

光波、光线和成像

1.1 引言

1864 年麦克斯韦提出电磁场的学说之后,从理论上和实验上都已经证实光是一种电磁波。从本质上来说,光和一般的无线电波并没有大的区别,它们的区别仅仅在于各自涵盖的波长范围不同。这是物理光学中的结论。如果所讨论的光波波长与光学系统的口径大小(或说光学系统的粗细)相比小到可以忽略,则可以抽象出在几何光学和光学工程中广泛应用的光线模型。光线模型在几何光学和光学工程中是一个十分重要的模型,可以说没有光线模型,几何光学和光学工程就寸步难行。

1. 光是电磁波

光学工程中涉及的光波是从深紫外光波到远红外光波,它们的波长范围是 $0.1 \sim 30.0 \mu\text{m}$,其中波长在 $0.40 \sim 0.75 \mu\text{m}$ 范围内的光波能被人眼所感知,称为可见光。图 1-1 是电磁波按波长分类的情况。

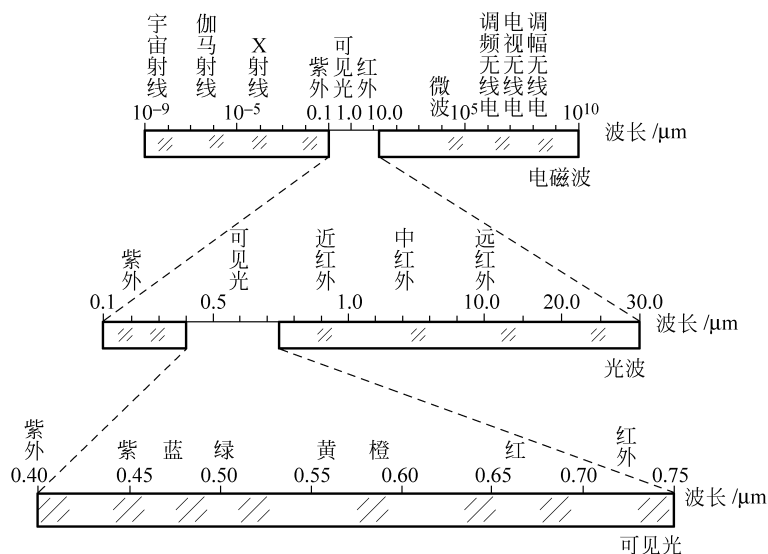


图 1-1 电磁波按波长分类的情况

光在真空中的传播速度是 $c=299792458\text{m/s}$ 。在不同的各向同性、均匀的透明介质中,同一波长光波的传播速度不同;在同一种各向同性、均匀的透明介质中,不同波长光波的传播速度也不同。若某一波长的光波在某种介质中的传播速度为 v ,它在真空中的传播速度为 c ,就将 c 与 v 之比定义为介质的绝对折射率,简称折射率,常用 n 表示。对同一种介质,折射率 n 是光波波长 λ 的函数, $n(\lambda)$ 反映的是介质的色散。

光波的速度 v 、波长 λ 和频率 ν 这三个参量之间有 $\nu \cdot \lambda = v$ 的关系。某种频率的光波在不同的介质中其波长是不同的(通常说某光波的波长是指它在真空中的波长),它在不同介质中的传播速度也是不同的,但频率不因介质不同而改变。

在各向同性的均匀介质中,点光源发出的光波波面是一系列以该点光源为球心的球面,简称球面波。如果点光源与观察者相距无穷远,则点光源发出的光波到达观察者时,曲率为零,称为平面波。如图 1-2 所示。

