

第1章 函 数

【1】 (2011 · 湖南 · 16 ·))))

给定 $k \in \mathbf{N}^*$, 设函数 $f: \mathbf{N}^* \rightarrow \mathbf{N}^*$ 满足: 对于任意大于 k 的正整数 n , $f(n) = n - k$.

(1) 设 $k=1$, 则其中一个函数 f 在 $n=1$ 处的函数值为 _____;

(2) 设 $k=4$, 且当 $n \leq 4$ 时, $2 \leq f(n) \leq 3$, 则不同的函数 f 的个数为 _____.

【2】 (2006 · 浙江 · 10 ·)))))

$f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ 满足 $f(f(x)) = f(x)$, 则这样的函数个数共有 ().

A. 1 个

B. 4 个

C. 8 个

D. 10 个

【3】 (1978 · 全国 · 5 ·)))))

化简: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{(\sqrt{4ab^{-1}})^3}{(0.1)^{-2}(a^3b^{-4})^{\frac{1}{2}}}$.

【4】 (2002 · 全国新课标 · 16 ·))))

已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, 那么 $f(1) + f(2) +$

$f\left(\frac{1}{2}\right) + f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f(4) + f\left(\frac{1}{4}\right) =$

_____.

【5】 (2014 · 陕西 · 14 ·))))

已知 $f(x) = \frac{x}{1+x}, x \geq 0, f_1(x) = f(x), f_{n+1}(x) =$

$f(f_n(x)), n \in \mathbf{N}_+$, 则 $f_{2014}(x)$ 的表达式为

_____.

【6】 (1993 · 全国 · 16 ·))))

设 a, b, c 都是正数, 且 $3^a = 4^b = 6^c$, 那么 ().

A. $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

B. $\frac{2}{c} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$

C. $\frac{1}{c} = \frac{2}{a} + \frac{2}{b}$

D. $\frac{2}{c} = \frac{1}{a} + \frac{2}{b}$

【7】(2014·重庆·12·))))))

函数 $f(x) = \log_2 \sqrt{x} \cdot \log_{\sqrt{2}}(2x)$ 的最小值为 _____.

【10】(2002·上海·3·))))))

方程 $\log_3(1 - 2 \cdot 3^x) = 2x + 1$ 的解 $x =$ _____.

【8】(1978·全国·8·))))))

已知 $\log_{18} 9 = a (a \neq 2)$, $18^b = 5$. 求 $\log_{36} 45$.

【11】(1995·全国·16·))))))

方程 $\log_2(x+1)^2 + \log_4(x+1) = 5$ 的解是 _____.

【9】(2004·全国三·18·))))))

解方程 $4^x + |1 - 2^x| = 11$.

【12】(1985·全国·11·))))))

解方程 $\log_4(3-x) + \log_{0.25}(3+x) = \log_4(1-x) + \log_{0.25}(2x+1)$.

高三常见错觉1: 我很聪明,只是不努力.中考没考好不要紧,还有高考呢.

高三常见错觉2: 高考没考好不要紧,还有专升本和考研呢.

高三常见错觉3: 考研没考好不要紧,这年头硕士也找不到工作呢.

【13】(1999·全国·19·)))))

解方程 $\sqrt{3\lg x - 2} - 3\lg x + 4 = 0$.

【14】(2008·湖北·8·)))))

函数 $f(x) = \frac{1}{x} \ln(\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{-x^2 - 3x + 4})$

的定义域为().

- A. $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$
 B. $(-4, 0) \cup (0, 1)$
 C. $[-4, 0) \cup (0, 1]$
 D. $[-4, 0) \cup (0, 1)$

【15】(2005·全国三·6·)))))

若 $a = \frac{\ln 2}{2}, b = \frac{\ln 3}{3}, c = \frac{\ln 5}{5}$, 则().

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$
 C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

【16】(2005·江西·10·)))))

已知实数 a, b 满足等式 $(\frac{1}{2})^a = (\frac{1}{3})^b$, 下列五个关系式:

- ① $0 < b < a$; ② $a < b < 0$; ③ $0 < a < b$;
 ④ $b < a < 0$; ⑤ $a = b$.

其中不可能成立的关系式有().

- A. 1 个 B. 2 个
 C. 3 个 D. 4 个

【17】(2012·全国·11·)))))

已知 $x = \ln \pi, y = \log_5 2, z = e^{-\frac{1}{2}}$, 则().

