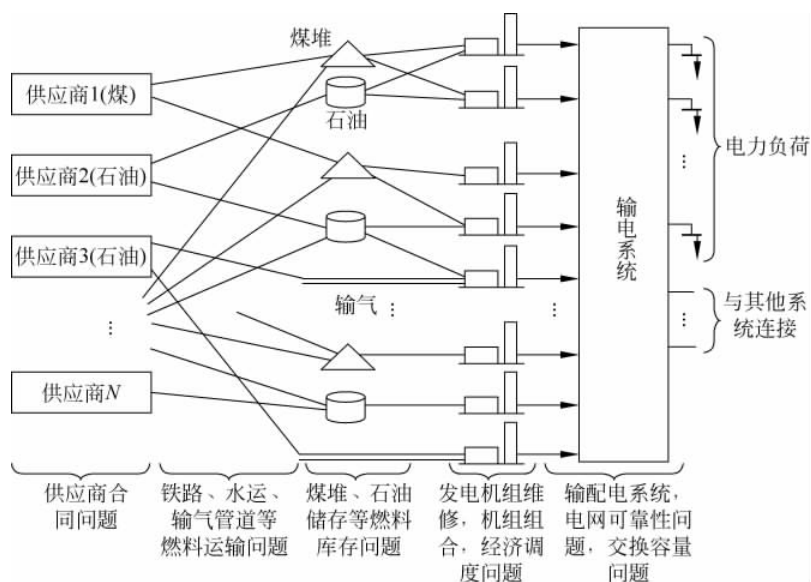


图 5.4 能源传输系统

为了使用 LP 解决燃料规划问题,必须将总时间划分为离散的时间段,如图 5.2 所示。于是 LP 解决方案的目标函数由线性方程或者分段线性方程的相加而成,每一个方程都由一个时段内的一个或多个变量组成。约束方程是各个时段的变量组成的线性方程。约束方程的变量可能来自前一时段,也可能跨越两个或更多的时段。下面用一个例子来演示如何建立 LP 方程来解决燃料规划问题。

例 5C 给定两台燃煤机组,并且要求两台机组必须保持同时在线运行 3 周的时间。两台机组的输出供应下列的负荷(假设一周内负荷是恒定的):

周	负荷/MW
1	1200
2	1500
3	800

两个机组同时由一家供应商提供燃煤,合同规定每周要向两个发电厂供应 4000t 煤。在 3 周时间的初始,发电厂还有燃煤的库存。需要解决的问题是:

- (1) 每个发电厂每周应该如何运行?
- (2) 每周的燃煤输送应该如何组合?

本例的具体数据如下。

(1) 煤。

热值 = 11 500 Btu/lb = 23 MBtu/t (1t 近似地换算为 2000lb)。

煤可以全部运送到一个发电厂,也可以分开运送,也就是一部分运送到一个发电厂,另一部分运送到另一个发电厂,只要每周的运输总量等于 40 000t 即可。

煤的价格为 30 \$ /t 或者 1.3 \$ /MBtu。

(2) 库存。

发电厂 1 的初始库存为 70 000t,最终库存没有限制。

发电厂 2 的初始库存为 70 000t,最终库存没有限制。

两个发电厂的最大储煤容量都是 200 000t。

(3) 发电机组。

对于每台机组,输入相对于输出的方程被近似为一个线性方程:

$$H_1(P_1) = 380.0 + 8.267P_1$$

$$H_2(P_2) = 583.3 + 8.167P_2$$

机组	最小值/MW	最大值/MW	最小热量输入/MBtu/h	最大热量输入/MBtu/h
1	150	600	1620	5340
2	400	1000	3850	8750

机组的成本曲线为

$$F_1(P_1) = 1.3 \times H_1(P_1) = 495.65 + 10.78P_1$$

$$F_2(P_2) = 1.3 \times H_2(P_2) = 760.8 + 10.65P_2$$

每台机组的煤消耗量 $q(\text{t/h})$ 为

$$q_1(P_1) = \frac{1}{23} \times H_1(P_1) = 16.52 + 0.3594P_1$$

$$q_2(P_2) = \frac{1}{23} \times H_2(P_2) = 25.36 + 0.3551P_2$$

为了用 LP 解决这个问题,需要假设机组在每周内都运行在恒定的功率,并且煤的运输都是在每周的开始发生。因此,以一周作为时间段建立相应的方程。发电机组成本方程和燃煤消耗方程都将乘以 168h 来使它们都以每周为基础。于是

$$F_1(P_1) = 83\,269.2 + 1811P_1$$

$$F_2(P_2) = 127\,814.4 + 1789P_2$$

$$q_1(P_1) = 2775.4 + 60.4P_1 \quad (5.16)$$

$$q_2(P_2) = 4260.5 + 59.7P_2$$

LP 的目标函数和约束方程如下。

为了使 3 周时间内的运行费用最小化。目标函数为

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & F_1[P_1(1)] + F_2[P_2(1)] + F_1[P_1(2)] + F_2[P_2(2)] \\ & + F_1[P_1(3)] + F_2[P_2(3)] \end{aligned} \quad (5.17)$$

其中 $P_i(j)$ 为第 i 号机组在第 j 周的有功功率输出, $j=1,2,3$ 。

在每个时间段内,机组的总出力必须等于负荷:

$$P_1(1) + P_2(1) = 1200$$

$$P_1(2) + P_2(2) = 1500 \quad (5.18)$$

$$P_1(3) + P_2(3) = 800$$

相似地,供应给发电厂 1 和 2 的煤输送量 D_1 和 D_2 每周的总和必须等于 40 000t,于是

$$D_1(1) + D_2(1) = 40\,000$$

$$D_1(2) + D_2(2) = 40\,000 \quad (5.19)$$

$$D_1(3) + D_2(3) = 40\,000$$

每个发电厂在每周开始的煤储量加上运输到该发电厂的煤量减去本周用掉的煤,应该是下周开始时的煤储量。用 V_1 和 V_2 表示在两台机组在每周开始时的煤储量,于是得到以下一组煤储量约束方程:

$$\begin{aligned}
V_1(1) + D_1(1) - q_1(1) &= V_1(2) \\
V_2(1) + D_2(1) - q_2(1) &= V_2(2) \\
V_1(2) + D_1(2) - q_1(2) &= V_1(3) \\
V_2(2) + D_2(2) - q_2(2) &= V_2(3) \\
V_1(3) + D_1(3) - q_1(3) &= V_1(4) \\
V_2(3) + D_2(3) - q_2(3) &= V_2(4)
\end{aligned} \tag{5.20}$$

其中 $V_i(j)$ 为第 i 号煤堆在第 j 周开始的煤储量。

为了使这些方程可以用 LP 算法求解, 将式(5.16)中 $q_1(P_1)$ 与 $q_2(P_2)$ 的方程式代入到式(5.20)的方程中。另外, 将所有的常数放在等式的右边, 所有的变量放在等式的左边。这样使得约束方程变为 LP 解法中的标准形式。改写后的约束方程为

$$\begin{aligned}
D_1(1) - 60.4P_1(1) - V_1(2) &= 2775.4 - V_1(1) \\
D_2(1) - 59.7P_2(1) - V_2(2) &= 4260.5 - V_2(1) \\
V_1(2) + D_1(2) - 60.4P_1(2) - V_1(3) &= 2775.4 \\
V_2(2) + D_2(2) - 59.7P_2(2) - V_2(3) &= 4260.5 \\
V_1(3) + D_1(3) - 60.4P_1(3) - V_1(4) &= 2775.4 \\
V_2(3) + D_2(3) - 59.7P_2(3) - V_2(4) &= 4260.5
\end{aligned} \tag{5.21}$$

注意 $V_1(1)$ 和 $V_2(1)$ 由已知条件给定。

方程(5.18)、方程(5.19)和方程(5.21)的约束条件被放在一个矩阵中, 如图 5.5 所示。每个变量都给出了上下界, 假设使用的是可以直接计算变量上下界向量的 LP 算法。 $P_1(t)$ 和 $P_2(t)$ 通过相关发电机组出力的上下限来给出取值范围。 $D_1(t)$ 和 $D_2(t)$ 的上下界为 40 000 和 0。 $V_1(t)$ 和 $V_2(t)$ 的上下界分别为 200 000 和 0。

解法: 这个线性规划是用一个可以处理变量上下界的计算机程序解决的。首先解决的问题是第一周开始的煤储量:

$$V_1(1) = 70\,000\text{t}$$

$$V_2(1) = 70\,000\text{t}$$

在这种情况下, 对于任意发电厂煤的运输没有限制, 系统可以以最经济的方式运行。由于机组 2 具有更低的增量成本, 因此尽可能要让它以最大方式下运行。进一步考虑, 由于对于第三周结束时的煤堆水平没有限制, 煤的运输量可以稍微从机组 2 转移一点到机组 1, 这并不会对发电机调度造成影响。

下一个要解决的情况是考虑机组 2 燃料短缺的状况。机组 2 的初始储量设定为 50 000t, 并且要求在第三周结束时机组 2 的煤储量不能少于 8000t。解决方法是: 将第四个约束方程的右边从 -65 739.5 (即 $4260.5 - 70\,000$) 变为 -45 739.5 (即 $4260.5 - 50\,000$), 并且给 $V_2(4)$ (即参数 X_{18}) 设置一个 8000 的下界。

时 间 段	V_1	D_1	P_1	V_2	D_2	P_2
1	70 000.0	0	200	70 000.0	40 000.0	1000
2	55 144.6	0	500	46 039.5	40 000.0	1000
3	22 169.2	19 013.5	150	22 079.0	20 986.5	650
4	29 347.3					

注: 优化成本为 \$6 913 450.8。

问题变量	第一周				第二周				第三周				最终状态							
LP变量	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	$V_1(4)$	$V_2(4)$
1		1		1																
2	1		1																	
3	1	-60.4		-59.7	-1			-1												
4			1																	
5							1			1										
6					1	1														
7					1	1	-60.4				-1									
8								1	1	-59.7										
9													1							
10														1						
11													-60.4				-1			
12															1	-59.7		-1		
变量最小值	0	150	0	400	0	0	150	0	0	400	0	0	150	0	0	400	0	0	0	
变量最大值	40 000	600	40 000	1000	200 000	40 000	600	200 000	40 000	1000	200 000	40 000	600	200 000	40 000	1000	200 000	200 000	200 000	

约束单元

1200
40 000
2775.4- $V_1(1)$
4260.5- $V_2(1)$
1500
40 000
2775.4
4260.5
800
40 000
2775.4
4260.5

图 5.5 例 5C 的 LP 约束矩阵

注意到这个解决方案中机组 2 需要减少发电机出力来满足最终的煤储量约束。在这种情况下,所有的煤必须都运到发电厂 2 以使总的费用最小。

构建的最后一种情况是反映燃料输送和发电机组经济调度之间的交互影响。在这种情况下,机组 1 和 2 的初始煤储量分别设为 10 000t 和 150 000t。进一步,要求第三周结束时机组 1 的煤储量最少为 30 000t。

时 间 段	V_1	D_1	P_1	V_2	D_2	P_2
1	70 000.0	0	200	50 000.0	40 000.0	1000
2	55 144.6	0	500	26 039.5	40 000.0	1000
3	22 169.2	0	300.5276	2079.0	40 000.0	499.4724
4	1241.9307			8000.0		

注:优化成本为 \$6 916 762.4。

为了得到三周内两个机组的最经济的运行方式,需要调节煤的运输来保证两个发电厂都有足够的煤。求解是通过设定第三和第四个约束方程的右边分别为 -7224.6 和 -145 739.5,同时给 $V_1(4)$ (即 X_{17})加上一个 30 000 的下界。