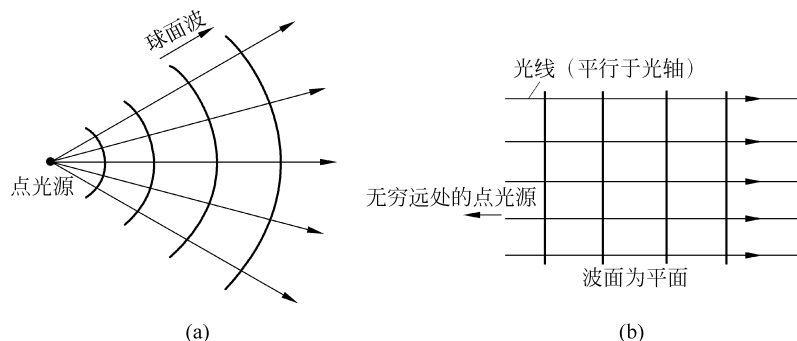


图 1-2 光波波面示意图

(a) 球面波; (b) 平面波

在几何光学和光学工程中,光的传播问题是一个主要研究的内容。例如,在非均匀介质中点光源发出的光波是如何传播的;又例如,球面波从一种均匀介质通过两种介质的分界面传到另一种均匀介质中时波面是如何变化的。对波面的研究也有一个变通的办法,即不直接讨论波面而去研究波面的法线,因为如果波面上逐点的法线讨论清楚了,波面上逐点的情况也就掌握了。另外从几何学的角度考虑,研究“线”比研究“面”要简便得多。在图中画出波面的法线后,从另一个角度说,点光源发光就是发出了能量沿这些法线传播的光线。事实上,如果我们在点光源发出的波面上取定一点,当光往前传播时,这一点所描出的轨迹就是光线。在均匀介质中,点光源发出球面波,其对应的光线就是从点光源出发的直线。这里是从方法论的角度,引出了光线的概念。事实上,在光学发展的历史长河中,人类从日食、月食、影子这些客观事实,早已总结出了光线模型。应当说,光线模型在几何光学和光学工程中的重要作用如何强调也不过分。曾经有位美国学者在回答有关光线和波动理论应用问题时,睿智地说:“你用光线理论设计照相机镜头,尽管是近似理论,但你用一个星期可以完成;然而你若用衍射理论设计照相机镜头,虽然你用的理论很严格,也许你一辈子才能设计出一个镜头。”在几何光学和光学工程中,研究光的传播主要就是研究光线的传播问题。

2. 光线的性质

众所周知,光线的传播遵守如下几个基本定律:

(1) 在均匀介质中,光线沿直线传播。

(2) 在两种介质的分界面上,光线发生反射时遵守反射定律(如图 1-3 所示)。反射定律的要点是入射光线、反射光线和过入射点的分界面法线共面,入射光线和反射光线分居法线两侧,入射光线与法线所夹的入射角等于反射光线和法线所夹的反射角,即

$$i' = i \quad (1-1)$$

(3) 在两种介质的分界面上,光线发生折射时遵守折射定律(如图 1-4 所示)。折射定律的要点是入射光线、折射光线和过入射点的分界面法线共面,入射光线和折射光线分居法线两侧,入射光线与法线所夹的入射角的正弦与入射光线所在介质折射率的乘积等于折射光线和法线所夹的折射角的正弦与折射光线所在介质折射率的乘积,即

$$n' \sin i' = n \sin i \quad (1-2)$$

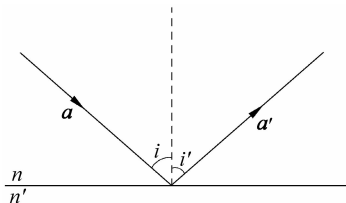


图 1-3 光线的反射

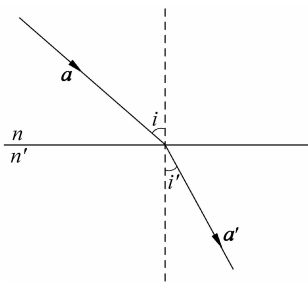


图 1-4 光线的折射

(4) 如果在图 1-3 中,光线沿 a' 的反方向,即沿 $-a'$ 的方向射向反射面,则反射光线一定沿 $-a$ 的方向离开反射面,即光路是可逆的。同样在图 1-4 中,若入射光线从介质 n' 中沿 a' 的反方向,即沿 $-a'$ 的方向入射到 n' 和 n 这两种介质的分界面上,则折射光线一定沿 $-a$ 的方向,同样说明光路是可逆的。考查反射定律和折射定律,会看到它们是支持光路可逆这一结论的。

