第 1 章 绪论

1.1 材料力学的任务

在各种机械和工程结构(图 1-1)的组成部分中,如建筑物(构筑物)的梁和柱、各种机械中的梁和轴等最基本的元件是零件或部件,这些零件或部件是构成建筑物(构筑物)和各种机械的骨架部分,统称为**构件**。当建筑物(构筑物)和各种机械处于工作状态时,构件将受到载荷的作用。如房屋的梁和柱受到自重和其他外加载荷的作用,起重机的吊臂受到重物的作用,机械的传动轴受到扭转力矩的作用等。这些构件一般都是由固体制成,固体构件受到外力作用时,将产生形状和尺寸的改变,这种变化称为**变形**。理论力学讨论的对象是刚体模型,而在实际工程中的构件都是可变形的固体,简称为**变形体**。按照产生变形的程度可将其分为两类:一类是可以恢复的变形,称为**弹性变形**,这种变形一般都比较小;另一类是不可恢复的变形,称为**塑性变形**。试验表明,当固体的变形较大时,其变形中常常既包含弹性变形部分又包含塑性变形部分;当固体的变形较小或不超过某一限度时,其变形完全是弹性的或接近于完全弹性的。在绝大多数情况下,材料力学限于研究弹性变形。

固体构件在外力作用下有抵抗变形和破坏的能力,但是这种能力是有限度的。为保证各种建筑物(构筑物)和机械在外力作用下能正常工作,其内部各构件应当有足够的能力来负担这些载荷。因此,构件要满足以下要求。

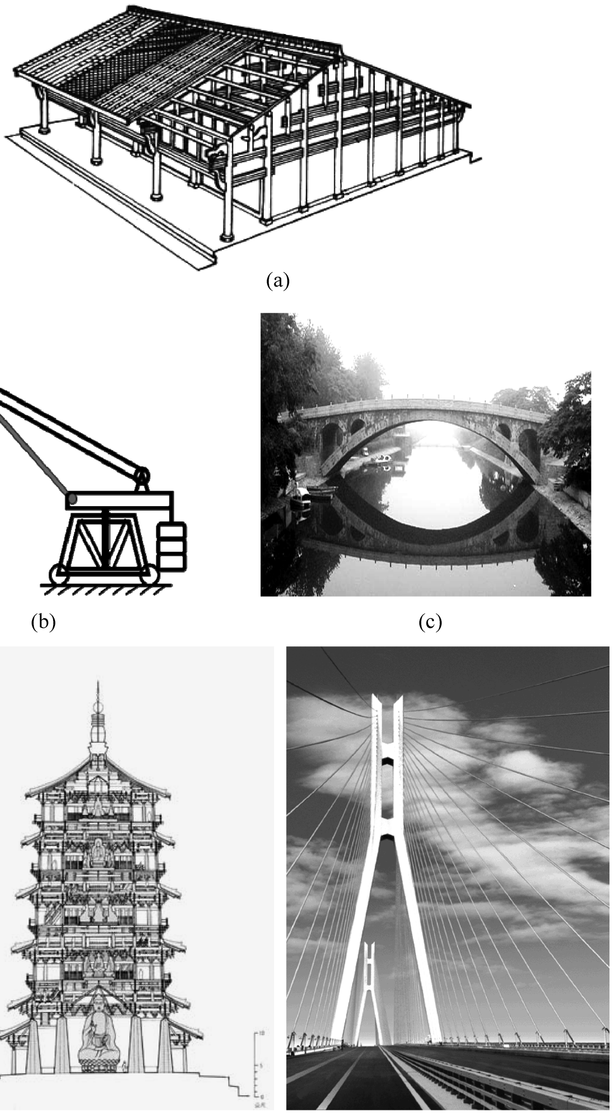

图 1-1　建筑物(构筑物)图片

(a) 传统具有柱、梁、檩、椽的木制房屋结构；(b) 起重机起吊重物；(c) 赵州桥；(d) 山西应县佛宫寺释迦塔(木塔)；(e) 南京长江二桥(斜拉桥,全长 628m)