线性规划可以找到一种方案,在将足够的煤运到机组 1 以保证机组 1 满足最终的煤储量约束时,两个机组可以运行在最经济方式下。实际上,我们可能不想让机组 1 的煤储量变为 0。为了防止这种情况出现,就要对所有的容量参数增加一个合适的下界(如 X_5 、 X_8 、 X_{11} 、 X_{14} 、 X_{17} 和 X_{18})。

时 间 段	V_1	D_1	P_1	V_2	D_2	P_2
1	10 000.0	4855.4	200	150 000.0	35 144.6	1000
2	0.0	40 000.0	500	121 184.1	0	1000
3	7024.6	40 000.0	150	57 223.6	0	650
4	35 189.2			14 158.1		

注:优化成本为 \$6 913 450.8。

这个例子展示了如何通过 LP 方法来解决燃料管理问题。解决一个大型的燃料规划问题的前提条件就是要有一个 LP 程序,可以解决具有成千上万个约束条件以及同样多甚至更多的变量的大型问题。有了这样的程序,就可以进行几年的燃料计划的优化,这将在电力公司的燃料管理决策中起到重要的作用。

5.6 水火电协调问题

对含水力发电机组的系统进行协调调度通常要比调度纯火力发电系统更加复杂。理由非常简单,但也很重要。这是因为水电机组间不但有电气上的耦合(它们都供应相同的负荷),也有水力上的耦合(从一个发电厂流出的水可能是下游的一个或多个发电厂流入的水的重要组成部分)。

世界上没有两个相似的水电系统。它们都是不同的,如流域的自然差异,人造的存储系统和用于控制水流的系统的不同,以及各种不同类型的天然和人为因素造成的对于水电系统运行的约束。河流系统可以非常简单,具有相对较少的支流(如康涅狄格河),或大坝沿河梯级分布。河流系统可能有几千英亩,并且横跨多个民族区域,包括了许多支流和复杂的水库体系(如太平洋西北部的哥伦比亚河流域)。

有的水库存储容量很大,可以沿河建设一些高水头发电厂。或者,沿河建很多大坝和存储容量相对

较小的水库。有的河流可能会流过长长的横穿整个山脉的隧道(如澳大利亚的 Snowy Mountain 计划)。在欧洲的发展过程中,辅助水库、控制大坝和水闸甚至抽水至上游的分离系统都在河流上建设过。

使得水力发电厂之间协调运行不同于其他发电方式的一个最主要的原因是大量的、多变的约束的存在。在许多水力系统中,水力发电是与洪水的控制或者常规的定期的灌溉联系在一起的。在有些水库的岸边建有娱乐中心,在这种情况下,水面的高程就不能变化太大。为了使河流能保持通航,河水的释放量也会受到严格的控制。突然释放大量的水也是被禁止的,因为可能在下游产生很大的冲击,造成损失。也可能需要设置鱼梯,排水也可能受到国际条约的支配。

再次强调:所有的水力系统都是不同的。

5.6.1 长期水电调度

水力发电厂的运行协调显然要包括排水规划。长期水力调度问题包括水的可用性的长期预测以及根据水库容量进行的分时段水库排水规划。

典型的长期调度包括一个星期到一年或几年的规划。对于多个季节都有来水的河流和水库,长期水电调度需要利用气象和统计分析。

短期流入水量预测可以基于融雪预期以及短期天气预报。对于长期的排水规划,要选择一个基本的策略:释放水时,假定水量会按照统计的平均速率被补充,或者按照最恶劣的情况来考虑。在第一种情况下,通过充分调度水力发电厂来取代火电厂,可以节省大量的电力生产费用。而如果选择“最恶劣情况”的策略,水电厂将会尽量少运行,以使违反水力约束条件(如水库水量过少,没有足够的水来保证水面通航)的风险降到最低。可以想象,在这样的规划方式下,水的使用会受到很大的限制,以便在极端缺少降水的情况下,仍能保证充足的水量来满足约束。

长期水电调度需要在许多未知条件,如负荷、水流以及机组可用性(火电和水电)的情况下进行优化。这些未知量要用统计学的方法来处理,所以长期调度包括统计变量的优化。实用的方法包括以下几种:

- (1) 动态规划(DP)。在一系列给定的条件下,对整个规划周期进行仿真计算。
- (2) 复合水力仿真模型。可以对多个水库进行模拟。
- (3) 统计生产成本模型。

长期水电调度问题与技术超出了本书的范围,因此对其的有关讨论到此结束。下面主要研究短期水电调度。

5.6.2 短期水电调度

短期水电调度(一天到一周)包括对系统中所有发电机进行每个小时的出力调度,以使调度期内的生产成本最小。在短期调度问题中,负荷、入水量以及机组的可用性都假设为已知。给定的一系列初始状态下(如水库水位),得到每个小时的调度值,使期望的目标最优,同时满足水力系统和电力系统的各类约束。部分水力约束可能是需要在调度期的最后满足“终点”条件,以便和前面讨论的长期调度的水力释放计划相一致。

5.7 水力发电厂模型

为了理解水力发电厂运行的需求,首先要考虑由于洪水控制、通航、捕鱼、娱乐、供水和其他水体上的需求带来的运行约束,以及由水的势能转化为电能的能量转换特性。单位体积(如 1ft^3)的水中包含

的势能等于水的重量(在这个例子中是 62.4 磅)乘以水落下的高度(以英尺计算)。1000ft³ 的水落下 42.5ft 产生的能量等于 1kWh。相对地,42.5ft³ 的水从 1000m 的高度落下产生的能量也是 1kWh。

结合图 5.6 描绘的水库和水力发电厂的示意图,让我们了解一下水流降落的全过程。水从水库流经水道到达入口大门,然后通过水轮机落到导流管,最后从放水口流出发电厂。水流产生的能量等于水每秒流入的速率(立方英尺/秒)乘以一个转换系数,这个系数要考虑到净水头(水落下的距离减去流动造成的水头损耗)乘以水轮机的能量转换系数。1ft³ 的水量从 100ft 降落产生的功率大约为 8.5kW。如果在水头中由于水流引起的损耗为 5% 或 5ft 时,那么 1ft³/s 的水流从净高度为 100-5 或 95ft 落下产生的等效功率可能比 8kW(8.595%)要略大。水轮机处于最佳运行点时,其能量转换效率大约为 85%~90%,因此 1ft³/s 的水流降落 100ft 大概最多产生 7kW 的功率。

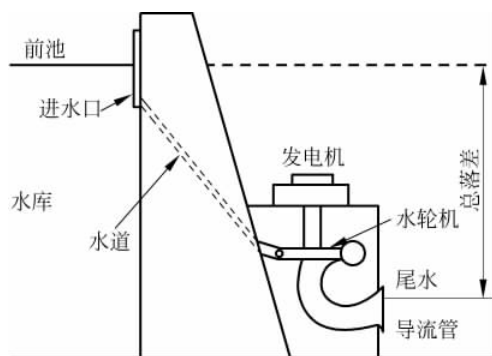


图 5.6 水力发电机组组成

让我们回到图 5.6 对于水力发电厂的描述。一个水电工程由大坝拦下的水体、发电厂、流出渠道或下游水体组成。大坝中储存的水量可转换成的电能是关于总水头的函数,即水库表面的水位减去尾水或者水电厂下游水面的水位。由于在进水口、水道和导水管中的摩擦损失,水轮机可用的水头高度总是小于净高度。可用水头通常用净水头表示,其值等于总水头减去水流摩擦损失(等效为英尺水头)。水流摩擦损失对低水头(10~60ft)的发电厂以及水道很长(几千英尺)的发电厂影响很大。尾水水位受水库流出水流的影响,包括发电厂放出的水以及从大坝上面溢出或者从旁路通道流出的水。在洪水泛滥的情况下,如春汛时,尾水水位的增加会对水电厂的功率和能量都产生不利影响。

水电厂中的水轮机类型主要根据发电厂的设计水头确定。到目前为止,大多数水电项目都使用了反动式水轮机。其中广泛运用的有两种。对于中水头(即范围为 60~1000ft),主要使用弗朗西斯水轮机。对于低水头发电厂(水头范围 10~60ft),使用螺旋桨式水轮机。最现代化的螺旋桨式水轮机拥有可调螺距叶片(叫做卡普兰水轮机),可以提高在不同净水头范围的水电厂的运行效率。一般的水轮机在闸门全开情况下的运行效率为 85%~90%。弗朗西斯水轮机和可调节螺旋桨式水轮机在额定净水头下,其运行效率为 65%~125%,而固定螺旋桨式水轮机为 90%~110%。

另一个影响水电机组运行效率的是负荷。在轻负荷状态下,效率可能会降到 70% 以下(这个范围通常受震荡和空化极限的限制),在满载时会上升到大约 87%。要使水力资源得到最好的运用,水电机组需要运行在最佳效率工作点以及设计水头附近。这就意味着机组负荷与水库前池的控制是有效利用水力资源的重要手段。机组负荷需要运行在最佳效率闸门位置的附近,排水规划需要与流入水库的水相协调,以此获得并保持在满足前池操作约束条件下的最高水头。

南美洲典型的中水头四机组发电厂的运行曲线如图 5.7 所示。增量“水速率”用 acre·ft/MWh^① 来表示。增量水速率随着机组的输出功率增加而增加,这也会导致水力损失随着水流的增加而增加。发电厂多机组的复合运行曲线可以反映水力损失和尾水上升的相互作用。一定要注意在给定输出条件下运行机组的数目。一个机组运行在额定工作点比两个机组运行在一半额定负载时用的水要少。

高水头发电厂(一般超过 1000ft)使用冲击式水轮机或者佩尔顿水轮机。在这种水轮机中,水是通

^① acre·ft 是常用的水的体积的单位。它等于面积为 1acre(英亩),深为 1ft(英尺)的水的体积(43 560ft³)。它也正好大约等于 0.5ft³/s 的水流一天的体积(43 200ft³)。1acre·ft=1.2335×10³m³。

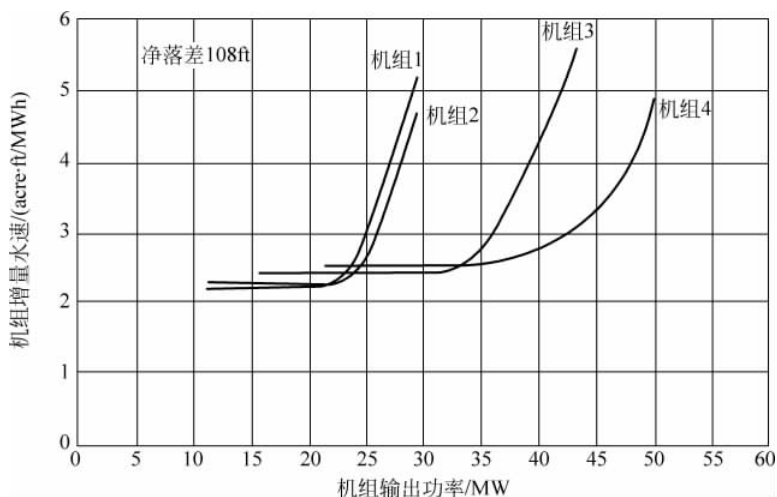


图 5.7 增量水速率与输出功率的关系

过轮外侧的一个或多个喷水器引导到轮上的匙状水桶中。

在下文中,设定流过水轮机的水流量为 q , 功率输出为 P (单位为 MW)。其中 q 用单位 ft^3/s 或 $\text{acre} \cdot \text{ft}/\text{h}$ 来表示。本书不考虑水轮机的类型或者水库的特性,而是关心水库水头、容量以及各种水流的限制条件。