应用光路可逆,可以简化许多问题的分析与计算。例如,我们要求图 1-5 中从玻璃块中出射的光线平行于玻璃块的底面,入射光线的入射角应为多少? 假定玻璃块的折射率为 $n=1.5$,玻璃块周围是空气,其折射率为 $n_0=1.0$ 。可以利用光路可逆来解这个问题,具体的计算作为练习留给读者。

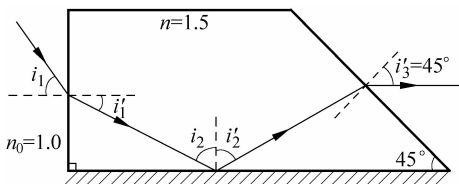


图 1-5 光线在玻璃块中的折射和反射

(5) 若光线是由折射率(n)大的光密介质射向折射率(n')小的光疏介质,且入射角 i 大于临界角 $\arcsin\left(\frac{n'}{n}\right)$,则在这两种介质的分界面上只有反射现象发生而不产生折射,这就是我们熟知的光的全反射。

3. 光学玻璃的色散

如前所述,在同一种介质中不同波长光波的折射率是不同的。当白光光线以某一入射角入射到一块由普通光学玻璃做成的牛顿三棱镜上时,则分出红、绿、蓝各色光线,如图 1-6(a)所示。

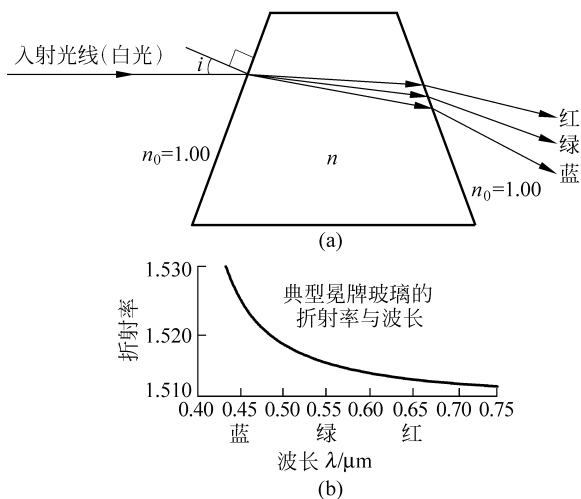


图 1-6 光的色散示意图

(a) 光的色散; (b) 典型玻璃的色散曲线

由于白光是由许多不同波长的光波混合组成的,而不同波长的玻璃折射率是不同的,所以进入三棱镜后,不同波长的光线走不同的路径,到达三棱镜的出射面后折射走出。由于不同波长光波的颜色不同,人们看到的现象是白光入射,出射的是从红到蓝不同颜色的光谱。这种现象称为色散。图 1-6(b)是一种典型光学玻璃的折射率随波长变化的色散曲线。可以看出,对于波长长的红光其折射率较小,而波长较短的蓝光其折射率较大。对于其他光学玻璃,色散规律也是如此。

各种光学玻璃都可以用某个特定波长的折射率和色散来表征。如果没有特别指出,一般都用黄色氦光作为标准波长(波长为 587.5618nm;谱线标号以字母 d 表示)。d 线的折射率写为 n_d 或简写为 n 。选择 d 线作为标准波长的原因是它非常接近人眼最敏感的波长。

色散可以用两个不同波长的折射率的差 $\delta n = n_F - n_C$ 来描述。选择红光 C 线(波长为 656.2725nm)和蓝光 F 线(波长为 486.1327nm)来定义色散,是因为它们几乎涵盖了光谱中的可见光部分。

