



绪 论

1.1 学习要点

测试技术是对客观世界的信息进行感知、测量、分析和处理的重要手段,是信息技术的源头和基础,具有不可替代的重要作用,在当今社会的发展中起着举足轻重的作用。现代科学技术和生产的发展极大地促进了测试技术的发展,如今测试技术已渗透到人类活动的各个领域。

本章希望学生了解测量的本质和基本前提,熟悉 7 个基本单位所组成的“国际单位制”,了解用基本单位表示的 SI 导出单位、测试系统的组成部分及功能。

1.2 例题讲解

例 1 试述测试系统的基本组成及其各环节的功能。

答 测试系统由传感器、中间变换装置和显示记录装置三部分组成。传感器将被测物理量检出并转换为电量,中间变换装置对接收到的电信号用硬件电路进行分析处理或经 A/D 变换后用软件进行信号分析,显示记录装置将测量结果显示出来,提供给观察者或其他自动控制装置。

例 2 实施测量的基本前提条件是什么?

答 实施测量有两个基本前提条件:

- 1) 被测的量必须有明确的定义;
- 2) 测量标准必须通过协议事先定义。

1.3 习 题

- 1-1 测试系统由哪几部分组成?说明各部分的作用。
- 1-2 什么是测量?试用数学关系式表达一个测量过程。
- 1-3 什么是国际单位制?其基本量及其单位是什么?
- 1-4 试述测试技术在工程领域应用的实例。

1-5 标准在测量当中的作用是什么？

1-6 举例说明直接测量和间接测量的主要区别是什么。

1-7 考虑一根玻璃水银温度计作为一个测温系统,详细讨论组成该系统的各级。

1-8 自己选择一本有关测试技术的参考书,写一篇关于其中一章测量某物理量的过程和方法的总结。



测试信号分析与处理

2.1 学习要点

测试信号分析与处理技术是对信号进行采集、变换和识别等处理过程的综合,是一种广泛使用的工具和手段,已经被应用到仪器、机械、电子信息等诸多领域。

本章重点介绍信号与信号分析的基本概念及主要方法,希望读者能够掌握常见的信号类型与相关的理论和分析方法。

1) 了解信号的定义和主要的分类方法,掌握常见的信号类型,如周期信号、非周期信号、平稳随机信号、非平稳随机信号、能量信号、功率信号、连续信号和离散信号等。

2) 信号的时域和频域描述方法

(1) 信号分析过程通常分时域和频域两种方法,时域分析法能够直观地反映信号随时间变化的情况,频域分析法用于描述信号的频率组成成分;

(2) 频域分析法将时域分析法中的微分或差分方程通过采用傅里叶级数、傅里叶变换等转换为代数方程,给信号的分析 and 处理带来了方便;但是无论采用哪一种描述法,同一信号均含有相同的信息量,不会因采取不同的方法而增添或减少原信号的信息量;

(3) 巴塞伐尔定理表明信号在时域中计算的总能量与在频域中计算的总能量相等。

3) 傅里叶变换:傅里叶变换是连接时域和频域的重要工具,针对不同的信号类型,傅里叶变换具有不同的变换形式

(1) 利用傅里叶级数处理连续周期信号;

(2) 利用傅里叶变换处理连续非周期信号;

(3) 利用离散傅里叶变换和快速傅里叶变换处理数字信号,离散傅里叶变换并不是一个新的傅里叶变换形式,它来源于离散傅里叶级数,是对离散傅里叶级数的时域和频域信号各取一个周期。

4) 采用傅里叶级数分析的周期信号频域描述

(1) 了解傅里叶级数的定义、相关性质及其应用;

(2) 掌握傅里叶级数的三角函数和指数函数两种表达形式;

(3) 理解周期函数的频谱特点。

5) 采用傅里叶变换分析的非周期信号频域描述

(1) 了解傅里叶变换的定义;

(2) 能利用定义求常用非周期信号的傅里叶变换;