5.8 规划问题

5.8.1 规划问题的类型

在水电系统的运行中,根据水力发电机、火力发电机以及负荷之间的比例关系,存在 3 类问题。

没有火力发电机的电力系统非常少见。对这样系统的经济调度其实是一个规划排水量来满足所有水力约束,并且满足负荷需求的问题。用于调度水火电系统的技术也可以用于这样的系统,只需给某些水电机组设置伪燃料费用。然后就像解决传统的水火电系统的调度一样,通过使生产成本最低,得到无火电系统的经济调度。在所有的水电系统中,调度可以通过模拟水力系统并通过规划使水库水位保持最大能量储量来得到。在地理上分布较广的水力系统,在使用上述方法求解时,要考虑水在发电厂之间流动的时间。

对于水电占绝大部分的水火电系统,其经济调度可以通过使火电机组的费用最小来获得。这些都是能量调度中的基本问题。5.8.2 节中会利用一个简单的例子,说明当水电系统不能产生足够的能量来满足预期的负荷时,如何进行经济调度的。

最常见的水火电系统类型或者具有相对平衡的水电和火力发电资源,或者水电在整个系统容量中所占的比例很小。在这样的系统中,经济调度是通过使火电的成本最低,同时满足所有的水力约束的方法来求解的。本章的大部分内容是关于求解这个类型的系统的。

5.8.2 能量规划

假设,如图 5.8 所示,有两个电源来供应一个负荷,一个是水电(图中的 q 表示流入水轮机的水流),另一个是火电(图中的 F 表示使用的燃料)。水力发电厂可以在任一时间段内独立供应负荷。也就是

说对于任意一个时间段 $j(j=1,2,\dots,j_{\max})$,有

$$P_{Hj}^{\max} \geq P_{\text{load}j} \quad (5.22)$$

然而,水力发电厂的可用能量并不足以满足整个时间段内的负荷需求:

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{Hj} n_j \leq \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{\text{load}j} n_j \quad (5.23)$$

其中, n_j 为时段 j 的小时数,总时间段为

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j = T_{\max}$$

我们希望能尽量利用水力发电厂所能产生的能量,以使火电厂的运营费用最小。火电厂需要发的能量为

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{\text{load}j} n_j - \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{Hj} n_j = E \quad (5.24)$$

其中,等号左侧的两个总和项分别为负荷能量和水电能量, E 为火电能量。

不需要火电机组运行满所有 $T_{\max}$ 小时,因此

$$\sum_{j=1}^{N_S} P_{Sj} n_j = E \quad (5.25)$$

其中, N_S 为火电厂运行的时段数。

于是

$$\sum_{j=1}^{N_S} n_j \leq T_{\max}$$

规划问题就变成了(其中 F_T 表示总的燃料成本)

$$\min F_T = \sum_{j=1}^{N_S} F(P_{Sj}) n_j \quad (5.26)$$

服从

$$\sum_{j=1}^{N_S} P_{Sj} n_j - E = 0 \quad (5.27)$$

并且拉格朗日方程为

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^{N_S} F(P_{Sj}) n_j + \alpha \left(E - \sum_{j=1}^{N_S} P_{Sj} n_j \right) \quad (5.28)$$

于是

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{Sj}} = \frac{dF(P_{Sj})}{dP_{Sj}} - \alpha = 0 \quad j = 1, 2, \dots, N_S \quad (5.29a)$$

或

$$\frac{dF(P_{Sj})}{dP_{Sj}} = \alpha \quad j = 1, 2, \dots, N_S \quad (5.29b)$$

这意味着火电厂在整个时间内应该运行在恒定的增量成本上。将火电厂在所有时间段上的相同出力表示为 P_S^* 。这种调度问题的结果如图 5.9 所示。

在这些时间段内的总成本为

$$F_T = \sum_{j=1}^{N_S} F(P_S^*) n_j = F(P_S^*) \sum_{j=1}^{N_S} n_j = F(P_S^*) T_S \quad (5.30)$$

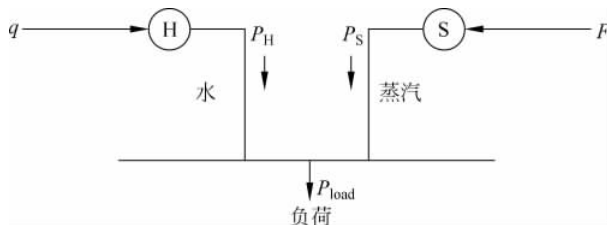


图 5.8 两机组水火电系统

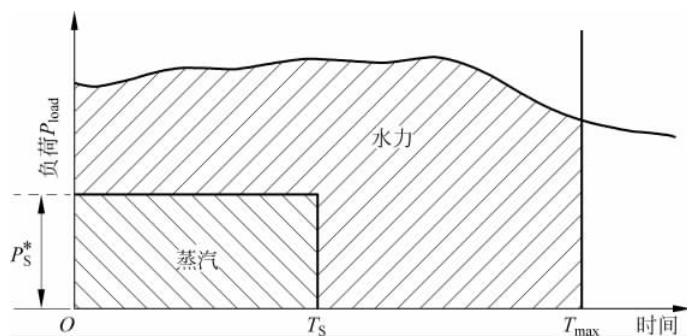


图 5.9 水火电系统最优调度结果

其中,火电厂的总运行时间为

$$T_s = \sum_{j=1}^{N_s} n_j$$

将火电厂的成本表示为

$$F(P_s) = A + BP_s + CP_s^2 \quad (5.31)$$

于是

$$F_T = (A + BP_s^* + CP_s^{*2}) T_s \quad (5.32)$$

同时注意

$$\sum_{j=1}^{N_s} P_{sj} n_j = \sum_{j=1}^{N_s} P_s^* n_j = P_s^* T_s = E \quad (5.33)$$

于是

$$T_s = \frac{E}{P_s^*} \quad (5.34)$$

且

$$F_T = (A + BP_s^* + CP_s^{*2}) \times \frac{E}{P_s^*} \quad (5.35)$$

现在可以通过最小化 F_T 来求解 P_s^* 的值:

$$\frac{dF_T}{dP_s^*} = \frac{-AE}{P_s^{*2}} + CE = 0 \quad (5.36)$$

或

$$P_s^* = \sqrt{\frac{A}{C}} \quad (5.37)$$

这就表示机组必须在最有效的运行点运行足够长的时间来满足能量需求 E 。注意,如果

$$F(P_s) = A + BP_s + CP_s^2 = f_c \times H(P_s) \quad (5.38)$$

其中 f_c 是燃料费用,于是热耗率为

$$\frac{H(P_s)}{P_s} = \frac{1}{f_c} \left(\frac{A}{P_s} + B + CP_s \right) \quad (5.39)$$

在以下条件下,热耗率可以取得最小值:

$$\frac{d}{dP_s} \left[\frac{H(P_s)}{P_s} \right] = 0 = \frac{-A}{P_s^2} + C \quad (5.40)$$

最有效的运行点是

$$P_s = \sqrt{\frac{A}{C}} = P_s^* \quad (5.41)$$

例 5D 一个水电厂和一个火电厂用来供应一个 90MW 的恒定负荷一周的时间(168h)。机组的特性如下。

水电厂：

$$q = 300 + 15P_H$$

$$0 \leq P_H \leq 100\text{MW}$$

火电厂：

$$H_s = 53.25 + 11.27P_s + 0.0213P_s^2$$

$$12.5\text{MW} \leq P_s \leq 50\text{MW}$$

(1) 限制水力发电厂的总能量为 10 000MWh。求出火电厂的运行时间 T_s^* 。负荷为 15 120MWh，要求 5120MWh 要由火电厂产生。

火电厂的最有效运行点为 $\sqrt{53.25/0.0213} = 50\text{MW}$ 。因此，火电厂需要运行 $5120/50 = 102.4\text{h}$ 。调度的结果要求在这周的首个 102.4h，火电厂出力为 50MW，水电厂出力为 40MW。剩余时间水电厂供应全部的 90MW。

(2) 不对火电厂的能量输出加以限制，而是对水电厂的水库一周内排出的水量进行限制。假设最大的排水量为 250 000acre · ft，那么火电厂需要运行多长的时间？

为了解决这个问题，必须考虑发电厂的 q 相对于 P 的特性。水电厂出力为 40MW 时与出力为 90MW 时的水流量是不同的。在这两种情况下：

$$q_1 = (300 + 15 \times 40) \times T_s$$

$$q_2 = (300 + 15 \times 90) \times (168 - T_s)$$

而且

$$q_1 + q_2 = 250\,000$$

由此可解得 T_s 为 36.27h。

5.9 水火电系统调度问题

5.9.1 带有储量限制的水力调度

一个更加一般化和基本的短期水火电调度问题是要在满足给定的可用水容量的条件下，使火电机组的运行成本最小。下面用图 5.10 来说明这个问题。

本节要建立的是一个通用的短期水火电联合调度问题。其中的火电机组由一个和第 3 章定义一样的等效机组 P_s 来表示。本节只考虑一个水力发电厂 P_H 。假设在规划时间段内，水力发电厂不足以供应所有的负荷，并且在总时间 $T_{\max}$ 小时内可用的水有最大容量的限制。

在解决这个问题的过程中以及下面的例子中，假设所有的溢出水量 $s_j = 0$ 。所以唯一的一个要添加的水力约束是排放的总水量要等于允许的最大可用水容量。因此调度

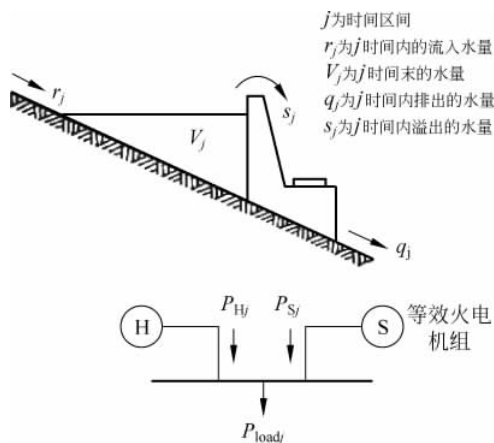


图 5.10 水力约束条件下的水火电系统

问题的数学模型可以建立如下。

问题：

$$\min F_T = \sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j F_j \quad (5.42)$$

约束条件：

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j q_j = q_{\text{TOT}}$$

$$P_{\text{load}j} - P_{\text{H}j} - P_{\text{S}j} = 0$$

其中, n_j 为 j 时间段的长度 ($j=1, 2, \dots, j_{\max}$), 总时间段为

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j = T_{\max}$$

并且在每个时间区间内负荷都是常数。还要加上其他的一些约束, 例如:

$$V_j |_{j=0} = V_s \text{ (初始体积)}$$

$$V_j |_{j=j_{\max}} = V_E \text{ (结束体积)}$$

$$q_{\min} \leq q_j \leq q_{\max} \text{ (流量限制)}$$

$$q_j = Q_j \text{ (一个特定小时的固定排量)}$$

假设在恒定水头条件下运行, q 相对 P 的特性曲线如图 5.11 所示, 那么

$$q = q(P_H) \quad (5.43)$$

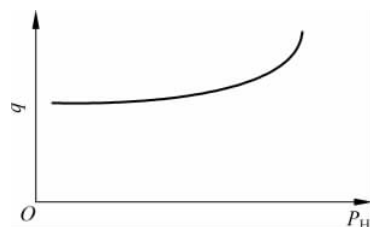


图 5.11 额定水头下水力发电机组输入-输出特性曲线

现在有一个与“照付不议”燃料问题相似的问题。拉格朗日方程为

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^{j_{\max}} (n_j F(P_{\text{S}j}) + \lambda_j (P_{\text{load}j} - P_{\text{H}j} - P_{\text{S}j})) + \gamma \left(\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j q_j(P_{\text{H}j}) - q_{\text{TOT}} \right) \quad (5.44)$$