另一种表明色散的通用方法是利用阿贝(Abbe)数 V :

$$V = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad (1-3)$$

很显然,阿贝数越大意味着色散越小,而阿贝数越小则意味着色散越大。用阿贝数来表述色散是为了便于光学设计中的应用。

由式(1-3)可知,要确定阿贝数我们需要知道 n_d , n_F 和 n_C ,事实上往往可以仅用 n_d 和 V 就能表征光学玻璃的光学性质。这个由两个参量确定出三个数值的难处可利用柯西(Cauchy)色散公式克服。所有光学玻璃的色散都与波长相关,其关系可用下面的柯西色散

公式以相当好的精度近似：

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad (1-4)$$

对大多数光学玻璃来说,系数 C 在可见光范围内很小,所以即使去掉上式中的第三项,只保留前两项,上式也有足够的精度。利用式(1-4)和式(1-3),可得

$$B = \frac{(n_d - 1)\lambda_c^2 \lambda_F^2}{V(\lambda_c^2 - \lambda_F^2)} \quad (1-5)$$

这样就可以得到第一个系数 A ：

$$A = n_d - \frac{B}{\lambda_d^2} \quad (1-6)$$

值得注意,系数 A 是无量纲的,系数 B 的量纲是长度的平方(例如 nm^2 或 μm^2)。利用式(1-5)和式(1-6)确定的两个系数,由柯西色散公式(1-4)就可以计算出任意波长上的折射率。

例如有一种玻璃,它的 $n_d = 1.51680$, $V = 64.17$,求这种玻璃 C 光的折射率 n_c 。

由前已知, $\lambda_d = 587.5618\text{nm}$, $\lambda_c = 656.2725\text{nm}$, $\lambda_F = 486.1327\text{nm}$ 。将 n_d , V , λ_c 和 λ_F 的值代入式(1-5),有

$$\begin{aligned} B &= \frac{(1.51680 - 1) \times 656.2725^2 \times 486.1327^2}{64.17 \times (656.2725^2 - 486.1327^2)} \\ &= 4.2173773 \times 10^3 \end{aligned}$$

将此结果代入式(1-6),有

$$A = 1.5168 - \frac{4.2173773 \times 10^3}{587.5618^2} = 1.5045838$$

利用式(1-4)的近似式,即只保留该式的前两项,并将 A , B 和 λ_c 代入,得

$$n_c \approx A + \frac{B}{\lambda_c^2} = 1.5045838 + \frac{4.2173773 \times 10^3}{656.2725^2} = 1.514$$

这种玻璃是德国肖特(Schott)玻璃 BK_7 ,它与我国牌号的 K_9 玻璃极为接近。这种玻璃 C 光折射率 n_c 的名义值是 1.51432,可见此处的计算结果是很好的。

1.2 透镜对波面和光线的作用与透镜成像

1. 透镜对波面的作用与透镜成像

如图 1-7 所示, P 是一个单色点光源,位于空气中,它发出了一系列的球面波。 L 是一块曲面玻璃,它的两个表面是凸形的曲面,这种曲面玻璃称为透镜。照相机镜头就是由若干片类似的透镜组合而成的。当球面波传至透镜的前表面时,波面上的 A 点即将进入透镜,以后的传播速度将变慢;而 B 点离透镜还有一段距离,它仍然在空气中高速前进,这样透镜前表面对波面的迟滞作用在透镜中间部位(A 点)比透镜边缘处大,待波面完全进入透镜后再经历第二个透镜表面的类似作用,则波面弯曲的方向将有可能发生颠倒,如图 1-7 所示。在透镜的左侧,点光源 P 发出了发散的球面波,在透镜 L 的作用下,在透镜右侧波面会成为汇聚于 P' 点的球面波。所以我们说,这块透镜对波面的作用是将发散的球面波转换成了汇聚的球面波。

如果我们用眼睛看 P' 点,则会看到 P' 是一个与点光源 P 极为相似的亮点,所以我们说, P' 是物点 P 的像。而物点和像点分别是物方发散球面波的球心和像方汇聚球面波的球心。