- A. $x < y < z$ B. $z < x < y$
 C. $z < y < x$ D. $y < z < x$

【18】(2010·安徽·7·)))))

设 $a = (\frac{3}{5})^{\frac{2}{5}}, b = (\frac{2}{5})^{\frac{3}{5}}, c = (\frac{2}{5})^{\frac{2}{5}}$, 则 a, b, c 的大小关系是().

- A. $a > c > b$ B. $a > b > c$
 C. $c > a > b$ D. $b > c > a$

【19】 (2003·上海·19·)))))

已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - \log_2 \frac{1+x}{1-x}$, 求函数 $f(x)$ 的定义域, 并讨论它的奇偶性和单调性.

【20】 (2007·重庆·16·)))))

函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} + 2\sqrt{x^2 - 5x + 4}$ 的最小值为 _____.

【21】 (2010·山东·5·)))))

设 $f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的奇函数. 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 2^x + 2x + b$ (b 为常数), 则 $f(-1) =$ ().
A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

【22】 (2009·上海·13·)))))

已知函数 $f(x) = \sin x + \tan x$. 项数为 27 的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 且公差 $d \neq 0$, 若 $f(a_1) + f(a_2) + \cdots + f(a_{27}) = 0$, 则当 $k =$ _____ 时, $f(a_k) = 0$.

【23】 (2011·福建·9·)))))

对于函数 $f(x) = a \sin x + bx + c$ (其中, $a, b \in \mathbf{R}$, $c \in \mathbf{Z}$), 选取 a, b, c 的一组值计算 $f(1)$ 和 $f(-1)$, 所得出的正确结果一定不可能是 ().

- A. 4 和 6 B. 3 和 1
C. 2 和 4 D. 1 和 2

【24】 (2013·辽宁·7·)))))

已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+9x^2} - 3x) + 1$, 则 $f(\lg 2) + f\left(\lg \frac{1}{2}\right)$ 等于 ().
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【25】 (2013 · 重庆 · 9 ·)

已知函数 $f(x) = ax^3 + b\sin x + 4$ ($a, b \in \mathbf{R}$), $f(\lg(\log_2 10)) = 5$, 则 $f(\lg(\lg 2))$ 等于().

A. -5 B. -1 C. 3 D. 4

【26】 (1994 · 全国 · 15 ·)

定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的任意函数 $f(x)$ 都可表示成一个奇函数 $g(x)$ 和一个偶函数 $h(x)$ 之和, 如果 $f(x) = \lg(10^x + 1)$, $x \in (-\infty, +\infty)$, 那么().

- A. $g(x) = x, h(x) = \lg(10^x + 10^{-x} + 2)$
- B. $g(x) = \frac{1}{2} [\lg(10^x + 1) + x], h(x) = \frac{1}{2} [\lg(10^x + 1) - x]$
- C. $g(x) = \frac{x}{2}, h(x) = \lg(10^x + 1) - \frac{x}{2}$
- D. $g(x) = -\frac{x}{2}, h(x) = \lg(10^x + 1) + \frac{x}{2}$

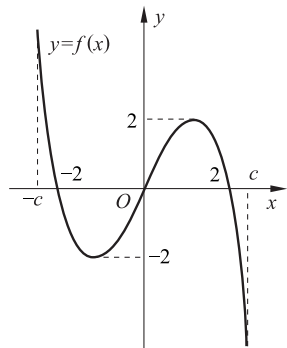
【27】 (2014 · 山东 · 9 ·)

对于函数 $f(x)$, 若存在常数 $a \neq 0$, 使得 x 取定义域内的每一个值, 都有 $f(x) = f(2a - x)$, 则称 $f(x)$ 为准偶函数. 下列函数中是准偶函数的是().

- A. $f(x) = \sqrt{x}$ B. $f(x) = x^3$
- C. $f(x) = \tan x$ D. $f(x) = \cos(x+1)$

【28】 (2003 · 上海 · 16 ·)

$f(x)$ 是定义在区间 $[-c, c]$ 上的奇函数, 其图像如图所示. 令 $g(x) = af(x) + b$, 则下列关于函数 $g(x)$ 的叙述正确的是().