对于特定的时间段 $j=k$, 由

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{\text{S}k}} = 0$$

可得

$$n_k \frac{dF_{\text{S}k}}{dP_{\text{S}k}} = \lambda_k \quad (5.45)$$

由

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{\text{H}k}} = 0$$

可得

$$\gamma n_k \frac{dq_k}{dP_{\text{H}k}} = \lambda_k \quad (5.46)$$

这个问题可以用本章之前提到的相似的方法来求解。

如果将网损考虑到这个问题中, 那么在每个小时内

$$P_{\text{load}j} + P_{\text{loss}j} - P_{\text{H}j} - P_{\text{S}j} = 0 \quad (5.47)$$

于是拉格朗日方程变为

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^{j_{\max}} (n_j F(P_{\text{S}j}) + \lambda_j (P_{\text{load}j} + P_{\text{loss}j} - P_{\text{H}j} - P_{\text{S}j})) + \gamma \left(\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j q_j(P_{\text{H}j}) - q_{\text{TOT}} \right) \quad (5.48)$$

产生的协调方程(k 时段)如下:

$$n_k \frac{dF(P_{Sk})}{dP_{Sk}} + \lambda_k \frac{\partial P_{lossk}}{\partial P_{Sk}} = \lambda_k \quad (5.49)$$

$$\gamma n_k \frac{dq(P_{Hk})}{dP_{Hk}} + \lambda_k \frac{\partial P_{lossk}}{\partial P_{Hk}} = \lambda_k \quad (5.50)$$

这样,调度问题变得很复杂,需要用如图 5.12 所示三重循环的方法来求解。在求解过程中, ϵ_1 和 ϵ_2 分别是功率平衡方程和水平衡方程的允许误差。

在这个问题中,忽略了总容量以及每小时放水速率的约束。因此, λ 的值在总规划时间内保持不变,只要各机组的出力保持在各自的调节范围内。如果加入其中的一个约束(如 $V_j = V_{\max}$),那么 λ 的值就会发生变化。这就要求在求解过程中要考虑这些约束,通过适当的步骤来调整 λ ,以使约束变量不超限。

例 5E 一个负荷由一个水电厂和一个火电系统供应,其特性定义如下。

等效火电系统:

$$H = 500 + 8.0P_s + 0.0016P_s^2$$

$$\text{燃料费用} = 1.15 \text{ \$ / MBtu}$$

$$150\text{MW} \leq P_s \leq 1500\text{MW}$$

水电厂:

$$q = 330 + 4.97P_H$$

$$0 \leq P_H \leq 1000\text{MW}$$

$$q = 5300 + 12(P_H - 1000) + 0.05(P_H - 1000)^2$$

$$1000\text{MW} < P_H < 1100\text{MW}$$

水电厂与负荷间有一段距离。电能损耗为

$$P_{loss} = 0.00008P_H^2$$

负荷位于火电厂处,并且有如下的负荷曲线:

- 24:00—12:00 时段,负荷为 1200MW。
- 12:00—24:00 时段,负荷为 1500MW。

规定水库在整个 24h 时间内的放水量限制为 100 000acre · ft。流入水库的水量可以忽略。使用图 5.12 所示的算法编写的程序计算这个问题的最优调度。结果如下:

时 间 段	P_s	P_H	排水量/(acre · ft/h)
24:00—12:00	567.4	668.3	3651.5
12:00—24:00	685.7	875.6	4681.7

γ 的最优值为 2.028 378 \$/(acre · ft)。水电厂水库储量下降按时间变化的规律如图 5.13 所示。假设没有水流入或溢出。

5.9.2 梯级水力发电(水力的耦合)

现在考虑一个由 3 个梯级水库组成的水力耦合系统(见图 5.14)。从任意上游水库放出的水假设

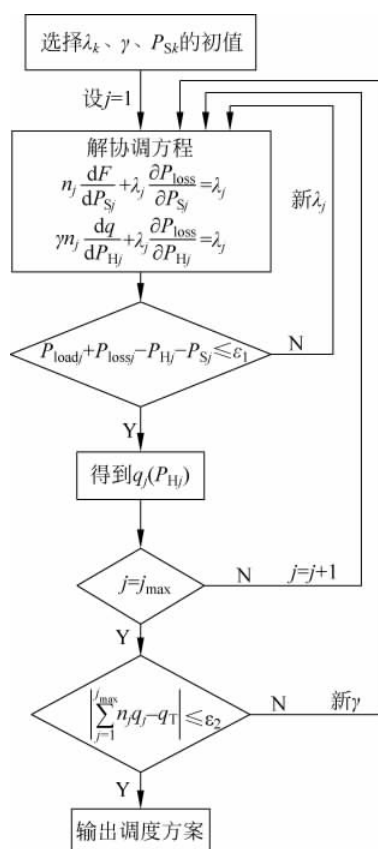


图 5.12 一种 λ - γ 的水火电调度解决方案

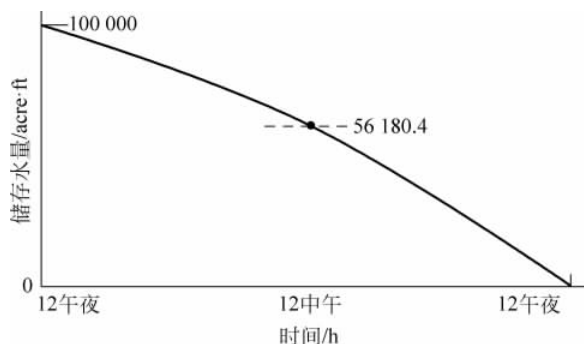


图 5.13 例 5E 中水库储水量与时间的变化关系

直接流入下游发电厂且没有时滞。水力的连续性方程为

$$V_{1j} = V_{1j-1} + (r_{1j} - s_{1j} - q_{1j})n_j$$

$$V_{2j} = V_{2j-1} + (q_{1j} + s_{1j} - s_{2j} - q_{2j})n_j$$

$$V_{3j} = V_{3j-1} + (q_{2j} + s_{2j} - s_{3j} - q_{3j})n_j$$

其中:

- r_j 为流入流量。
- V_j 为储存水量。
- s_j 为水坝泄洪道上的溢水速度。
- q_j 为水力发电厂注水速率。
- n_j 为每个规划期中的小时数。

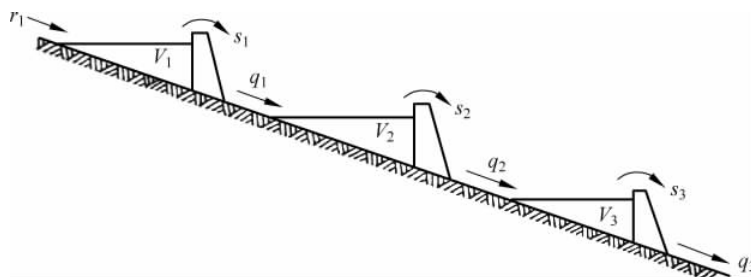


图 5.14 水力耦合的梯级水力发电厂

目标函数是最小化总费用:

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j F(P_{Sj}) \quad (5.51)$$

服从下列约束条件:

$$P_{\text{load}j} - P_{Sj} - P_{H1j} - P_{H2j} - P_{H3j} = 0$$

以及

$$\begin{aligned} V_{1j} - V_{1j-1} - (r_{1j} - s_{1j} - q_{1j})n_j &= 0 \\ V_{2j} - V_{2j-1} - (q_{1j} + s_{1j} - s_{2j} - q_{2j})n_j &= 0 \\ V_{3j} - V_{3j-1} - (q_{2j} + s_{2j} - s_{3j} - q_{3j})n_j &= 0 \end{aligned} \quad (5.52)$$

式(5.52)中的所有方程都是对于 $j=1, 2, \dots, j_{\max}$ 成立。

于是拉格朗日方程变为

$$\begin{aligned}
L = & \sum_{j=1}^{j_{\max}} ((n_j F(P_{Sj}) - \lambda_j (P_{\text{load}j} - P_{Sj} - P_{H1j} - P_{H2j} - P_{H3j})) \\
& + \gamma_{1j} (V_{1j} - V_{1j-1} - (r_{1j} - s_{1j} - q_{1j}) n_j) \\
& + \gamma_{2j} (V_{2j} - V_{2j-1} - (q_{1j} + s_{1j} - s_{2j} - q_{2j}) n_j) \\
& + \gamma_{3j} (V_{3j} - V_{3j-1} - (q_{2j} + s_{2j} - s_{3j} - q_{3j}) n_j))
\end{aligned}$$

如果需要考虑更多的约束条件,如水库容量限制、终点容量限制等,当约束达到极限时,就有必要使用 Kuhn-Tucker 条件。

梯级发电厂的水力调度是一个很难的问题。可以使用 λ - γ 迭代法或者梯度法。但无论哪一种方法,优化算法的收敛速度都很慢。因此,这类系统的调度通常使用动态规划(见附录 5A)或线性规划(见 5.10 节)。

5.9.3 抽水蓄能水电站

抽水蓄能水电站在负荷高峰(电价高)时,发电供应负荷,而在负荷低谷(电价低)时,利用电能将水抽回到水库,以此来节省燃料费用。这些发电厂通常包括独立的水泵和水轮机,或者是可逆式水泵水轮机。它们的运行方式可由图 5.15 的两幅图描述。第一幅图是火电系统的输入-输出特性,第二幅图是负荷曲线。

抽水蓄能水电站的运行条件是抽水的费用低于由调峰运行节省下来的火电机组的发电成本。图 5.15 显示了一天内的运行方式。如果对于同体积的水量,用 e_g 表示发电,用 e_p 表示抽水负荷。

则循环的效率为

$$\eta = \frac{e_g}{e_p} (\eta \text{ 通常为 } 0.67)$$

蓄水水库的存储容量是有限的,一般可以供一台发电机连续运行 4~8 或 10h。抽水蓄能水电厂一般以天或周为周期运行。当以一周为周期运行时,抽水蓄能水电站将会以满水库状态开始这一周(在美国通常是周一的早晨)。然后对水电厂进行一周的调度规划,当负荷高峰期时作为发电机发电,而当负荷低谷时作为电动机为水库部分或全部蓄水。

有时候,特别的互联安排可以改变抽水蓄能水电站的运行方式,比如从外部系统在低谷时购入低价的电。在某些系统中,考虑到容量备用的要求,系统运行人员会要求水库每天都要蓄满。在这种情况下,经济性要让位于可靠性。

下面用 λ - γ 迭代进行抽水蓄能的调度。

假设:

- (1) 恒定水头的水电运行。
- (2) 具有凸输入-输出特性曲线的等效火电机组。
- (3) 一个 24h 的规划,每个时间区间为 1h。

(4) 在任意时间区间中,水电厂可以处于抽水、发电或者空闲状态(空闲状态可以认为是抽水或发电极限方式)。

- (5) 规定了开始和结束时的蓄水量。

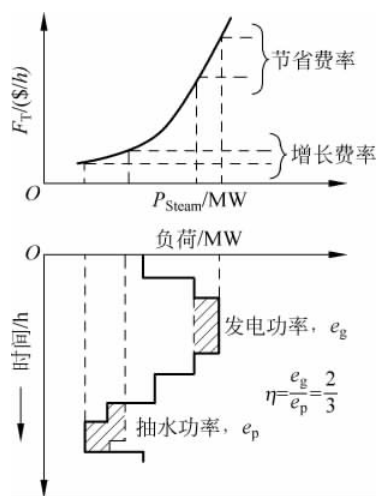


图 5.15 火电厂输入-输出特性曲线和典型日负荷曲线

(6) 抽水可以在泵容量的范围内连续工作。

(7) 抽水和发电的额定值是相同的。

(8) 固定的循环效率值 η 。

在建立公式时,如果忽略水库容量约束,这个问题的方程和传统水电的调度问题的方程是相同的。

图 5.16 给出了水流以及等效的电力系统模型。

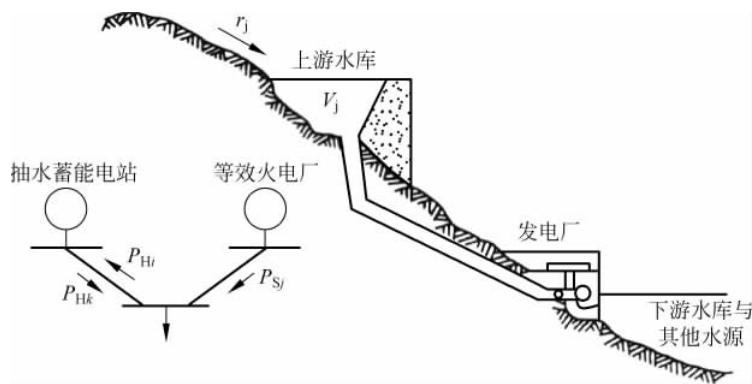


图 5.16 抽水蓄能电站水力流动以及电力系统模型

在某些区间 j :

- r_j 为流入水流速率(acre · ft/h)。
- V_j 为时间段末的容量(acre · ft)。
- q_j 为发电时注水速率(acre · ft/h)

或者

- w_j 为抽水时的抽水速率(acre · ft/h)。

一天中的时间区间被分成两组:

- $\{k\}$ 为发电区间。
- $\{i\}$ 为抽水区间。

水库约束需要在计算过程中校核。

初始和结束时的容量为

$$V_0 = V_s$$

$$V_{24} = V_e$$

抽水蓄能的调度问题就是在满足约束的条件下使火电机组一天的总费用最低。一天的总燃料费用为(注意,这里没用 n_j , 因为时间区间为 1h)

$$F_T = \sum_{j=1}^{24} F_j(P_{Sj})$$

对上述两组时间区间分别加以考虑。

$\{k\}$ (发电区间)的电力和水力的约束为

$$P_{loadk} + P_{lossk} - P_{Sk} - P_{Hk} = 0$$

$$V_k - V_{k-1} - r_k + q_k = 0$$

在发电区间内,拉格朗日方程为

$$E_k = F_k + \lambda_k (P_{loadk} + P_{lossk} - P_{Sk} - P_{Hk}) + \gamma_k (V_k - V_{k-1} - r_k + q_k) \quad (5.53)$$

$\{i\}$ (抽水区间)与上面相似,电力和水力的约束为

$$P_{\text{load}i} + P_{\text{loss}i} - P_{\text{Si}} + P_{\text{Hi}} = 0$$

$$V_i - V_{i-1} - r_i - w_i = 0$$

在抽水区间,拉格朗日方程为

$$E_i = F_i + \lambda_i (P_{\text{load}i} + P_{\text{loss}i} - P_{\text{Si}} + P_{\text{Hi}}) + \gamma_i (V_i - V_{i-1} - r_i - w_i) \quad (5.54)$$

因此,总的拉格朗日方程为

$$E = \sum_{\{k\}} E_k + \sum_{\{i\}} E_i + \epsilon_s (V_0 - V_s) + \epsilon_e (V_{24} - V_e) \quad (5.55)$$

其中添加了水库容量的终点约束。

在这个方程式中,一些抽水蓄能处于空闲状态的时间可以是抽水(或发电)区间,其中:

$$P_{\text{Hi}} = P_{\text{Hk}} = 0$$

为了找到 $F_T = \sum F_j$ 最小值,要求 E 的一阶偏导数为 0。

对于 $\{k\}$ (发电区间):

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial P_{\text{Sk}}} = 0 &= -\lambda_k \left(1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_{\text{Sk}}}\right) + \frac{dF_k}{dP_{\text{Sk}}} \\ \frac{\partial E}{\partial P_{\text{Hk}}} = 0 &= -\lambda_k \left(1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_{\text{Hk}}}\right) + \gamma_k \frac{dq_k}{dP_{\text{Hk}}} \end{aligned} \quad (5.56)$$

对于 $\{i\}$ (抽水区间):

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial P_{\text{Si}}} = 0 &= -\lambda_i \left(1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_{\text{Si}}}\right) + \frac{dF_i}{dP_{\text{Si}}} \\ \frac{\partial E}{\partial P_{\text{Hi}}} = 0 &= +\lambda_i \left(1 + \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_{\text{Hi}}}\right) - \gamma_i \frac{dw_i}{dP_{\text{Hi}}} \end{aligned} \quad (5.57)$$

对于 $\partial E / \partial V$, 考虑一天中的任一区间,例如第 l 个区间 (l 不是第 1 或第 24 小时):

$$\frac{\partial E}{\partial V_l} = 0 = \gamma_l - \gamma_l + 1$$

当 $l=0, 24$ 时:

$$\frac{\partial E}{\partial V_0} = 0 = -\gamma_1 + \epsilon_s \quad \text{和} \quad \frac{\partial E}{\partial V_{24}} = 0 = \gamma_{24} + \epsilon_e \quad (5.58)$$

从式(5.58)可见, γ 是一个常数。因此,在选定时间区间内有可能通过 $\lambda\gamma$ 迭代法解出抽水蓄能电厂的调度问题。在计算过程中,要校验约束条件,使之不越限,或者在方程式中直接加上这些约束条件。

抽水蓄能电站的调度问题也可以利用线性规划方法来求解。

5.10 使用线性规划的水电调度

一种更加有效地解决大型水电调度问题的方法是线性规划。先进的 LP 程序和计算机的发展使这个方法的实用成为可能。本节将对如图 5.10 所示的包含一个水电厂和一个火电厂的简单系统用 LP 建模。

首先,要将所需的每个模型都表达成线性模型,以便建立线性规划模型。变量定义如下:

$P_{\text{S}j}$ 为火电厂在时间段 j 的净输出。

$P_{\text{H}j}$ 为水电厂在时间段 j 的净输出。

q_j 为水轮机在时间段 j 的排水量。

s_j 为在时间段 j 的水库溢水量。

V_j 为在时间段 j 的水库容量。

r_j 为在时间段 j 的水库净流入水量。

sf_k 为火电厂分段线性成本函数的斜率。

sh_k 为水轮机分段线性出力函数的斜率。

sd_k 为分段线性泄漏水函数的斜率。

$P_{\text{load}j}$ 为在时间段 j 内的净电力负荷。

火电厂的发电成本用如图 5.17 所示的分段线性函数 $F(P_j)$ 表示。3 段直线代表了 P_{Sj1} 、 P_{Sj2} 、 P_{Sj3} ，每段有功功率 P_{Sjk} 从第 k 段的开始进行计算。每一段的斜率指定为 sf_1 、 sf_2 、 sf_3 。于是，成本函数为

$$F(P_{Sj}) = F(P_S^{\min}) + sf_1 P_{Sj1} + sf_2 P_{Sj2} + sf_3 P_{Sj3} \quad (5.59)$$

以及

$$0 < P_{Sjk} < P_{Sjk}^{\max} \quad k = 1, 2, 3 \quad (5.60)$$

并且

$$P_{Sj} = P_S^{\min} + P_{Sj1} + P_{Sj2} + P_{Sj3} \quad (5.61)$$

水电厂的净输出与排水量的关系用函数 $P_H(q_j)$ 表示，也是分段线性函数。实际的特性曲线通常是非线性的，如图 5.18 的点线所示。水力发电厂很少会运行在接近曲线最低点的点，而是经常运行于接近效率最高的点或是闸门全开的点。使用如图 5.18 所示的分段线性函数，发电厂会趋向于到达两点中的某一点。

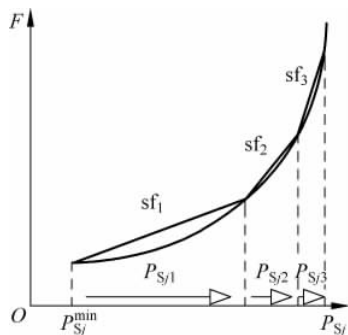


图 5.17 火电厂分段线性成本函数

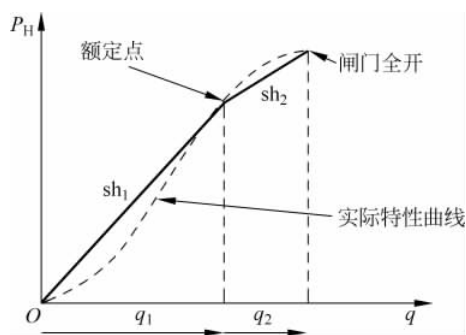


图 5.18 水轮机特性

在这个模型中，净电力输出由一个线性函数的和来表示：

$$P_{Hj} = sh_1 q_{j1} + sh_2 q_{j2} \quad (5.62)$$

水库的泄漏量定义为水库容量的函数。当水库容量低于一个给定的限值时，泄漏量为 0。因此，可以很容易地用图 5.19 中的分段线性函数来建立模型。其中，如果水库中的水量低于第一段容量时，泄漏量被设定为 0，那么

$$s_j = sd_1 V_{j1} + sd_2 V_{j2} + sd_3 V_{j3} \quad (5.63)$$

以及

$$0 \leq V_{jk} \leq V_{jk}^{\max} \quad k = 1, 2, 3 \quad (5.64)$$

所以

$$V_j = V_{j1} + V_{j2} + V_{j3} \quad (5.65)$$

水电调度的线性规划模型由以下几个部分组成：

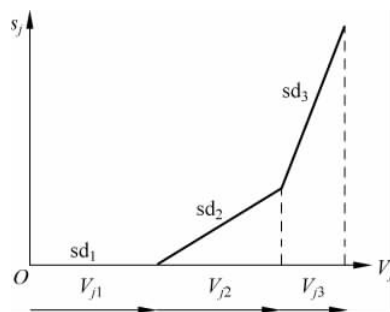


图 5.19 泄漏特性

$$\text{Minimize: } \sum_{j=1}^{j_{\max}} F(P_{Sj})$$

$$\text{Subject to: } V_j - V_{j-1} - (r_j - s_j - q_j) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, j_{\max}$$

其中:

$$P_{Hj} = P_H(q_j)$$

$$s_j = s(V_j)$$

并且

$$P_{Sj} + P_{Hj} - P_{\text{load}j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, j_{\max}$$

这个简单的水电调度问题在每个时间段会产生 8 个约束条件:

- 火电厂特性的两个约束条件。
- 水轮机特性的两个约束条件。
- 泄漏特性的两个约束条件。
- 容量连续方程的一个约束条件。
- 负荷平衡的一个约束条件。

另外,每个时间段有 15 个变量。如果线性规划以一小时为间隔计算一周调度规划,那么整个线性规划中将有 1344 个约束和 2520 个变量。这看起来规模很大,不过还是在现代 LP 程序的求解能力范围之内。参考文献[16]报道了一个包含 10 000 个约束和 35 000 个变量的水电调度的例子。