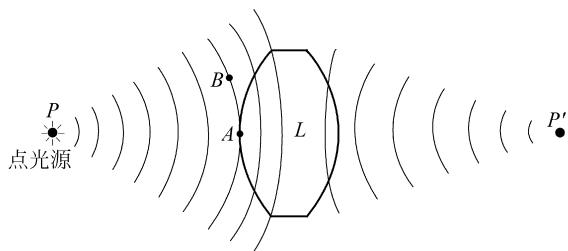


图 1-7 透镜对波面的作用与透镜成像

2. 透镜对光线的作用与透镜成像

也可以从光线的角度考查前述透镜的作用,如图 1-8 所示。 P 点发出了一束光线射向透镜,每一条光线在透镜的前表面发生折射后又射向透镜的后表面,再经其折射后射向 P' 点。这样,由 P 点发出进入透镜的光线经透镜的折射后又聚焦于 P' 点。几何光学中就说透镜将物点 P 成像为 P' 点。这个能将一点发出并经其折射后的所有光线又聚焦于另外一点的透镜称为完善成像透镜或理想透镜,点 P' 称为物点 P 的完善像。

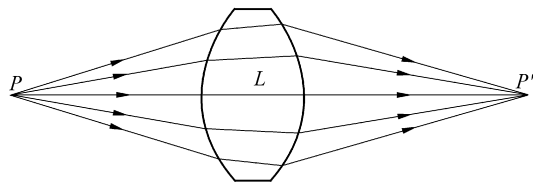


图 1-8 透镜对光线的作用与透镜成像

如果将图 1-7 和图 1-8 叠在一起,如图 1-9 所示。自然可以看到光线与波面间就是正交关系。若对确定的物点 P 和给定的透镜,可以通过追踪光线得到像点 P' 的位置,也可以通过追踪波面得到结果。容易判断,追踪光线比追踪波面要简单些,因为在利用折射定理上光线模型要方便直观得多。

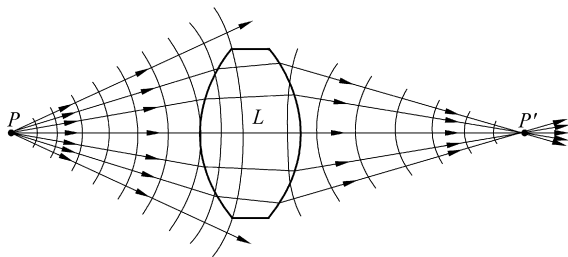


图 1-9 光线与波面的关系

3. 光程、等光程与完善成像

如图 1-10 所示,设光由 P 点出发,沿一条路径经过 m 种不同的均匀介质到达 P' 点,所

经历的时间为

$$t = \frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2} + \cdots + \frac{l_m}{v_m} = \sum_{i=1}^m \frac{l_i}{v_i} \quad (1-7)$$

式中, l_i 和 v_i 分别为光在第 i 种介质中的几何路程和光的速度。由于 $v_i = c/n_i$ (这里 c 是真空中光速, n_i 是第 i 种介质的折射率), 上式可写成

$$t = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^m n_i l_i \quad (1-8)$$