(1) **强度要求**：即构件在外力作用下应具有足够的抵抗破坏的能力。在规定的载荷作用下,构件当然不应破坏,包括断裂和发生较大的塑性变形。例如,冲床曲轴不可折断;建筑物的梁和板不应发生较大塑性变形。强

度要求就是指构件在规定的使用条件下不发生意外断裂或塑性变形。

（2）**刚度要求**：即构件在外力作用下应具有足够的抵抗变形的能力。在载荷作用下，构件即使有足够的强度，但若变形过大，仍不能正常工作。例如，机床主轴的变形过大将影响加工精度；齿轮轴变形过大将造成齿轮和轴承的不均匀磨损，引起噪声。刚度要求就是指构件在规定的工作条件下不发生较大的变形。

（3）**稳定性要求**：即构件在外力作用下能保持原有直线平衡状态的能力。承受压力作用的细长杆，如千斤顶的螺杆、内燃机的挺杆等应始终维持原有的直线平衡状态，保证不被压弯。稳定性要求就是指构件在规定的使用条件下不产生丧失稳定性的破坏。

强度、刚度和稳定性是材料力学研究的主要内容。一个合理的构件设计，不但应该满足强度、刚度和稳定性的要求以保证其安全可靠，还应该符合经济原则。若构件的横截面尺寸不足或形状不合理，或材料选用不当，不能满足上述要求，将不能保证工程结构或机械的安全工作。相反，也不应不恰当地加大横截面尺寸或选用高强材料，这虽满足了上述要求，却使用了更多的材料并增加了成本，造成浪费。可见，安全和经济经常是矛盾的，**材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下，为设计既经济又安全的构件提供必要的理论基础和计算方法。**

研究构件的强度、刚度和稳定性时，应了解材料在外力作用下表现出的变形和破坏等方面的性能，即材料的力学性能，而力学性能要由实验来测定。此外，经过简化得出的理论是否可信也要由实验来验证。所以实验分析和理论研究同是材料力学解决问题的方法。

1.2　变形固体及其基本假设

制造各种构件所采用的材料虽然品种繁多、性质各异，但它们都有一个共同的特性，就是在外力作用下会发生变形。在进行构件的强度、刚度和稳定性计算时，变形是一个不可忽略的因素，因此，在材料力学中将构件看成是可变形的固体。为了使计算简化经常略去材料的次要性质，并根据其主要性质做出假设，将它们抽象为一种理想模型，作为材料力学理论分析的基础。下面是材料力学对变形固体常采用的几个基本假设。

（1）**连续性假设：认为组成固体的物质不留空隙地充满了整个固体的体积**。实际上，组成固体的粒子之间存在空隙，但这种空隙极其微小，可以

忽略不计。于是可认为固体在其整个体积内是连续的。基于连续性假设，固体内的一些力学量(例如点的位移)可用连续函数表示，并可采用高等数学有关的分析方法研究。

连续性不仅存在于变形前，同样适用于变形发生之后，即构件变形后不出现新的空隙，也不出现重叠。

(2) **均匀性假设：认为在固体内各点处具有相同的力学性能**。即从固体内任意取出一部分，无论从何处取也无论取多少其力学性能总是一样的。

由此假设可以认为，变形固体由同一均质材料组成，因而体内各处的力学性质都是相同的，并认为在其整个体积内毫无空隙地充满了物质。事实上，从固体的微观结构看，各种材料都是由无数颗粒(如金属中的晶粒)组成的，颗粒之间是有一定空隙的，而且各颗粒的性质也不完全一致。但由于材料力学是从宏观的角度去研究构件的强度、刚度和稳定性问题，这些空隙远远小于构件的尺寸，而且各颗粒是错综复杂地排列于整个构件体积内。因此，由统计平均值观点看，各颗粒性质的差异和空隙均可忽略不计，从而认为变形固体是均匀连续的。

(3) **各向同性假设：认为固体材料沿各个方向的力学性能是相同的**。具有这种属性的材料称为各向同性材料。例如钢、铜、铸铁、玻璃等，而木材、竹和轧制过的钢材等则为各向异性材料。但是，有些各向异性材料在某些情况下也可近似地看作是各向同性的。