当多个水库/发电厂通过多个河流或水道连接起来时,模型中将会有更多的约束和变量。尽管如此,LP 方法还是可以用来解决这个问题,并得到较好的结果。

附录 5A 水火电系统调度的动态规划法

动态规划(DP)可以用于解决水火电系统的调度问题。用多机的、含梯级水电的复杂系统很难清楚地显示用动态规划法解决这类问题的好处。因此,在这里仍然用包括一个水力发电厂与一个火电厂的简单系统作为例子,来解释如何用 DP 解决此类问题。图 5A.1 显示一个等效的火电厂 P_s ,以及容量为 P_H 的水电厂,共同供应负荷 P_L 。时间区间标记为 j ,其中 j 是从 1 到 $j_{\max}$ 。

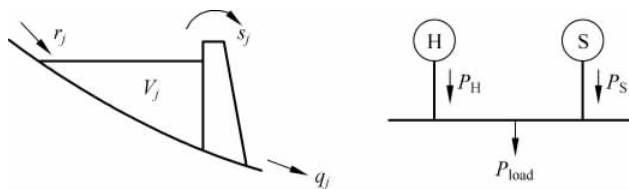


图 5A.1 算例用简单的水火电系统

变量定义如下:

r_j 为时间段 j 内的水净流入量。

V_j 为时间段 j 末的储存量。

q_j 为时间段 j 内通过水轮机的水流速率。

P_{Hj} 为时间段 j 内的有功输出。

s_j 为时间段 j 内的泄漏速率。

P_{Sj} 为火电厂输出功率。

$P_{\text{load}j}$ 为负荷。

F_j 为时间段 j 内的燃料费率。

给定初始时刻和结束时刻的存储水量 V_0 和 $V_{j\max}$ 以及负荷。假设火电厂在整个时间段内持续运行, 其输入输出特性为

$$F_j = a + bP_{Sj} + cP_{Sj}^2 \quad (5A.1)$$

水电厂的水使用率的特性函数为

$$\begin{aligned} q_j &= d + gP_{Hj} + hP_{Hj}^2, \quad P_{Hj} > 0 \\ q_j &= 0, \quad P_{Hj} = 0 \end{aligned} \quad (5A.2)$$

系数 a 到 h 都为常数。取机组水流量的单位为 $\text{acre} \cdot \text{ft}/\text{h}$ 。每个时间段 j 的长度是 n_j 小时, 那么水存储量的变化函数为

$$V_j = V_{j-1} + n_j(r_j - q_j - s_j) \quad (5A.3)$$

假设没有水的泄漏(即 $s_j = 0$)。

如果定义 V_i 和 V_k 为两个不同的容量状态, 并且

$$V_{j-1} = V_i$$

$$V_j = V_k$$

那么时间段 j 通过水电机组的水流量为

$$q_j = \frac{V_i - V_k}{n_j} + r_j$$

其中 q_j 必须为非负, 且有最大值 $q_{\max}$ 。 $q_{\max}$ 对应于水电机组的最大出力时的水流量。调度问题就是找出最小费用轨迹(即, 在每个阶段的储量)。如图 5A.2 所示, 可能存在很多条可行的轨迹。

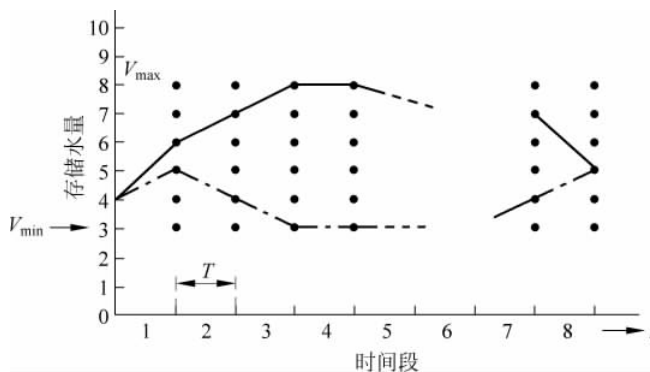


图 5A.2 水电厂运行轨迹

DP 算法非常简单。定义以下变量:

$\{i\}$ 为时间段 j 开始时的储量状态。

$\{k\}$ 为时间段 j 结束时的储量状态。

$TC_k(j)$ 为对于水库储量状态 V_k 从规划期开始到时间段 j 结束时的总费用。

$PC(i, j-1; k, j)$ 为时间段 j 火电厂从初始储量 V_i 到 V_k 的生产成本。

前向 DP 算法为

$$\begin{aligned} TC_k(0) &= 0 \\ TC_k(j) &= \min_{\{i\}} [TC_i(j-1) + PC(i, j-1; k, j)] \end{aligned} \quad (5A.4)$$

求解时,要给定负荷以及进水量。水电机组的排水速率可以通过初始和结束时的水位确定,由此,也可以得到 P_H 和 P_S 的值。接下来就可以直接计算火电厂的生产成本了。

由于水电站运行条件的限制,可能从有些初始状态 V_i 无法到达状态 V_k 。DP 还可以加入更多的水力约束,例如,在某些特定的时间段,排水速率固定,以便于鱼梯操作或者灌溉供水。

由于排水速率决定水电机组的输出能量,那么使用储量等级作为状态变量就限制了水电能量输出的等级。如果考虑一个可变水头的水电站,那么能量等级的计算就会变得很复杂。需要使用一个平均水头来计算 P_H 的值,以简化计算。

最好先用一个简单的例子来解释 DP 的思路,这比直接用 DP 来求解一个实际问题更容易上手。考虑两个发电厂的例子。火电厂的特性如图 5A.3 所示, $F = 700 + 4.8P_S + P_S^2/2000$, 所以 $dF/dP_S = 4.8 + P_S/1000$, 且 $200 \leq P_S \leq 1200$ 。水电机组为恒定水头发电厂,如图 5A.4 所示。其中:

$$\begin{cases} q = 260 + 10P_H, & P_H > 0 \\ q = 0, & P_H = 0 \end{cases}$$

P_H 的单位为 MW, 且 $0 \leq P_H \leq 200$ MW。

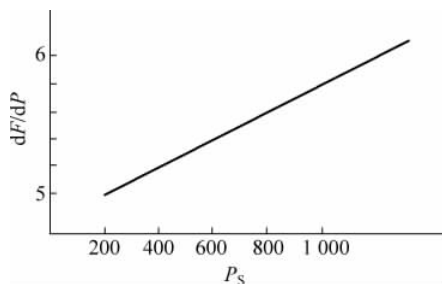


图 5A.3 火电厂增量成本函数

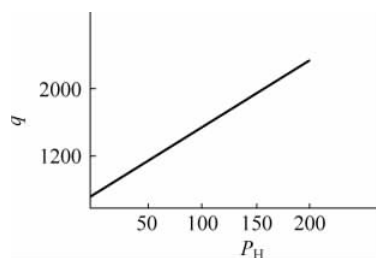


图 5A.4 水电厂 q 相对于 P_H 的函数

排水速率的单位为 $\text{acre} \cdot \text{ft}/\text{h}$ 。没有水的泄漏。初始和结束时的水容量都是 $10\,000 \text{ acre} \cdot \text{ft}$ 。存储容量的限制为 $6000 \sim 18\,000 \text{ acre} \cdot \text{ft}/\text{h}$ 。水流自然流入的流速为 $1000 \text{ acre} \cdot \text{ft}/\text{h}$ 。

以每 4 小时为一个单位 ($n_j = 4\text{h}$), 计算一天 (24h) 的调度问题。负荷以及水流自然流入速度为

时间段 j	$P_{\text{load}j}$ (MW)	$r(j)$ ($\text{acre} \cdot \text{ft}/\text{h}$)
1	600	1000
2	1000	1000
3	900	1000
4	500	1000
5	400	1000
6	300	1000

1. 过程

如果这是一个实际的调度问题,可以用一个由时间段和水容量状态构成的粗糙网络来初步搜寻最优解。在使用粗略搜索建立一般邻域后,接着可以进行精细的修正得到最优的轨迹。在由粗糙网络得到的初始的最优轨迹附近,可以用更小的步长来做更精细的搜索,以得到更好的路径。这个方法对于凸

(四)函数的问题很有效。在这个例子中,将步长限制为 4h 的时间步长和 $2000\text{acre} \cdot \text{ft}$ 的存储容量步长。

在任一时段,通过水电机组的排水速率为

$$q_j = \frac{V_{j-1} - V_j}{4} + 1000 \quad (5A.5)$$

排水速率必须是非负的,并且不能超过 $2260\text{acre} \cdot \text{ft}/\text{h}$ 。对于这个问题,要使用方程来关联水电厂的输出 P_H 和排水速率 q 。而在一般情况下,需要用表格来表示 P_H 、 q 和净水头的关系。

DP 过程用起始两个时段来阐述。取存储容量的步长分别为 6000, 8000, 10 000, $\dots$, 18 000 $\text{acre} \cdot \text{ft}$ 。初始的容量状态为 10 000。(在这个例子中,容量会用 1000 $\text{acre} \cdot \text{ft}$ 的倍数来表示,以节省空间)。下面的表格总结了 $j=1$ 时的计算过程。

$j=1, P_L(1)=600\text{MW}, \{i\}=10$				
V_k	q	P_H	P_S	$TC_k(j) (\$)$
14	0	0	600	15 040
12	500	24	576	14 523
10	1000	74	526	13 453
8	1500	124	476	12 392
6	2000	174	426	11 342

图 5A.5 所示的图展示了轨迹。不必计算更大的存储容量状态下的结果,因为那种状态下可做的无非是关掉机组并以自然流入的水来增加储水量。

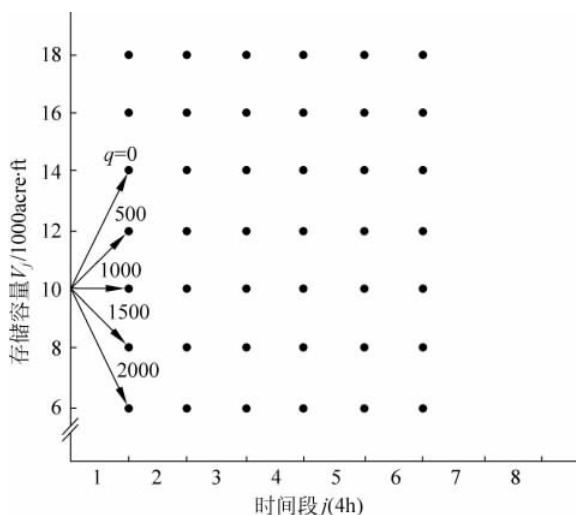


图 5A.5 DP 例子的初始轨迹

因为要考虑很多初始储量状态,第二阶段及随后的时间段的表格会更加复杂,其中的一些列在下表中,并用图 5A.6 来说明。

$j=2, P_L=1000\text{MW}, \{i\}=[6,8,10,12,14]$

V_k	V_i	q	P_H	P_S	$TC_k(j)(\$)$
18	14	0	0	1000	39 040 ^a
16	14	500	24	976	38 484 ^a
	12	0	0	1000	38 523
14	14	1000	74	926	37 334 ^a
	12	500	24	976	37 967
	10	0	0	1000	37 453
12	14	1500	124	876	36 194 ^a
	12	1000	74	926	39 818
	10	500	24	976	36 897
	8	0	0	1000	36 392
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
6	10	2000	174	826	33 477 ^a
	8	1500	124	876	33 546
	6	1000	74	926	33 636