- A. 若 $a < 0$, 则函数 $g(x)$ 的图像关于原点对称
- B. 若 $a = -1, -2 < b < 0$, 则方程 $g(x) = 0$ 有大于 2 的实根
- C. 若 $a \neq 0, b = 2$, 则方程 $g(x) = 0$ 有两个实根
- D. 若 $a \geq 1, b < 2$, 则方程 $g(x) = 0$ 有三个实根

【29】 (2012 · 全国课标 · 16 ·)

设函数 $f(x) = \frac{(x+1)^2 + \sin x}{x^2 + 1}$ 的最大值为 M , 最小值为 m , 则 $M + m =$ _____.

【30】 (2009 · 全国一 · 11 ·)

函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} . 若 $f(x+1)$ 与 $f(x-1)$ 都是奇函数, 则().

- A. $f(x)$ 是偶函数
 B. $f(x)$ 是奇函数
 C. $f(x) = f(x+2)$
 D. $f(x+3)$ 是奇函数

【31】 (2006 · 北京 · 5 ·)

已知 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x+4a, & x < 1, \\ \log_a x, & x \geq 1 \end{cases}$ 是

$(-\infty, +\infty)$ 上的减函数, 那么 a 的取值范围是().

- A. $(0, 1)$ B. $(0, \frac{1}{3})$
 C. $[\frac{1}{7}, \frac{1}{3})$ D. $[\frac{1}{7}, 1]$

【32】 (2012 · 山东 · 8 ·)

定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+6) = f(x)$. 当 $-3 \leq x < -1$ 时, $f(x) = -(x+2)^2$, 当 $-1 \leq x < 3$ 时, $f(x) = x$. 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2012) =$ ().

- A. 335 B. 338 C. 1678 D. 2012

【33】 (2004 · 福建 · 11 ·)

定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(x+2)$, 当 $x \in [3, 4]$ 时, $f(x) = x-2$, 则().

- A. $f(\sin \frac{1}{2}) < f(\cos \frac{1}{2})$
 B. $f(\sin \frac{\pi}{3}) > f(\cos \frac{\pi}{3})$
 C. $f(\sin 1) < f(\cos 1)$
 D. $f(\sin \frac{3}{2}) > f(\cos \frac{3}{2})$

【34】 (2011 · 山东 · 10 ·)

已知 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上最小正周期为 2 的周期函数, 且当 $0 \leq x < 2$ 时, $f(x) = x^3 - x$, 则函数 $y = f(x)$ 的图像在区间 $[0, 6]$ 上与 x 轴的交点的个数为().

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【35】 (2012 · 江苏 · 10 ·)

设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上且周期为 2 的函数, 在区间

$[-1, 1]$ 上, $f(x) = \begin{cases} ax+1, & -1 \leq x < 0, \\ \frac{bx+2}{x+1}, & 0 \leq x \leq 1, \end{cases}$ 其中 $a,$

$b \in \mathbf{R}$. 若 $f(\frac{1}{2}) = f(\frac{3}{2})$, 则 $a + 3b$ 的值为_____.

【36】 (2009 · 山东 · 10 ·)

定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x), & x \leq 0, \\ f(x-1) - f(x-2) & x > 0, \end{cases}$ 则 $f(2009)$ 的值为 ().

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【37】 (2005 · 福建 · 12 ·)

$f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的以 3 为周期的奇函数, 则 $f(2) = 0$ 在区间 $(0, 6)$ 内解的个数的最小值是 ().

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【38】 (2007 · 安徽 · 11 ·)

定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 既是奇函数, 又是周期函数, T 是它的一个正周期, 若将方程 $f(x) = 0$ 在闭区间 $[-T, T]$ 上的根的个数记为 n , 则 n 可能为 ().

A. 0 B. 1 C. 3 D. 5

【39】 (2008 · 全国一 · 9 ·)

设奇函数 $f(x)$, 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 且 $f(1) = 0$, 则不等式 $\frac{f(x) - f(-x)}{x} < 0$ 的解集为 ().

A. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$
 B. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
 C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 D. $(-1, 0) \cup (0, 1)$

【40】 (2013 · 天津 · 7 ·)

已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增. 若实数 a 满足 $f(\log_2 a) + f(\log_{\frac{1}{2}} a) \leq 2f(1)$, 则 a 的取值范围是 ().

A. $[1, 2]$ B. $(0, \frac{1}{2}]$
 C. $[\frac{1}{2}, 2]$ D. $(0, 2]$

【41】 (2008 · 北京 · 14 ·)

已知函数 $f(x) = x^2 - \cos x$, 对于 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上的任意 x_1, x_2 , 有如下条件:

① $x_1 > x_2$; ② $x_1^2 > x_2^2$; ③ $|x_1| > |x_2|$.