(4) **小变形假设。认为固体受力后的变形比固体的原始尺寸小得多**。工程实际中构件受力后的变形一般都很小，相对于构件的原始尺寸小很多，因此在分析构件上力的平衡关系时，变形的影响可忽略不计，仍按构件的原始尺寸进行计算，使问题得到简化。如果构件受力后的变形很大，其影响不可忽略时，则必须按构件变形后的尺寸进行计算。前者称为小变形问题，后者称为大变形问题。材料力学一般只研究小变形问题。

1.3 外力、内力和截面法

1.3.1 外力及其分类

当研究某一构件时，可以设想把这一构件从周围物体中单独取出，并用力来代替周围各物体对构件的作用，这些**来自构件外部的力就是外力**。对于我们的研究对象，例如一个物体或物体的一部分来说，其他物体或物体的

其他部分对于研究对象的作用就是该对象的外力。例如研究屋架，屋面的重量就是屋架的外力，又称载荷；屋架支座的反力也是屋架的外力。若研究屋架中的某一根杆，则屋架的其他部分对该杆的作用就是该杆的外力。在考虑构件的自重时，自重也是该构件的外力。

按照外力的作用方式可分为表面力和体积力。**表面力**是作用于物体表面的力，又可分为分布力和集中力。**分布力**是连续作用于物体表面的力，如作用于油缸内壁上的油压力，作用于船体上的水压力等。有些分布力是沿杆件的轴线作用的，如楼板对屋梁的作用力。若外力分布面积远小于物体的表面尺寸，或沿杆件轴线分布范围远小于轴线长度，就可看作是作用于一点的**集中力**，如列车车轮对钢轨的压力，滚珠轴承对轴的反作用力等。**体积力**是连续分布于物体内部各点的力，例如物体的自重和惯性力等。

按载荷随时间变化的情况又可分为静载荷和动载荷。若载荷缓慢地由零增加到某一定值，以后即保持不变，或变动很不明显，即为**静载荷**。若载荷随时间而变化，则为**动载荷**。随时间作周期性变化的动载荷称为**交变载荷**，例如齿轮转动时，作用于每一齿上的力都是随时间作周期性变化的。**冲击载荷**则是物体的运动在瞬时发生突然变化所引起的动载荷，例如，急刹车时飞轮的轮轴、锻造时气锤的锤杆等都受到冲击载荷的作用。

材料在静载荷作用下和在动载荷作用下的性能颇不相同，分析方法也颇有差异。因为静载荷问题比较简单，所建立的理论和分析方法又可作为解决动载荷问题的基础，所以首先研究静载荷问题。

1.3.2　内力与截面法

构件即使不受外力作用，它的各质点之间本来就有相互作用的内力，以保持其一定的形状。材料力学所讨论的**内力**，是指因外力作用使构件发生变形时，构件的各质点间的相对位置改变而引起的“附加内力”，即分子结合力的改变量。这种内力随外力的改变而改变。但是，它的变化是有一定限度的，不能随外力的增加而无限地增加。当内力加大到一定限度时，构件就会破坏，因而内力与构件的强度是密切相关的。因此，为了揭示构件的变形和破坏规律，就必须首先研究内力。

由静力学可知，在分析两物体之间的相互作用力时必须将两物体分开。同理，为了显示构件在外力作用下 m—m 截面上的内力，可用平面假想地把构件分成Ⅰ、Ⅱ两部分，如图 1-2(a)所示。