^a表示成本最小的路径。

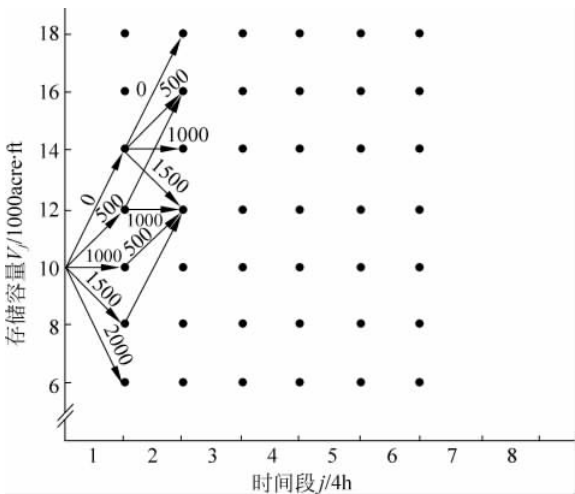


图 5A.6 DP 例子第二阶段轨迹

在最后阶段,组合如下:

$j=6, P_L=300\text{MW}, \{i\}=[6,8,10,12,14]$

V_k	V_i	q	P_H	P_S	$TC_k(j)(\$)$
10	10	1000	74	226	82 240.61
10	8	500	24	276	82 260.21
10	6	0	0	300	81 738.46

由于最终的存储容量设置为 $10(\times 1000\text{acre} \cdot \text{ft})$ 并且火电厂的最小负荷为 200MW , 因此上述组合是唯一的可行组合。

图 5A.7 给出了相对存储容量的最小成本轨迹。这条路径是在 $2000\text{acre} \cdot \text{ft}$ 和 4h 的粗糙网络中得

到的。如果用更小的步长,可以得到更好的结果。

2. 扩展到其他情况

DP 方法可以应用到更加复杂的系统中。取较长的时间步长时,可用于计算季节的规律,或用于水库系统的长期存储规划。它可用于处理可变水头的情况。图 5A.8 中绘制的是一种可变水头的水力发电厂的特性曲线。在这种情况下,净水头的变化不但会影响发电厂的最大输出,同时也会影响到水的利用速率。

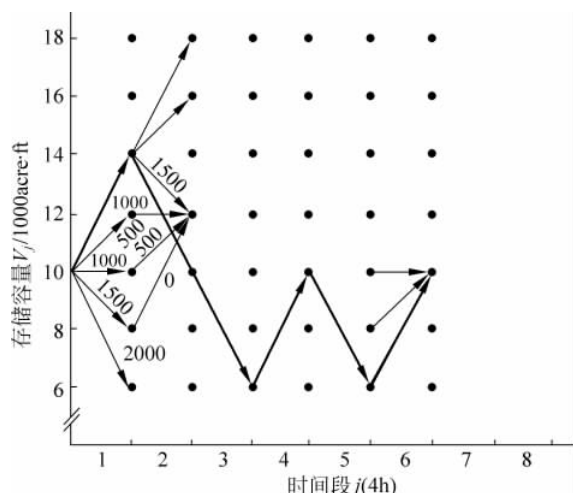


图 5A.7 水火电系统规划的最终轨迹

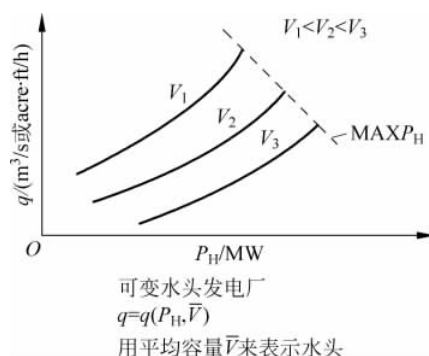


图 5A.8 可变水头发电厂的输入输出特性曲线

3. 动态规划用于多水电厂的调度

假设给出了如图 5A.9 所示的水火电系统。当泄漏量设定为 0 时,有如下的水力平衡公式:

$$V_{1j} = V_{1j-1} + r_{1j} - q_{1j}$$

$$V_{2j} = V_{2j-1} + q_{1j} - q_{2j}$$

功率平衡方程为

$$P_{H1}(q_{1j}) + P_{H2}(q_{2j}) + P_{Sj} - P_{loadj} = 0$$

对于这个例子,有很多方法来建立 DP 模型。也许最明显的方式还是将水库的存储容量 V_1 和 V_2 作为状态变量,然后考虑它们所有可行的组合。将 V_1 和 V_2 分成 N 个储存容量步长 $S_1, S_2, \dots, S_N$,于是在每个时间步长上,DP 需要考虑 N^2 个组合,如图 5A.10 所示。

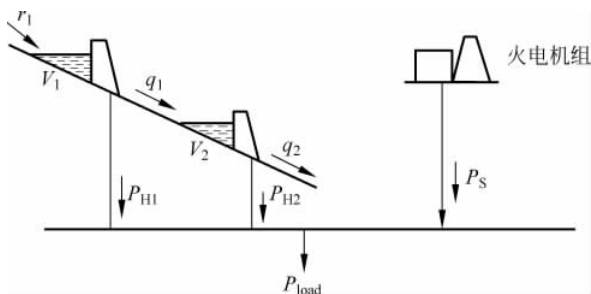


图 5A.9 含梯级水电站的水火电系统

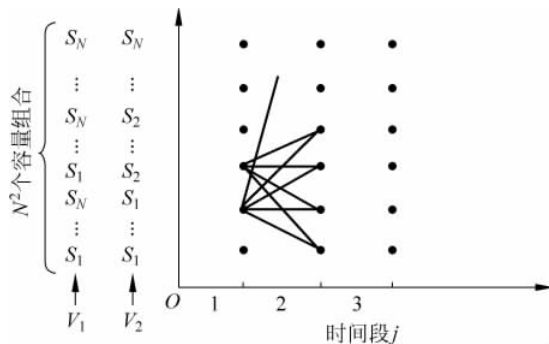


图 5A.10 梯级水电站的轨迹组合

如果容量分步较少的话,这个步骤应该可以解决多水电站系统的调度问题。然而,在做实际系统的调度时,这个步骤是不可行的。设想一下,把一个水库的容量分成 10 步($N=10$)。如果只有一个水电站,那么每个时间段就会有 10 个状态,那么每个阶段就会有 100 条可能的路径要研究。如果有两个水库,仍旧是分成 10 步,那每个时间段就会有 100 个状态,每个阶段要研究 10 000 条路径。

可以使用连续逼近的方法来解决上述的维数灾问题。这个方法首先用一个间隔很大的网络来找到一种解决方案,然后在前述解的周围,用一个间隔较小的网络来找到一种改进的解决方案。这个方法连续在每个水库中使用,直到误差小到可接受的范围。图 5A.11 给出了使用连续逼近法的具体步骤。

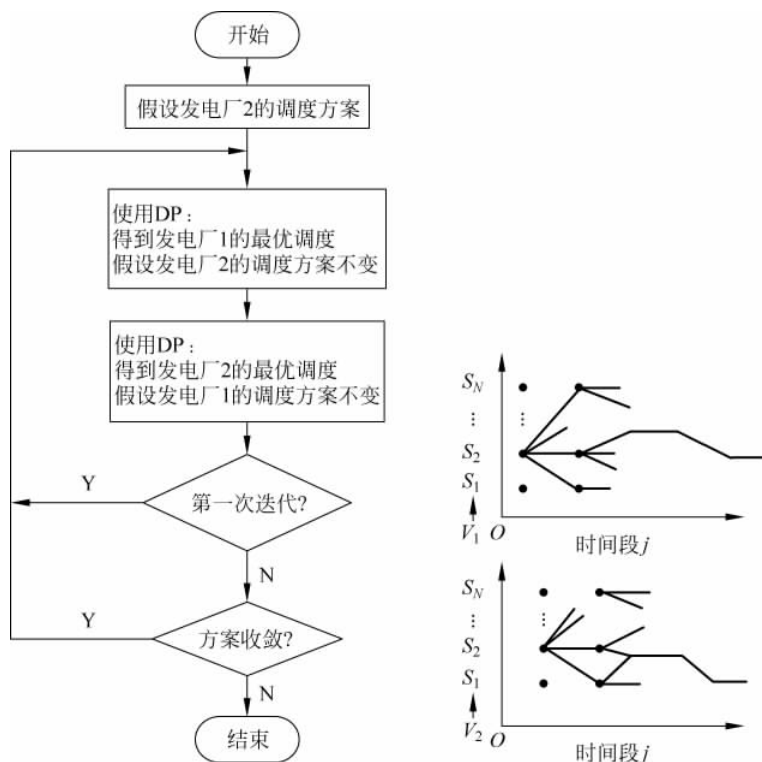


图 5A.11 连续逼近解法

习题

5.1 要求 3 台机组在一个月 30 天都要在线(720h),它们的特性如下:

$$H_1 = 225 + 8.47P_1 + 0.0025P_1^2, \quad 50 \leq P_1 \leq 350$$

$$H_2 = 729 + 6.20P_2 + 0.0081P_2^2, \quad 50 \leq P_2 \leq 350$$

$$H_3 = 400 + 7.20P_3 + 0.0025P_3^2, \quad 50 \leq P_3 \leq 450$$

在这些方程中, H_i 的单位是 MBtu/h, P_i 的单位是 MW。

机组 2 和机组 3 的燃料费用为 0.60 \$/MBtu。机组 1 以照付不议的燃料合同运行,其中每 30 天的周期要消耗 60 000t 的煤。这些煤的成本为 12 \$/t,平均热值为 12 500Btu/lb (1t 近似地换算为 2000lb)。

系统每月的持续负荷曲线可以用下面的表格来表示：

负荷/MW	持续时间/h	能量/MWh
800	50	40 000
500	550	275 000
300	120	36 000
总和	720	351 000

(1) 假设 3 台机组总是在线,并且机组 1 要用光所有的煤,计算一个月的经济调度。给出每台机组在每个负荷周期的出力、每台机组的总发电量以及 γ 的值(伪燃料成本)。

(2) 如果机组 1 没有消费所有 60 000t 煤的约束,煤的价格依然是 12 \$/t,经济调度的结果如何?计算给出(1)中要求的所有结果。另外,计算机组 1 需要的煤的总量。

5.2 参考例 5C。在例 5C 解决的第一个问题中只是将两个煤堆在第三周末的储量限制为 0~200 000t。重新解决第一个问题, $V_1(1)=70\ 000$, $V_2(1)=70\ 000$,添加限制:在第三周末,发电厂 2 的煤堆储量至少为 20 000t。

5.3 参考例 5C。在用 LP 算法求解的第二个例子中(发电厂 1 和发电厂 2 的初始储量分别为 70 000 和 50 000),限制发电厂 2 煤堆的最终储量为 8000t。如果放松这个储量限制(发电厂 2 的最终煤堆储量可以为 0),那么最优调度应是怎样的?