其中能使 $f(x_1) > f(x_2)$ 恒成立的条件序号是_____.

【42】 (2008·天津·9·)))))

已知函数 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的偶函数, 且在区间 $[0, +\infty)$ 上是增函数. 令 $a = f\left(\sin \frac{2\pi}{7}\right)$, $b = f\left(\cos \frac{5\pi}{7}\right)$, $c = f\left(\tan \frac{5\pi}{7}\right)$, 则().

- A. $b < a < c$ B. $c < b < a$
C. $b < c < a$ D. $a < b < c$

【43】 (2005·天津·16·)))))

设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) =$ _____.

【44】 (2009·山东·12·)))))

已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$, 满足 $f(x-4) = -f(x)$, 且在区间 $[0, 2]$ 上是增函数, 则().

- A. $f(-25) < f(11) < f(80)$
B. $f(80) < f(11) < f(-25)$
C. $f(11) < f(80) < f(-25)$
D. $f(-25) < f(80) < f(11)$

【45】 (2007·重庆·9·)))))

已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 在 $(8, +\infty)$ 上为减函数, 且函数 $y = f(x+8)$ 为偶函数, 则().

- A. $f(6) > f(7)$ B. $f(6) > f(9)$
C. $f(7) > f(9)$ D. $f(7) > f(10)$

【46】 (2012·重庆·7·)))))

已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且以 2 为周期, 则“ $f(x)$ 为 $[0, 1]$ 上的增函数”是“ $f(x)$ 为 $[3, 4]$ 上的减函数”的().

- A. 既不充分也不必要的条件
B. 充分而不必要的条件
C. 必要而不充分的条件
D. 充要条件

【47】 (2011·上海·13·)))))

设 $g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上、以 1 为周期的函数, 若函数 $f(x) = x + g(x)$ 在区间 $[3, 4]$ 上的值域为 $[-2, 5]$, 则 $f(x)$ 在区间 $[-10, 10]$ 上的值域为 _____.

【Q】 鲲哥, 我早上起来有点不舒服, 能请一次假吗?

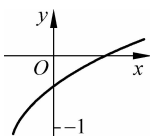
【A】 能呼吸吗?

【Q】 能! = _ =

【A】 那就来.

【48】(2008·山东·12·))))

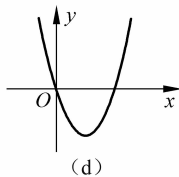
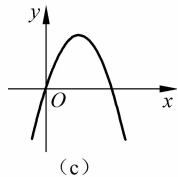
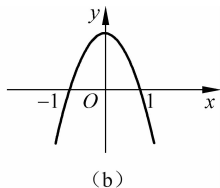
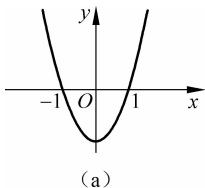
已知函数 $f(x) = \log_a(2^x + b - 1)$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图像如图所示，则 a, b 满足的关系是()。



- A. $0 < a^{-1} < b < 1$ B. $0 < b < a^{-1} < 1$
C. $0 < b^{-1} < a < 1$ D. $0 < a^{-1} < b^{-1} < 1$

【49】(2005·全国一·8·))))

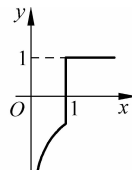
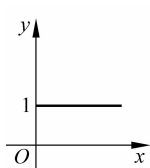
设 $b > 0$ ，二次函数 $y = ax^2 + bx + a^2 - 1$ 的图像为下列之一，则 a 的值为()。



- A. 1 B. -1
C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

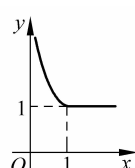
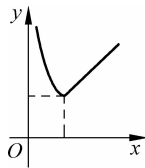
【50】(2005·湖北·4·))))

函数 $y = e^{|\ln x|} - |x - 1|$ 的图像大致是()。



A.

B.



C.

D.

【51】(2014·湖北·9·))))

已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数，当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = x^2 - 3x$ ，则函数 $g(x) = f(x) - x + 3$ 的零点的集合为()。

- A. $\{1, 3\}$
B. $\{-3, -1, 1, 3\}$
C. $\{2 - \sqrt{7}, 1, 3\}$
D. $\{-2 - \sqrt{7}, 1, 3\}$