任取其中一部分，例如Ⅱ，为研究对象。在Ⅱ上作用的外力有 F_3 和 F_4，

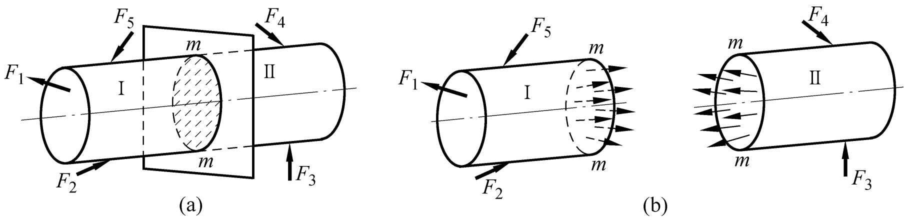

图 1-2

欲使Ⅱ保持平衡,则Ⅰ必然有力作用于Ⅱ的 $m—m$ 截面上,以与Ⅱ所受的外力平衡,如图 1-2(b)所示。根据作用与反作用定律可知,Ⅱ必然也以大小相等、方向相反的力作用于Ⅰ上。上述Ⅰ与Ⅱ间相互作用的力就是构件在 $m—m$ 截面上的内力。按照连续性假设,在 $m—m$ 截面上各处都有内力作用,所以内力是分布于截面上的一个分布力系。把这个分布力系向截面形心简化得到主矢和主矩,称为**截面上的内力**。

对部分Ⅱ来说,外力 F_3,F_4 和 $m—m$ 截面上的内力保持平衡,根据平衡方程就可以确定 $m—m$ 截面上的内力。

上述用截面假想地把构件分成两部分,以显示并确定内力的方法称为**截面法**。可将其归纳为以下三个步骤:

(1) 欲求某一截面上的内力时,就沿该截面假想地把构件分成两部分,任意地取出一部分作为研究对象,并弃去另一部分。

(2) 用作用于截面上的内力代替弃去部分对取出部分的作用。

(3) 建立取出部分的平衡方程,确定未知的内力。

【例题 1-1】 钻床如图 1-3(a)所示,在载荷 F 作用下,试确定 $m—m$ 截面上的内力。

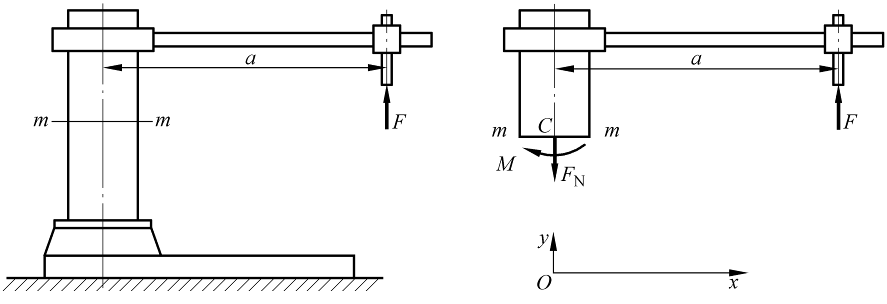

图 1-3

【解】 (1) 沿 m—m 截面假想地将钻床分成两部分。取 m—m 截面以上部分为研究对象，并选取坐标系，如图 1-3(b)所示。

(2) 将作用于 m—m 截面上的分布内力系向截面的形心 C 简化，可以得到一个主矢 F_{N} 和主矩 M，它们的方向和转向如图 1-3(b)所示。F_{N} 和 M 就是弃去的下部分对上部分作用的内力。

(3) 由于整个钻床是平衡的，所以上部分也是平衡的，由平衡条件

$$\sum F_y = 0,\quad F - F_{\mathrm{N}} = 0$$

$$\sum M_C = 0,\quad Fa - M = 0$$

求得 m—m 截面上的内力 F_{N} 和 M 分别为

$$F_{\mathrm{N}} = F,\quad M = Fa$$

1.4　应力和应变的概念

1.4.1　应力的概念

用截面法确定的内力是截面上分布内力系的合成结果，它没有表明该分布力系的分布规律，也不能说明分布内力系在截面内某一点处的强弱程度。例如，两根材料相同、横截面面积不等的直杆，若它们所受的轴向拉力相同，那么横截面上的内力是相同的。但是，从经验知道，当外力增大时，面积小的杆件一定先破坏。这是由于截面面积小，其上内力分布的密集程度大的缘故。因此讨论构件的强度问题时，还必须了解内力在截面上某一点处的聚集程度，这种聚集程度用分布在单位面积上的内力来衡量，称为该点的应力。