(3) 重点掌握傅里叶变换的性质、卷积定理以及功率信号的傅里叶变换。

6) 随机信号分析

(1) 能利用相关函数对随机信号进行时域分析;

(2) 能利用功率谱密度函数对随机信号进行频域分析;

(3) 自相关函数与自功率谱密度函数之间、互相关函数与互功率谱密度函数之间是傅里叶变换对的关系。

7) 数字信号处理: 采用离散傅里叶变换和快速傅里叶变换(FFT)的方法对周期信号、非周期信号以及随机信号等作采集、变换、估值与识别等处理的重要手段之一

(1) 需要掌握离散傅里叶变换的定义、主要过程和重要性质;

(2) 重点掌握采样定理;

(3) 为了抑制或减小泄漏效应, 需要根据信号和特点选择性能较好的窗函数, 应了解评价窗函数的主要性能指标;

(4) 理解产生栅栏效应的原因以及对周期信号作整周期截取的必要性;

(5) 了解快速傅里叶变换利用周期性和对称性减少离散傅里叶变换的计算量、提高运算速度的基本原理方法。

2.2 例题讲解

例 1 求图 2.1 所示三角脉冲信号的傅里叶级数, 并绘出其幅值谱图。

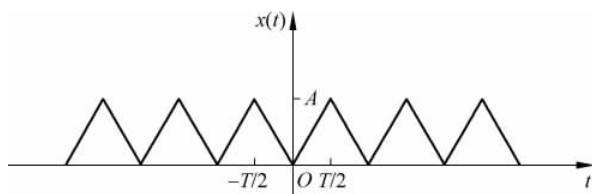


图 2.1 三角脉冲信号

解 一个周期内的表达式为

$$x(t) = \begin{cases} \frac{2A}{T}t, & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{2A}{T}t, & -\frac{T}{2} \leq t \leq 0 \end{cases}$$

因为 $x(t)$ 为偶函数, 所以 $b_n = 0$, $n = 1, 2, 3, \dots$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \frac{2A}{T}t dt = \frac{4A}{T^2} \frac{1}{2} t^2 \Big|_0^{T/2} = \frac{A}{2}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos n\omega_0 t dt = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} \frac{2A}{T}t \cos n\omega_0 t dt = \frac{8A}{T^2} \frac{1}{(n\omega_0)^2} (\cos n\pi - 1)$$

$$= \frac{2A}{(n\pi)^2} [(-1)^n - 1] = \begin{cases} -\frac{4A}{(n\pi)^2}, & n = 1, 3, 5, \dots \\ 0, & n = 2, 4, 6, \dots \end{cases}$$

由此可得, $x(t)$ 的三角函数形式傅里叶级数展开为

$$\begin{aligned}
 x(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \\
 &= \frac{A}{2} - \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2} \cos \frac{2n\pi}{T} t \\
 &= \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2} \cos \left(\frac{2n\pi}{T} t - \pi \right)
 \end{aligned}$$