其中路程与相应折射率的乘积之和称为光从 P 到 P' 的光程, 用 $[PP']$ 表示, 则

$$[PP'] = \sum_{i=1}^m n_i l_i \quad (1-9)$$

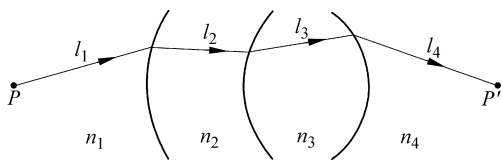


图 1-10 光程

如果介质折射率连续变化, 可将上述求和化为积分, 相应于几何路程的光程则为

$$[PP'] = \int_{P \rightarrow P'} n dl \quad (1-10)$$

由此可以明显看出, 光在某介质中走过一段几何路程所需的时间内, 光在真空中所走的路程就是光程, 简言之, 光程是等效真空程。

进一步考查图 1-8, 比较从 P 点发出的经过透镜边缘到达 P' 点的光线和从 P 点发出经过透镜中央到达 P' 点的光线后, 会直观看出, 前者走过的总的几何距离大于后者, 然而前者在玻璃中走的距离却小于后者, 所以从 P 点到 P' 点之间的光程至少可以说是趋于相等的。事实上, 如果 P 点成像于 P' 点, 则 P 点到 P' 点之间的光程是相等的。参看图 1-7, P 点发出的球面波经透镜变换成了另一个球面波, 既然光从一个波面传播到另一个波面所需的是同一个时间, 则意味着波面之间的光程是相等的, 而 P 点到入射球面波波面上各点的光程是相等的, 因为它就是入射球面波的球心, 同理出射球面波波面上各点到 P' 点的光程也是相等的, 所以物点 P 到像点 P' 之间是等光程的。由此可知, 前述的点物成点像就是物点与像点之间的光程无论沿哪条路径都相等。所以说, 若物、像间的光程处处相等, 则像就是完善像, 这种成像称为完善成像。

4. 成像的三种说法

综述上面几点可知, 几何光学中的成像有三种说法: 从光线模型说, 所谓成像就是一点发出进入透镜的光线在透镜的折射作用下改变原入射时的方向与位置, 出射后又聚焦于另一点, 前者称为物, 后者称为像; 从几何波面讲, 透镜成像就是将一个球面波变换成另一个球面波, 前者的球心对应物点, 后者的球心对应像点; 还有一种说法就是如上所述的等光程原理。值得指出的是, 这里说的一个点物成像为一个点像的“成像”严格说是“完善成像”, 物点到像点间的光程相等就是完善成像的条件。

5. 衍射

衍射现象源于光的波动性。当波的传播遇到障碍物其波面在横向受到限制时,将发生偏离直线传播(并不是指反射和折射)的现象。图 1-11 所示是一个经过精心设计的具有轴对称性质的完善成像光学系统,它可将无穷远处位于系统对称轴上的 P 点发出的平行光束折射后严格聚焦于一点 P' 。按几何光学的说法,该系统将 P 点完善成像于 P' 点。

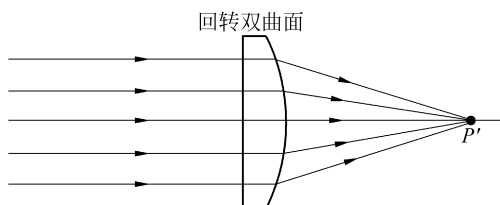


图 1-11 完善成像

然而,仔细探测就会发现, P' 点并不是一个单纯的亮点,光能在 P' 点附近是有如图 1-12(b)所示的分布。这是由于当 P 点发出的平面波在通过该系统时(见图 1-12(a)),由于系统横向口径有限,只能让该波面的中央部分通过,故波面在横向受到了一定的限制,衍射效应发生, P 点的像不再是一个点,而是在垂直于对称轴的平面内有了如图 1-12(b)所示的光能分布。

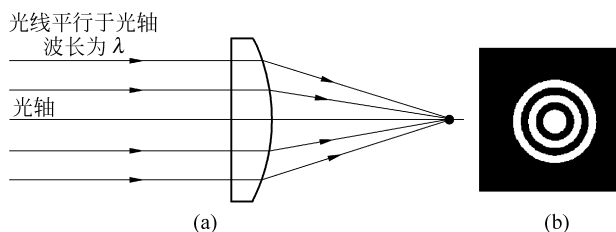


图 1-12 无穷远物点完善像的衍射花样(衍射像)

(a) 理想透镜; (b) 艾里斑

严格的理论分析表明,图 1-12(b)中中心亮斑的直径 d_{AIRY} 为

$$d_{\text{AIRY}} = \frac{1.22\lambda}{n' \sin u'} \quad (1-11)$$

其中, λ 是光波波长, n' 是像所在介质的折射率, u' 是像点 P' 处光束的最大半锥角。这个中心亮斑称为艾里(Airy)斑,其中包含了像面处总能量的 84%。

由式(1-11)可见,若波长 $\lambda \rightarrow 0$,则 $d_{\text{AIRY}} \rightarrow 0$ 。其结果与几何光学的结论相符,所以几何光学可以看成是物理光学的零波长近似。

1.3 费马原理

1. 费马原理

费马于 1657 年提出了一条关于光传播的普遍原理,称为费马原理。表述为,光从空间

一点传播到另一点是沿着光程为极值的路径传播的,具体地说就是把光传播的实际路径与其邻近的其他路径相比较,光的实际路径的光程为极小、极大或稳定值。费马原理是普遍情形下光传播的一条高度概括的原理。根据费马原理可以导出几何光学的三条基本定律,即光在均匀介质中的直线传播定律、光在两种介质分界面上发生的反射定律和折射定律。

如前所述,在折射率连续变化的介质中,折射率 n 是坐标的函数 $n(x, y, z)$, 所以光从一点 P 传到另一点 P' , 沿不同路径的光程一般来说是不一样的,即光程是这个折射率函数 $n(x, y, z)$ 的函数,数学上称为泛函,即

$$[PP'] = \int_{P \rightarrow P'} n(x, y, z) dl \quad (1-12)$$

利用费马原理可以得到光在均匀介质中以直线传播的结论,并能导出光线在两种介质分界面上发生的折射定律和反射定律。现就比较普遍的情况由费马原理导出折射定律。如图 1-13 所示,设两种介质的分界面是任意形状的曲面,两边介质的折射率分别为 n 和 n' , 曲面方程为

$$S(x, y, z) = 0 \quad (1-13)$$

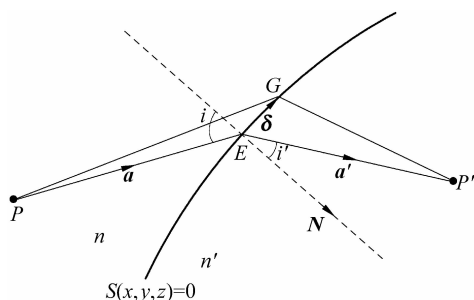


图 1-13 由费马原理导出折射定律

假定由点 P 发出的一条光线在曲面 E 点处发生折射后到达 P' 点,即从 P 点到 P' 点光的实际路径为 $P \rightarrow E \rightarrow P'$, 与 E 点附近的其他路径相比,由费马原理可知沿路径 $P \rightarrow E \rightarrow P'$ 的光程为极值。

在取定的坐标系中,设 P, P' 和 E 点的坐标分别是 $P(x, y, z), P'(x', y', z'), E(x_0, y_0, z_0)$; PE 和 $P'E$ 的几何长度分别为

$$PE = [(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2]^{1/2} = d$$

$$P'E = [(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2 + (z' - z_0)^2]^{1/2} = d'$$

则光从 P 点出发经过 E 点到达 P' 点的光程为

$$[PP']_{P \rightarrow E \rightarrow P'} = nd + n'd' \quad (1-14)$$

设 G 是曲面 S 上充分靠近 E 点的任意一点,并设沿 PE 和 $P'E$ 的单位矢量分别是 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{a}'$, 过 E 点曲面 S 的单位法矢量为 $\mathbf{N}$, 它们的方向分别如图 1-13 所示。由矢量求和规则可知 GP 和 $P'G$ 的长度为

$$GP = |d\mathbf{a} + \delta|$$

和

$$P'G = |d'\mathbf{a}' - \delta|$$

其中, δ 是以 GE 的长度 δ 为模, 方向如图 1-13 所示的微小矢量。如上所述, 当 G 充分靠近 E 时, δ 完全落在曲面 S 上, 且有 $\delta \cdot \mathbf{N} = 0$, 即 δ 垂直于过 E 点的曲面法矢量 $\mathbf{N}$ 。所以, 若光从 P 点出发经过 G 点射向 P' 点, 则光程为

$$[PP']_{P \rightarrow G \rightarrow P'} = n[(d\mathbf{a} + \delta) \cdot (d\mathbf{a} + \delta)]^{1/2} + n'[(d'\mathbf{a}' - \delta) \cdot (d'\mathbf{a}' - \delta)]^{1/2} \quad (1-15)$$