在截面 m—m 上，围绕某一点 C 处取一微小面积 ΔA，ΔA 上分布内力的合力为 ΔF，如图 1-4(a)所示。定义 ΔA 上内力的平均集度为

$$p_{\mathrm{m}} = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

p_{m} 是一个矢量，代表在 ΔA 范围内单位面积上内力的平均集度，称为平均应力。随着 ΔA 的逐渐缩小，p_{m} 的大小和方向都将逐渐变化。当 ΔA 趋于零时，p_m 的大小和方向都将趋于一定极限。这样得到

$$p = \lim_{\Delta A \to 0} p_{\mathrm{m}} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \tag{1-1}$$

p 称为 C 点的应力，式(1-1)即为应力的定义。用文字叙述为：**应力是一点**

处内力的集度，反映内力系在该点的强弱程度。p 称为**全应力**，它是一个矢量，一般来说，它既不与截面垂直，也不与截面相切。因此，通常把全应力 p 分解为垂直于截面的分量 σ 和相切于截面的分量 τ（图 1-4(b)）。其中 σ 称为**正应力**，τ 称为**切应力**。

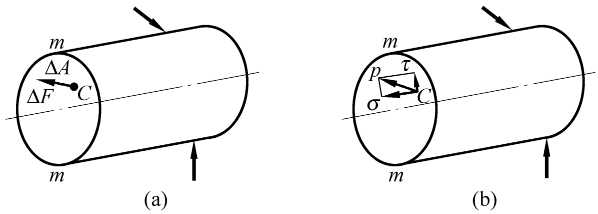

图 1-4

在国际单位制中，应力单位是帕斯卡，简称帕（Pa）。由于这个单位太小，使用不便，通常使用千帕（kPa）、兆帕（MPa）和吉帕（GPa）。其中 1kPa＝10^3 Pa、1MPa＝10^6 Pa、1GPa＝10^9 Pa。

1.4.2 应变的概念

构件受力后会发生变形，就整个构件看，构件变形后的形状极不相同，也很复杂。但是，若把构件划分成无数个**边长为无限小的六面体**，称为**单元体**，则就每个单元体来看，其变形情况就很单纯。研究一点处外力与变形的关系时，要利用单元体的变形。

设想在构件中某点 O 附近取棱边长度分别为 Δx、Δy、Δz 的单元体。在一个单元体中可能发生的一种变形，就是棱边长度的改变。取单元体如图 1-5(a)所示。以棱边 OA 为例，若变形后边长 Δx 改变了 Δu，则 Δu 代表棱边 OA 的长度变化（或叫线变形），它是线段 Δx 的绝对变形。由于 Δu 的大小与原长 Δx 的长短有关，所以它不能表示棱边 OA 的变形程度。为了表

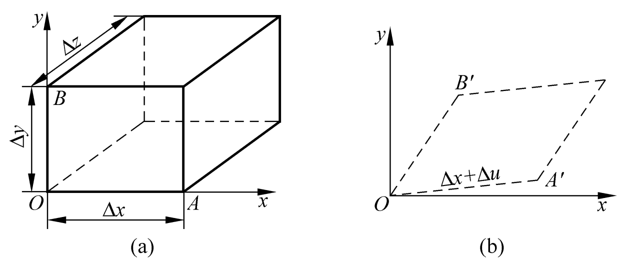

图 1-5

明 OA 线段的变形程度，应取单位长度的线变形作为衡量线变形的基本度量。

Δu 与 Δx 的比值代表棱边 OA 每单位长度的平均线应变，称为**平均应变**，用 ε_{m} 表示

$$\varepsilon_{\mathrm{m}} = \frac{\Delta u}{\Delta x} \tag{1-2}$$

逐渐缩小 Δx 值，使 Δx 趋近于零，则 ε_{m} 的极限值为

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} \tag{1-3}$$

式中，ε 表示 O 点处沿 x 方向变形的程度，称为 O 点处沿该方向的**线应变**或**正应变**。

在单元体中，可能发生的另一种变形是互相垂直的两个棱边间的夹角发生变化。如图 1-5(b)所示，变形前，单元体在 xOy 平面内两个棱边 OA 和 OB 互相垂直，夹角为 $\pi/2$；变形后的棱边为 OA' 和 OB'，OA' 和 OB' 的夹角为 $\angle A'OB'$。变形前后角度的改变量为 $(\pi/2-\angle A'OB')$。当 A 和 B 趋近于 O 点，即 Δx、Δy 趋近于 0 时，角度改变量的极限值为

$$\gamma = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta y \to 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle A'OB' \right) \tag{1-4}$$