n 次谐波分量的幅值为

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{4A}{n^2 \pi^2}$$

n 次谐波分量的相位为

$$\varphi_n = -\arctan \frac{b_n}{a_n} = -\pi$$

画出 $x(t)$ 的幅值谱如图 2.2 所示。

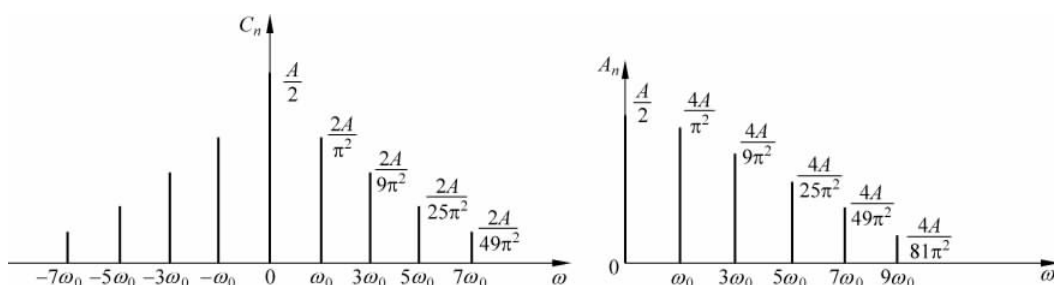


图 2.2 三角脉冲信号 $x(t)$ 的幅值谱

例 2 求图 2.3 所示周期性锯齿波 $x(t)$ 的傅里叶级数, 并绘出其频谱图。

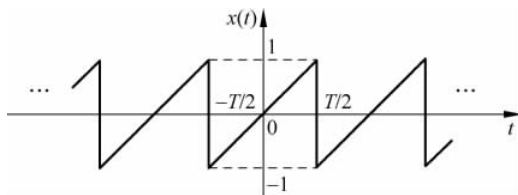


图 2.3 周期性锯齿波

解 由 $x(t)$ 为奇函数可知: $a_n = 0$, 又由:

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{4}{T} \int_0^{T/2} \frac{2}{T} t \sin(n\omega_0 t) dt \\
 &= \frac{8}{T^2} \int_0^{T/2} t \sin(n\omega_0 t) dt \\
 &= \frac{8}{T^2} \left(-t \frac{\cos(n\omega_0 t)}{n\omega_0} \Big|_0^{T/2} - \int_0^{T/2} \frac{\cos(n\omega_0 t)}{n\omega_0} dt \right) \\
 &= -\frac{2}{n\pi} \cos(n\pi)
 \end{aligned}$$

$$= \begin{cases} -\frac{2}{n\pi}, & n = 2k \\ \frac{2}{n\pi}, & n = 2k+1 \end{cases} \quad k \in \text{整数}$$

可知 $x(t)$ 展开为如下傅里叶级数形式:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{2}{\pi} \left(\sin \omega_0 t - \frac{1}{2} \sin(2\omega_0 t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega_0 t) - \frac{1}{4} \sin(4\omega_0 t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega_0 t) - \cdots \right) \\ &= \frac{2}{\pi} \left(\cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \cos\left(2\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{3} \cos\left(3\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) + \cdots \right) \end{aligned}$$

$$A_n = |b_n| = \frac{2}{n\pi}$$

$$\varphi_n = \begin{cases} -\frac{\pi}{2}, & n \text{ 为奇数} \\ \frac{\pi}{2}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$$

画出 $x(t)$ 的频谱图如图 2.4 所示。

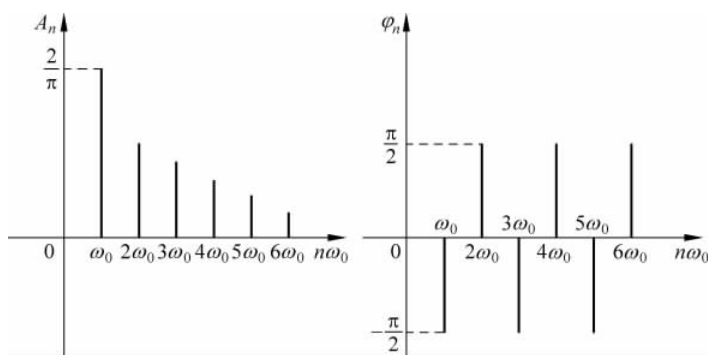


图 2.4 $x(t)$ 的频谱与相谱

例 3 若 $F[f(t)] = F(\omega)$, 如图 2.5(a) 所示, $p(t) = \cos t$, $f_p(t) = f(t)p(t)$, 求 $F_p(\omega)$ 的表达式, 并画出频谱图。

解 已知 $p(t) = \cos t$, 易知 $P(\omega) = \pi[\delta(\omega+1) + \delta(\omega-1)]$ 。