现考查式(1-15)和式(1-14)所表示的两个光程泛函之差, 即

$$\begin{aligned} \Delta[PP'] &= [PP']_{P \rightarrow G \rightarrow P'} - [PP']_{P \rightarrow E \rightarrow P'} \\ &= n(d^2\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} + 2d\mathbf{a} \cdot \delta + \delta \cdot \delta)^{1/2} + n'(d'^2\mathbf{a}' \cdot \mathbf{a}' - 2d'\mathbf{a}' \cdot \delta + \delta \cdot \delta)^{1/2} \\ &\quad - (nd + n'd') \end{aligned}$$

因为 δ 是个微小矢量, 即 $|\delta| \ll d$, 所以忽略二阶小量 $\delta \cdot \delta$, 并利用 $x \ll 1$ 时成立的近似式 $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$, 有

$$\begin{aligned} \Delta[PP'] &\approx \left[nd \left(1 + \frac{\mathbf{a} \cdot \delta}{d} \right) + n'd' \left(1 - \frac{\mathbf{a}' \cdot \delta}{d'} \right) \right] - (nd + n'd') \\ &= (n\mathbf{a} - n'\mathbf{a}') \cdot \delta \end{aligned} \quad (1-16)$$

由于 δ 是任取的, 则 G 可取在点 E 以上的曲面上, 如图 1-13 所标示的位置, 也可以取在 E 点以下的曲面上, 所以如果 $(n\mathbf{a} - n'\mathbf{a}') \cdot \delta$ 不为零, $\Delta[PP']$ 的符号要随 δ 方向的改变而改变。然而根据费马原理, $[PP']_{P \rightarrow E \rightarrow P'}$ 为极值, 所以 $\Delta[PP']$ 的符号不会随 δ 方向的变化而变化, 故只能有

$$(n\mathbf{a} - n'\mathbf{a}') \cdot \delta = 0$$

说明矢量 $(n\mathbf{a} - n'\mathbf{a}')$ 应与 S 曲面上 E 点处的法矢量 $\mathbf{N}$ 平行, 即

$$n\mathbf{a} - n'\mathbf{a}' = \Gamma \mathbf{N} \quad (1-17)$$

这里 Γ 是一个待定的比例因子, 称为偏向常数。上式两边用法矢量 $\mathbf{N}$ 作矢积, 得

$$n'\mathbf{a}' \times \mathbf{N} = n\mathbf{a} \times \mathbf{N} \quad (1-18)$$

结合图 1-13 看式(1-18)的物理意义, 矢量 $\mathbf{a} \times \mathbf{N}$ 和矢量 $\mathbf{a}' \times \mathbf{N}$ 同方向说明入射光线、法线、折射光线共面, 且入射光线和折射光线分居在法线两侧; $|n'\mathbf{a}' \times \mathbf{N}| = |n\mathbf{a} \times \mathbf{N}|$ 即意味着

$$n' \sin i' = n \sin i \quad (1-19)$$

这里的 i 和 i' 分别是入射角和折射角, 参看图 1-13。所以, 式(1-18)包含了折射定律的三个要点, 称为矢积形式的折射定律, 它被广泛应用于各种光路计算中, 是折射定律的一个重要表述形式。因为这个结论是应用费马原理在任意形状的曲面上得到的, 所以它可以应用于各种光学系统表面处发生的折射计算。

下面再举些例子, 作为应用费马原理得出光的反射定律和折射定律的例证。

如图 1-14 所示, 光线由 P 点射出, 在平面 MM' 上反射后到达 P' 点, 在遵守反射定律的情况下, 光程为最短。

图 1-14 中, PCP' 表示遵守反射定律的光线, 过 P' 作 $P'D \perp MM'$ 平面, 在垂线 $P'D$ 的延长线上取 P'' 点使 $P''D = P'D$, 这时有 $P'C = P''C$, PCP'' 在同一条直线上。为了证明遵守反射定律的光线光程最短, 在 MM' 另取一点 C' 。显然

$$PC + CP'' < PC' + C'P''$$