5.4 使用例 5C 中的 LP 方法来解决以下的问题:

(1) 发电厂 2 的卸煤机将要检修一周时间。在检修期间,没有煤运到发电厂 2。发电厂的管理者想要知道检修应该安排在第二周还是第三周。这要根据两个发电厂三周内运行的总费用来作出决策。

(2) 检修可以放在第一周吗?如果不能,说明理由。

使用例 5C 中 LP 例子中用的初始条件, $V_1(1)=70\ 000$, $V_2(1)=70\ 000$ 。

5.5 北明尼苏达的切割和碎纸公司有两个发电厂,一个烧煤,另一个烧由德州燃气公司管道供应的天然气。造纸公司从北达科他州的煤矿能得到足够的煤供应,并且它在固定的时间内以照付不议合同购买天然气。对于后面所示的 8 小时时间段,造纸公司一定要消耗 $15 \cdot 10^6 \text{ft}^3$ 的天然气。

造纸公司的燃料成本为

- 煤: 0.60 \$/MBtu。
- 天然气: 2.0 \$/ccf(1ccf=1000ft³),天然气的热值是 1100Btu/ft³。

发电机的输入输出特性为

- 机组 1(燃煤机组): $H_1(P_1)=200+8.5P_1+0.002P_1^2$, $50 < P_1 < 500$ 。
- 机组 2(燃气机组): $H_2(P_2)=300+6.0P_2+0.0025P_2^2$, $50 < P_2 < 400$ 。

负荷(两种负荷持续 4h)如下:

时 间 段	负荷/MW
1	400
2	650

假设两机组在整个 8 小时内都在线运行。

找到 8 小时内造纸公司的两个发电厂最经济的运行方式,并且满足天然气的消费约束。

5.6 一个燃油发电厂(如图 5.20 所示)具有如下的燃料消耗曲线：

$$q = \begin{cases} 50 + P + 0.005P^2 & 100 \leq P \leq 500 \\ 0 & P = 0 \end{cases}$$

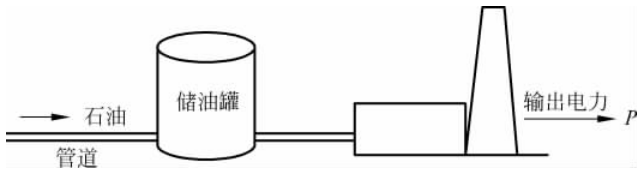


图 5.20 问题 5.6 具有储油罐的燃油发电厂

发电厂与一个最大容量为 4000bbl 的储油罐连接。储油罐的初始储量为 3000bbl。另外,有一条管道用于向发电厂供油。这个管道接到储油罐,并且要按照合同消费 500bbl/h。这台燃油机组和其他机组一起向系统中供应电力。其他机组的等效燃料成本曲线为

$$F_{eq} = 300 + 6P_{eq} + 0.0025P_{eq}^2 \quad 50 \leq P_{eq} \leq 700$$

供应的负荷如下表所示：

时 间 段	负荷/MW
1	400
2	900
3	700

每个时间段的长度为 2h,使用 DP 找出燃油发电厂的最优调度,使等值电厂的运行成本最小,并且最终储油罐的储量为 2000bbl。解决问题的过程中,可以使用 2000、3000 和 4000bbl 作为罐中储存量状态。下表给出了 q 相对于 P 的函数值：

q	P /MW
0	0
200	100.0
250	123.6
500	216.2
750	287.3
1000	347.2
1250	400.0
1500	447.7
1800	500.0

发电厂可以在任意的 2h 时间段内停机,而且开机、停机的费用不用考虑。

5.7 你需要为一个造纸厂运行北威斯康星州的两个发电厂。一个烧煤,另一个烧加拿大供应的天然气。你将有充足的燃煤供应,并且在固定时间内签订了照付不议合同购买天然气。对于如下所示的 24h 的周期,你必须消耗 60 000ft³的天然气。

你的燃料成本为

- 煤: 2.5 \$/MBtu。
- 天然气: 热值为 1000Btu/ft³。

发电机输入输出特性为

- 机组 1(燃煤机组): $H_1(P_1) = 0.01P_1^2, 50 \leq P_1 \leq 1200$ 。
- 机组 2(燃气机组): $q(P_2) = 0.005P_2^2, 50 \leq P_2 \leq 1000$ 。

负荷(两种负荷的持续时间都是 12h)如下:

时 间 段	负荷/MW
1	1200
2	1500

假设两个机组在整个 24h 内都在线运行。

(1) 写下解决这个问题所需的所有方程。

(2) 选择任意的 γ 初始值, 然后找出 γ 的范围: 找到可以使燃气消费超过 60 000ft³ 的 γ 的值; 找到可以使燃气消费少于 60 000ft³ 的 γ 的值。

5.8 你想要购买一个小型的水轮发电机来取代题 5.7 中你用来给造纸厂供电的天然气发电机组。你准备比较煤电机组和燃气机组的组合(在题 5.7 中已求得)与煤电机组和水电机组的組合的费用。

煤的成本为(与题 5.7 相同)

- 煤: 2.5 \$/MBtu。

煤电机组的输入输出特性为(与题 5.7 相同)

- 机组 1(燃煤机组):

$$H_1(P_1) = 0.01P_1^2 \text{ MBtu/h}, \quad 50 \leq P_1 \leq 1200$$

水电机组:

$$Q(P_H) = 50 + 5P_H, \quad P_H > 0$$

$$Q(P_H) = 0, \quad P_H = 0$$

其中 $0 \leq P_H \leq 700 \text{ MWh}$ 。

水电厂的水库最大容量是 50 000acre · ft。河流的入水量固定在 1500acre · ft/h。

水库的初始储量为 25 000acre · ft, 结束时的储量也为 25 000acre · ft。

负荷(两种负荷都持续 12h)如下(与题 5.7 相同):

时 间 段	负荷/MW
1	1200
2	1500

使用 DP 算法, 找出使煤电厂在 24h 内运行费用最小的水电厂调度方案。在 DP 算法中使用如下的水库容量状态: 0, 12 500, 25 000, 37 500, 50 000。

水电厂是否节省了煤电厂的运行费用?

5.9 给出火电厂和水电厂的以下特性:

火电厂的增量成本(单位 \$/MWh)为

$$2.0 + 0.002P_s \quad 100 \leq P_s \leq 500$$

水电厂的增水率(单位 ft^3/MWs)为

$$50 + 0.02P_H \quad 0 \leq P_H \leq 500\text{MW}$$

负荷为

时 间 段	负荷/MW
24:00—09:00	350
09:00—18:00	700
18:00—24:00	350

假设:

- $P_H=0$ 时的水流输入为 0, 即 $P_H=0$ 时, 即 $q(P_H)=0$ 。
- 忽略损耗。
- 火电厂保持 24h 在线运行。

求 P_S 和 P_H 在 24h 内的最优调度, 满足总用水量为 $1.25 \times 10^9 \text{ft}^3$, 即

$$q_{\text{TOT}} = 1.25 \times 10^9 \text{ft}^3$$

5.10 假设题 5.9 中的增量耗水率固定为 $60 \text{ft}^3/\text{MWs}$, 并且火电机组不用一直在线运行。进一步假设火电厂的成本为

$$F(P_S) = 250 + 2P_S + \frac{P_S^2}{1000}$$

考虑相同的水量约束, 重新求解题 5.9。

5.11 使用动态规划解决水火电系统调度

重复附录 5A.1 中的动态规划例子, 只是水电机组的流量特性反映变化的水头。这个特性也反映与净水头相关的最大容量。即

$$q = 0 \quad P_H = 0$$

$$q = 260 + 10P_H \times \left(1.1 - \frac{\bar{V}}{100\,000}\right) \quad 0 < P_H \leq 2000 \times \left(0.9 + \frac{\bar{V}}{100\,000}\right)$$

其中, $\bar{V}$ 为平均水库储量。

对于这个问题, 假定在一个时间段内速率固定, 因此

$$\bar{V} = \frac{1}{2}(V_k + V_i)$$

其中, V_k 为阶段结束时的储量, V_i 为阶段初始时的储量。

需要的数据如下。

火电机组总是在线运行, 其成本为

$$F = 770 + 5.28P_S + 0.55 \times 10^{-3}P_S^2 \quad 200 \leq P_S \leq 1200$$

水量储存以及流入数据如下:

- 流入量为 $1000 \text{acre} \cdot \text{ft}/\text{h}$ 。
- 储量限制为 $6000 \leq V \leq 18\,000 \text{acre} \cdot \text{ft}$ 。
- 初始值为 $10\,000 \text{acre} \cdot \text{ft}/\text{h}$ 。
- 结束值为 $10\,000 \text{acre} \cdot \text{ft}/\text{h}$ 。

每 4h 段的负荷如下:

时 间 段	负荷/MW
1	600
2	1000
3	900
4	500
5	400
6	300

找出使储存容量最接近 500acre·ft 的最优调度方案。

5.12 抽水蓄能电站调度问题

一个火电系统有如下所示的综合燃料消耗特性：

$$F = 250 + 1.5P_s + \frac{P_s^2}{200} \quad 200 \leq P_s \leq 1200$$

另外，有一个抽水蓄能电站具有如下的特性：

- 发电时的最大出力为 180MW(机组的发电功率在 0~180MW 之间)。
- 抽水负荷为 200MW(机组只能在 100MW 和 200MW 两种负荷下抽水)。
- 循环效率为 70%(也就是说，每产生 70MWh 能量，需要 100MWh 的抽水能量)。
- 水库的存储容量等效为 1600MWh 的发电能量。

这个系统的负荷按照时间顺序与题 5.11 相同。

(1) 假设水库在一天的开始时是满的，而且在一天的末尾也要是满的。调度抽水蓄能电站，以使火电系统的费用最小化。

(2) 重复解决(1)的情况，假设水库的存储容量是未知的，并且在每天结束时的水位要相同。为使火电的生产成本最小，水库的容量需要多大？

注意：在解决这些问题的过程中，假设抽水蓄能电站可以在部分时间运行，也就是说，在 4h 的负荷周期中它不必始终保持恒定的输出功率或者抽水负荷。

5.13 水电机组组合问题。“点亮你的生活”电力公司运营着一台水电机组以及四台火电机组。根据下面的条件，计算所有机组的启停以及每台机组的出力。

火电机组数据(燃料=1.0 \$ /MBtu)如下：

机组 编号	最大出力 /MW	最小出力 /MW	增量热率 /(Btu/kWh)	空载输入 /(MBtu/h)	启动 /MBtu	最少运行 时间/h	最少停运 时间/h
1	500	70	9950	300	800	4	4
2	250	40	10 200	210	380	4	4
3	150	30	11 000	120	110	4	8
4	150	30	11 000	120	110	4	16

水电厂数据如下：

$$Q(P_H) = 1000 + 25P_H$$

其中

$$0 < P_H < 200$$

水电机组的最小运行时间和最小停运时间都是 1h。

负荷数据(每个时间段为 4h)如下：

时 间 段	负荷/MW
1	600
2	800
3	700
4	1150

初始状态为：机组 1 和 2 正在运行中，并且已运行 4h，机组 3、4 和水电机组已停运 16h。如果开始时水电机组的水库是满的，并且要求在 16h 的时间内一定要用掉 24 000acre · ft 的水，求 4 个火电机组和水电机组的调度计划使火电机组的运行费用最小。

5.14 三阶段水电调度问题。北缅因州的“失落山谷”纸业公司运营着一个非常大的造纸厂以及邻近的设施。造纸厂的所有电力由它自己的水电厂以及若干火电厂（等效为一个发电厂）提供。水电厂的运行由缅因州自然资源部门严格监管。

水电厂数据：

$$Q(P_H) = 250 + 25P_H \quad 0 < P_H < 500$$

注意，当 $P_H=0$ 时， $Q(P_H)=0$ 。

等效火电厂数据：

$$F(P_S) = 600 + 5P_S + 0.005P_S^2 \quad 100 < P_S < 1000$$

负荷数据（每时段长度为 4h）如下：

时 间 段	负荷/MW
1	800
2	1000
3	500

缅因州自然资源部门规定，在上述的 12h 中，开始时是满水库的状态，有 20 000acre · ft 的水，结束时水库要是空的。假设在整个 12h 内没有水流入水库，并且火电机组总是在线。水电机组可以在整个或者部分时间段停运，并且在停运期间不消耗任何的水。

用动态规划方法计算水电厂的最优调度。规划中只用 3 种容量状态：0, 10 000, 20 000acre · ft。