因 $f_p(t) = f(t)p(t)$, 由卷积定理可得

$$\begin{aligned} F_p(\omega) &= \frac{1}{2\pi} F(\omega) * P(\omega) = \frac{1}{2\pi} F(\omega) * \pi[\delta(\omega+1) + \delta(\omega-1)] \\ &= \frac{1}{2} [F(\omega+1) + F(\omega-1)] \end{aligned}$$

即可得 $F_p(\omega)$ 的频谱图如图 2.5(b) 所示。

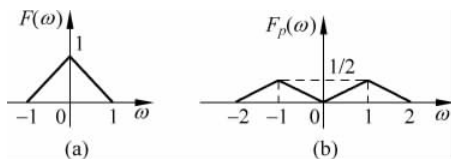


图 2.5 $f(t)$ 与 $f_p(t)$ 频谱图

例 4 某单位脉冲序列 $\delta_T(t)$ 的周期为 T_1 , 即 $\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_1)$, 求该单位脉冲序列的傅里叶级数和傅里叶变换。

解 因为 $\delta_T(t)$ 为周期函数, 可将它表示成傅里叶级数的形式:

$$\begin{aligned}\delta_T(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_1 t}, \text{ 其中 } \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} \\ F_n &= \frac{1}{T_1} \int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} \delta_T(t) e^{-jn\omega_1 t} dt \\ &= \frac{1}{T_1} \int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} \delta(t) e^{-jn\omega_1 t} dt \\ &= \frac{1}{T_1}\end{aligned}$$

则

$$\delta_T(t) = \frac{1}{T_1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_1 t}$$

$\delta_T(t)$ 的傅里叶变换为

$$\begin{aligned}F(\omega) &= 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \delta(\omega - n\omega_1) \\ &= \frac{2\pi}{T_1} 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_1) \\ &= \omega_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_1)\end{aligned}$$

例 5 有一信号 $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, 初始相角 φ 为一随机变量;

(1) 求其自相关函数; (2) 确定其均值和方差。

解 (1) 自相关函数:

$$\begin{aligned}R_x(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t + \tau) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T A \cos(\omega t + \varphi) A \cos[\omega(t + \tau) + \varphi] dt \\ &= \frac{A^2}{2} \cos(\omega \tau)\end{aligned}$$

(2) 均值:

$$\mu_x = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) dt = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} A \cos(\omega t + \varphi) dt = 0$$

方差:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} [x(t) - \mu_x]^2 dt = \frac{A^2}{2}$$

例 6 测得两个同频正弦信号的相关函数波形如图 2.6 所示。

(1) 该波形是自相关函数还是互相关函数? 为什么?

(2) 从波形中可以获得信号的哪些信息?

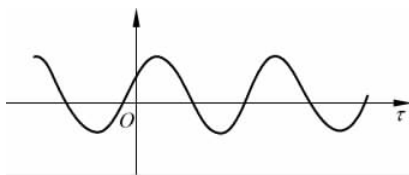


图 2.6 同频正弦信号的相关函数波形

解

(1) 互相关函数,因为是非奇非偶函数。

(2) 频率信息: 正弦波形的频率与此波形频率相同;

相位信息: 两正弦波形之间的相位差就是此波形中的初相位;

幅值信息: 此波形的振幅是两个正弦波振幅乘积的一半。

例 7 利用 FFT 分析仪做谱分析时,选用的采样点数 N 必须是 2 的整数次幂。已知待分析的信号中,上限频率 $f_m \leq 1.25\text{kHz}$ 。要求谱分辨率 $\Delta f \leq 5\text{Hz}$ 。试确定下列参数:

(1) 最少采样点数;

(2) 相邻采样点间的最大时间间隔;

(3) 信号的最短记录时间。

解 因为待分析的信号中上限频率

$$f_m \leq 1.25\text{kHz}$$

所以采样频率应满足

$$f_s \geq 2f_m = 2.5\text{kHz}$$

由于要求谱分辨率 $\frac{f_s}{N} \leq 5\text{Hz}$, 所以 $N \geq \frac{2.5 \times 1000}{5} = 500$ 。