γ 称为 O 点在 xOy 平面内的**切应变**或**角应变**。因此，切应变 γ 是单元体中直角的改变量。

线应变和切应变具有以下性质。

(1) 线应变是一点处线变形的基本度量；而切应变是一点处角变形的基本度量，它度量的是直角的改变。

(2) 线应变和切应变都是无量纲的量，切应变常用弧度(rad)表示。

1.5　杆件变形的基本形式

在机械或工程结构物中，构件的形状是多种多样的。如果构件的纵向(长度方向)尺寸较横向(垂直于长度方向)尺寸大得多，这样的构件称为**杆件**，或简称**杆**。杆是工程中最基本的构件，如机器中的传动轴、螺杆、房屋中的梁和柱等均属于杆件。某些构件，如齿轮的轮齿、曲轴的轴颈等，并不是典型的杆件，但在近似计算或定性分析中也简化为杆。

垂直于杆长的截面称为**横截面**，各横截面形心的连线称为**轴线**。轴线为直线且各横截面相等的杆件称为**等截面直杆**，简称**等直杆**。轴线为曲线的杆称为**曲杆**。材料力学主要研究等直杆。

外力在杆件上的作用方式是多种多样的，当作用方式不同时，杆件产生的变形形式也不同。归纳起来，杆件变形的基本形式有如下四种。

(1) 拉伸或压缩：如图 1-6 所示简易吊车。在载荷 F 作用下，AB 杆受到拉伸，而 BC 杆受到压缩。这类变形形式是由大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的一对力引起的，表现为杆件的长度发生伸长或缩短。起吊重物的钢索、桁架的杆件、液压油缸的活塞杆等的变形，都属于拉伸或压缩变形。

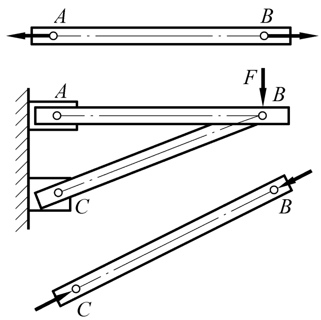

图 1-6

(2) 剪切：如图 1-7(a)所示铆钉连接，在 F 力作用下，铆钉受到剪切。这类变形形式是由大小相等、方向相反、相互平行的力所引起的，表现为受剪杆件的两部分沿外力作用方向发生相对错动，如图 1-7(b)所示。机械中常用的连接件，如键、销钉、螺栓等都产生剪切变形。

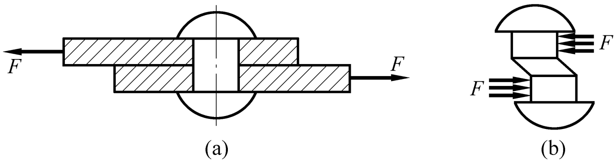

图 1-7

(3) 扭转：如图 1-8 所示的传动轴，在工作时发生扭转变形。这类变形形式是由大小相等、方向相反、作用面垂直于杆件轴线的两个力偶引起的，表现为杆件的任意两个横截面发生绕轴线的相对转动。汽车的传动轴、电机的主轴等都是受扭杆件。

(4) 弯曲：如图 1-9 所示吊车梁的变形即为弯曲变形。这类变形形式是由垂直于杆件轴线的横向力，或由作用于包含杆轴的纵向平面内的一对大

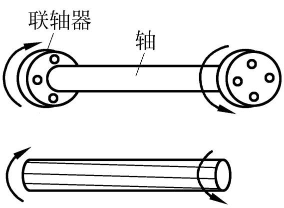

图 1-8

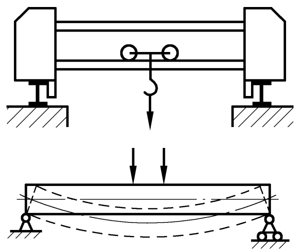

图 1-9