由于选用的采样点数 N 必须是 2 的整数次幂, 所以一个记录中的最少采样点数 $N=512$ 。

相邻采样点间的最大时间间隔 $T = \frac{1}{f_{s\min}} = \frac{1}{2f_m} = \frac{1}{2.5}\text{ms} = 0.4\text{ms}$ 。

信号的最小记录时间 $T_{\min} = N \times T = 512 \times 0.4\text{ms} = 204.8\text{ms}$ 。

例 8 连续信号是指自变量的取值范围连续, 且对于一切自变量的取值, 除了若干不连续点外, 信号都有确定的值与之对应。但在 MATLAB 中, 是用连续信号在等时间间隔点的采样值来近似表示连续信号的。请绘制出信号 $f(t) = \epsilon(t+2) - 2\epsilon(t)$ 的波形, 注意采用 MATLAB 编程实现(其中 $\epsilon(t)$ 为单位阶跃函数)。

解 采用下列 MATLAB 命令即可实现 $f(t)$ 的表示和绘制:

```
f = sym('heaviside(t+3) - 2 * heaviside(t)') % 编写函数
ezplot(f, [-5, 4]); % 绘制波形
hold on; plot([0, 0], [-1, 1]);
axis([-5, 4, -1.1, 1.1]); hold off
```

命令执行后, 绘出波形如图 2.7 所示。

例 9 傅里叶变换常用来在噪声干扰下找到信号中特定的频率成分, 试构成一个信号,

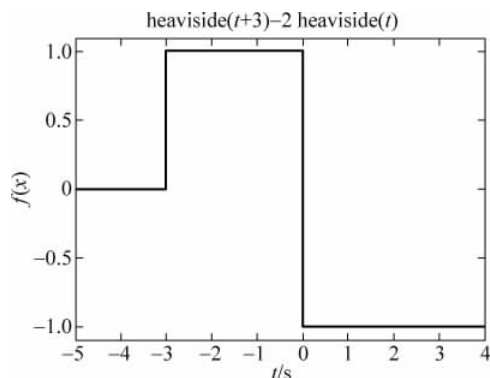


图 2.7 函数波形图

包含幅值 0.7、频率 50Hz 的正弦波和幅值 1.0、频率 120Hz 的正弦波,并且加入一定程度的零均值随机噪声,令数据采样率为 1000Hz,并采用傅里叶变换求取其频谱,注意采用 MATLAB 编程实现。

解 MATLAB 编程的代码如下:

```

Fs = 1000; % 采样率
T = 1/Fs; % 采样时间间隔
L = 1000; % 采样长度
t = (0:L-1) * T; % 时间向量
x = 0.7 * sin(2 * pi * 50 * t) + sin(2 * pi * 120 * t); % 构成 50Hz 正弦波与 120Hz 正弦波之和
y = x + 2 * randn(size(t)); % 加入适量随机噪声并绘制
plot(Fs * t(1:50), y(1:50));
title('受噪声干扰的信号');
xlabel('时间 (ms)');

```

结果如图 2.8 所示。

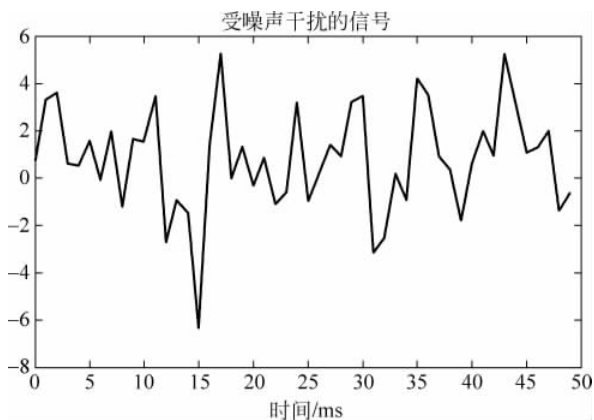


图 2.8 受噪声干扰的信号波形

可以看到从原始信号中确定特定频率成分是非常困难的,所以可尝试利用傅里叶变换将包含噪声的信号 y 变换到频域。其 MATLAB 代码如下:

```

NFFT = 2^nextpow2(L);
Y = fft(y,NFFT)/L;           % 傅里叶变换
f = Fs/2 * linspace(0,1,NFFT/2 + 1); % 频点
plot(f,2 * abs(Y(1:NFFT/2 + 1))) % 绘制单边频谱
title('信号 y(t) 的单边频谱')
xlabel('频率 (Hz)')
ylabel('幅值')

```

可得频谱图如图 2.9 所示。

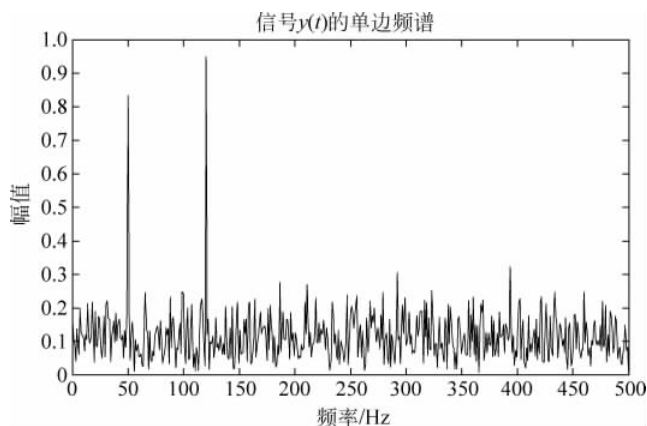


图 2.9 受干扰信号的单边频谱图

从傅里叶变换得出的频谱图中可以快速确定其中的主导频率,也可以发现两个正弦波对应的频谱幅值并不会正好为 0.7 和 1.0,一是因为信号中存在噪声,二是因为采样长度有限。

例 10 一个离散信号可以用 $x(n)$ 表示,其中变量 n 是整数值并在时间上代表一些离散时刻,因此也被称作离散时间信号,已知下面两个序列(下画线元素为 $n=0$ 时的样本):

$$x(n) = [3, 11, 7, \underline{0}, -1, 4, 2], \quad -3 \leq n \leq 3;$$

$$h(n) = [2, \underline{3}, 0, -5, 2, 1], \quad -1 \leq n \leq 4;$$

求卷积 $y(n) = x(n) * h(n)$ 。

解 在图 2.10 中给出 4 张图。图(a)为 $x(k)$ 和 $h(k)$,属于原序列。图(b)为 $x(k)$ 和 $h(-k)$,相当于 $h(k)$ 的反转形式。图(c)为 $x(k)$ 和 $h(-1-k)$,相当于 $h(k)$ 反转并移位 -1。那么

$$\sum_k x(k)h(-1-k) = 3 \times (-5) + 11 \times 0 + 7 \times 3 + 0 \times 2 = 6 = y(-1)$$

图(d)为 $x(k)$ 和 $h(2-k)$,相当于 $h(k)$ 的反转再移位 2,这给出

$$\sum_k x(k)h(2-k) = 11 \times 1 + 7 \times 2 + 0 \times (-5) + (-1) \times 0 + 4 \times 3 + 2 \times 2 = 41 = y(2)$$

这样求得 $y(n)$ 的两个值。对于其余剩下来的 $y(n)$ 值可用类似图解方法计算出。值得注意的是, $y(n)$ 的起始点(第 1 个非零样本)是由 $n = -3 + (-1) = -4$ 给出的,而最后一点(最后一个非零样本)是由 $n = 3 + 4 = 7$ 给出的。全部输出给出如下: