第 3 章　三角函数

3.1 象限

【287】(2007·北京·1·)

已知 $\cos\theta\cdot\tan\theta<0$，那么角 θ 是(　　).

A. 第一或第二象限角

B. 第二或第三象限角

C. 第三或第四象限角

D. 第一或第四象限角

【288】(2001·全国旧课程·1·)

若 $\sin\theta\cos\theta>0$，则 θ 在(　　).

A. 第一、二象限　　B. 第一、三象限

C. 第一、四象限　　D. 第二、四象限

【289】(2014·新课标全国一·2·)

若 $\tan\alpha>0$，则(　　).

A. $\sin\alpha>0$　　B. $\cos\alpha>0$

C. $\sin2\alpha>0$　　D. $\cos2\alpha>0$

【290】(2004·辽宁·1·)

若 $\cos\theta>0$，且 $\sin2\theta<0$，则角 θ 的终边所在象限是(　　).

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

【291】(2005·全国三·1·)

已知 α 为第三象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是(　　).

A. 第一或第二象限　　B. 第二或第三象限

C. 第一或第三象限　　D. 第二或第四象限

【292】(1983·全国·4·)

对任何 $180^\circ<\alpha<360^\circ$，$\cos\frac{\alpha}{2}$ 的值等于(　　).

A. $\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$　　B. $\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

C. $-\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$　　D. $-\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

3.2 诱导

核心笔记

鲲哥云：

诱导公式：

$\sin(2k\pi+\alpha)=\sin\alpha$，　$\cos(2k\pi+\alpha)=\cos\alpha$，

$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$，　$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$，

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$，　$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$，

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$，　$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$，

$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$，　$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$，

$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$，　$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$，

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\cos\alpha$，　$\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha$，

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-\cos\alpha$，　$\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\alpha$，

$\tan(k\pi+\alpha)=\tan\alpha$.

这些公式不能死记，有句话叫“奇变偶不变，符号看象限”.

【293】(2010·全国一·1·)

$\cos300^\circ=$(　　).

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【294】(2007·全国二·1·)

$\cos330^\circ=$(　　).

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【295】(1988·全国·9·)

$\sin\left(-\frac{19}{6}\pi\right)$ 的值等于(　　).

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【296】(2009·全国一·1·)

$\sin585^\circ$ 的值为(　　).

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【297】(2005・湖南・2・)

$\tan 600°$的值是(　　).

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　C. $-\sqrt{3}$　D. $\sqrt{3}$

【298】(2007・湖北・1・)

$\tan 690°$的值为(　　).

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　C. $\sqrt{3}$　D. $-\sqrt{3}$

【299】(2004・湖北・13・)

$\tan 2010°$的值为________.

【300】(2009・重庆・6・)

下列关系式中正确的是(　　).

A. $\sin 11° < \cos 10° < \sin 168°$

B. $\sin 168° < \sin 11° < \cos 10°$

C. $\sin 11° < \sin 168° < \cos 10°$

D. $\sin 168° < \cos 10° < \sin 11°$

【301】(2014・全国・3・)

设 $a=\sin 33°$,$b=\cos 55°$,$c=\tan 35°$,则(　　).

A. $a>b>c$　B. $b>c>a$

C. $c>b>a$　D. $c>a>b$

3.3　恒等(1):转化

【302】(1991・全国・1・)

已知 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$,并且 α 是第二象限的角,那么 $\tan\alpha$ 的值等于(　　).

A. $-\frac{4}{3}$　B. $-\frac{3}{4}$　C. $\frac{3}{4}$　D. $\frac{4}{3}$

【303】(2007・全国一・2・)

α 是第四象限角,$\cos\alpha=\frac{12}{13}$,则 $\sin\alpha=$(　　).

A. $\frac{5}{13}$　B. $-\frac{5}{13}$　C. $\frac{5}{12}$　D. $-\frac{5}{12}$

【304】(2010・全国二・13・)

已知 α 是第二象限的角,$\tan\alpha=-\frac{1}{2}$,则 $\cos\alpha=$________.

【305】(2011・重庆・12・)

若 $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$,且 $\alpha\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$,则 $\tan\alpha=$________.

【306】(2006・上海・6・)

如果 $\cos\alpha=\frac{1}{5}$,且 α 是第四象限的角,那么 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=$________.

【307】(2007・陕西・4・)

已知 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$,则 $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha$ 的值为(　　).

A. $-\frac{3}{5}$　B. $-\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{5}$　D. $\frac{3}{5}$

【308】(2009・北京・9・)

若 $\sin\theta=-\frac{4}{5}$,$\tan\theta>0$,则 $\cos\theta=$________.

【309】(2010・全国一・2・)

记 $\cos(-80°)=k$,那么 $\tan 100°=$(　　).

A. $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$　B. $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$

C. $\frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$　D. $-\frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$

【310】(2016・新课标全国一・14・)

已知 θ 是第四象限角,且 $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{5}$,则 $\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=$________.

【Q】鲲哥,今天我十八岁了,来段励志的话鼓励鼓励我吧.

【A】人类之所以有进化,是因为下一代不听话.十八岁开始,学会听自己的话^ ^.

3.4 恒等(2)：和差

核心笔记

鲲哥云：

$\begin{cases}\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta,\\ \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta.\end{cases}$

$\begin{cases}\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta,\\ \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta.\end{cases}$

注意：cos 公式的加反而是减，减反而是加. 很多涉世未深的少年在此处容易出错.

$\begin{cases}\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta},\\ \tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}.\end{cases}$

这些公式必须熟练到不假思索. 人教版课本上有不少小练习，真心想逆袭的少年，你值得拥有.

【311】(2004·上海·1·)

若 $\tan\alpha=\frac{1}{2}$，则$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$________.

【312】(2007·福建·3·)

$\sin15^\circ\cos75^\circ+\cos15^\circ\sin105^\circ$等于(　　).

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

【313】(2006·陕西·13·)

$\cos43^\circ\cos77^\circ+\sin43^\circ\cos167^\circ$的值为________.

【314】(1978·全国·4·)

不查表，求$\cos80^\circ\cos35^\circ+\cos10^\circ\cos55^\circ$的值.

【315】(2004·重庆·5·)

$\sin163^\circ\sin223^\circ+\sin253^\circ\sin313^\circ=$(　　).

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【316】(2004·全国一·6·)

设 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，若 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$，则$\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$(　　).

A. $\frac{7}{5}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{7}{2}$　　D. 4

【317】(2008·江西·17.1·)

已知 $\tan\alpha=-\frac{1}{3}$，$\cos\beta=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\alpha,\beta\in(0,\pi)$. 求$\tan(\alpha+\beta)$的值.

【318】(2013·新课标全国二·15·)

设θ为第二象限角，若 $\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$，则 $\sin\theta+\cos\theta=$________.

【319】(2012·重庆·5·)

设 $\tan\alpha$，$\tan\beta$是方程 $x^2-3x+2=0$ 的两个根，则 $\tan(\alpha+\beta)$的值为(　　).

A. -3　　B. -1　　C. 1　　D. 3

【320】(2008·山东·10·)

已知$\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)+\sin\alpha=\frac{4}{5}\sqrt{3}$，则 $\sin\left(\alpha+\frac{7\pi}{6}\right)$的值是(　　).

A. $-\frac{2\sqrt{3}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

【321】(2010·全国一·14·)

已知 α 为第三象限的角，$\cos2\alpha=-\frac{3}{5}$，则 $\tan\left(\frac{\pi}{4}+2\alpha\right)=$________.

【322】(2007・四川・18.2・)

已知 $\cos\alpha=\frac{1}{7}$，$\cos(\alpha-\beta)=\frac{13}{14}$，且 $0<\beta<\alpha<\frac{\pi}{2}$. 求 β.

【323】(2006・重庆・13・)

已知 $\alpha,\beta\in\left(\frac{3\pi}{4},\pi\right)$，$\sin(\alpha+\beta)=-\frac{3}{5}$，$\sin\left(\beta-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{12}{13}$，则 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$________.

【324】(2011・浙江・6・)

若 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$-\frac{\pi}{2}<\beta<0$，$\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\frac{1}{3}$，$\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\cos\left(\alpha+\frac{\beta}{2}\right)=$(　　).

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$　　D. $-\frac{\sqrt{6}}{9}$

3.5　恒等(3)：二倍

核心笔记

鲲哥云：

① $\sin2x=2\sin x\cos x$.

② $\cos2x=\cos^2x-\sin^2x=2\cos^2x-1=1-2\sin^2x$.

③ $\tan2x=\frac{2\tan x}{1-\tan^2x}$.

【325】(2005・重庆・2・)

$\left(\cos\frac{\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}\right)\cdot\left(\cos\frac{\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}\right)=$(　　).

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【326】(2007・重庆・6・)

下列各式中，值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的是(　　).

A. $2\sin15^\circ\cos15^\circ$　　B. $\cos^2 15^\circ-\sin^2 15^\circ$

C. $2\sin^2 15^\circ-1$　　D. $\sin^2 15^\circ+\cos^2 15^\circ$

【327】(2005・北京・10・)

已知 $\tan\frac{\alpha}{2}=2$，则 $\tan\alpha$ 的值为________. $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ 的值为________.

【328】(2008・浙江・12・)

若 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{3}{5}$，则 $\cos2\theta=$________.

【329】(2013・四川・14・)

设 $\sin2\alpha=-\sin\alpha$，$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，则 $\tan2\alpha$ 的值是________.

【330】(2010・全国一・14・)

已知 α 为第二象限的角，$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，则 $\tan2\alpha=$________.

【331】(2011・江苏・7・)

已知 $\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=2$，则 $\frac{\tan x}{\tan2x}$ 的值为________.

【332】(2005・江西・2・)

已知 $\tan\frac{\alpha}{2}=3$，则 $\cos\alpha=$(　　).

A. $\frac{4}{5}$　　B. $-\frac{4}{5}$　　C. $\frac{4}{15}$　　D. $-\frac{3}{5}$

【333】(2011・新课标全国・7・)

已知角 θ 的顶点与原点重合，始边与 x 轴的正半轴重合，终边在直线 $y=2x$ 上，则 $\cos2\theta=$(　　).

A. $-\frac{4}{5}$　　B. $-\frac{3}{5}$

C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

【334】(1995・全国・9・)

已知 θ 是第三象限角，且 $\sin^4\theta+\cos^4\theta=\frac{5}{9}$，那

么 $\sin 2\theta=$（　　）.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{2}{3}$

【335】（1991·全国·17·🌶🌶）

已知 $\sin x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，则 $\sin 2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=$________.

【336】（2013·新课标全国二·6·🌶🌶）

已知 $\sin 2\alpha=\frac{2}{3}$，则 $\cos^2\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$（　　）.

A. $\frac{1}{6}$　B. $\frac{1}{3}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $\frac{2}{3}$

【337】（2016·新课标全国二·9·🌶🌶）

若 $\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{3}{5}$，则 $\sin 2\alpha=$（　　）.

A. $\frac{7}{25}$　B. $\frac{1}{5}$　C. $-\frac{1}{5}$　D. $-\frac{7}{25}$

【338】（2005·全国二·17·🌶🌶）

已知 α 为第二象限的角，$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，β 为第一象限的角，$\cos\beta=\frac{5}{13}$. 求 $\tan(2\alpha-\beta)$ 的值.

【339】（2006·湖南·16·🌶🌶）

已知 $\sqrt{3}\sin\theta-\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-2\theta\right)}{\cos(\pi+\theta)}\cdot\cos\theta=1$，$\theta\in(0,\pi)$，求 θ 的值.

【340】（2005·江苏·10·🌶🌶🌶）

若 $\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)=\frac{1}{3}$，则 $\cos\left(\frac{2\pi}{3}+2\alpha\right)=$（　　）.

A. $-\frac{7}{9}$　B. $-\frac{1}{3}$　C. $\frac{1}{3}$　D. $\frac{7}{9}$

【341】（2012·江苏·11·🌶🌶🌶）

设 α 为锐角，若 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{4}{5}$，则 $\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{12}\right)$ 的值为________.

3.6 恒等(4)：tan

核心笔记

鲲哥云：

本节的关键在于构造出 $\tan x$，例如：

① $\frac{\sin x+2\cos x}{3\sin x+4\cos x}\xlongequal{\text{上下同除以}\cos x}\frac{\tan x+2}{3\tan x+4}$；

② $\frac{\sin^2 x+2\cos^2 x}{3\sin^2 x+4\cos^2 x}\xlongequal{\text{上下同除以}\cos^2 x}\frac{\tan^2 x+2}{3\tan^2 x+4}$；

③ $\sin^2 x+2\cos^2 x\xlongequal{\text{补“1”}}\frac{\sin^2 x+2\cos^2 x}{\sin^2 x+\cos^2 x}$

$\xlongequal{\text{同除以}\cos^2 x}\frac{\tan^2 x+2}{\tan^2 x+1}$.

【342】（2009·陕西·2·🌶🌶）

若 $\tan\alpha=2$，则 $\frac{2\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha+2\cos\alpha}$ 的值为（　　）.

A. 0　B. $\frac{3}{4}$　C. 1　D. $\frac{5}{4}$

【343】（2009·辽宁·8·🌶🌶）

已知 $\tan\theta=2$，则 $\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta-2\cos^2\theta=$（　　）.

A. $-\frac{4}{3}$　B. $\frac{5}{4}$　C. $-\frac{3}{4}$　D. $\frac{4}{5}$

【344】（2016·新课标全国三·5·🌶🌶）

若 $\tan\alpha=\frac{3}{4}$，则 $\cos^2\alpha+2\sin 2\alpha=$（　　）.

A. $\frac{64}{25}$　B. $\frac{48}{25}$　C. 1　D. $\frac{16}{25}$

【345】(2005・北京・15.2・)

已知 $\tan\frac{\alpha}{2}=2$. 求 $\frac{6\sin\alpha+\cos\alpha}{3\sin\alpha-2\cos\alpha}$ 的值.

【346】(2004・天津・17・)

已知 $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\frac{1}{2}$.

(1) 求 $\tan\alpha$ 的值;

(2) 求 $\frac{\sin2\alpha-\cos^2\alpha}{1+\cos2\alpha}$ 的值.

【347】(2009・陕西・5・)

若 $3\sin\alpha+\cos\alpha=0$,则 $\frac{1}{\cos^2\alpha+\sin2\alpha}$ 的值为(　　).

A. $\frac{10}{3}$　　B. $\frac{5}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. -2

【348】(2004・湖南・17・)

已知 $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=2$,求 $\frac{1}{2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha}$ 的值.

3.7　恒等(5): s+c,s−c,sc

核心笔记

鲲哥云:

本节的重点是 $\sin x+\cos x$,$\sin x-\cos x$ 与 $\sin x\cos x$ 的相互转化:

① $(\sin x+\cos x)^2=1+2\sin x\cos x=1+\sin2x$;

② $(\sin x-\cos x)^2=1-2\sin x\cos x=1-\sin2x$;

③ $(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2=2$(①+②即可).

【349】(2007・浙江・12・)

若 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{5}$,则 $\sin2\theta$ 的值是________.

【350】(2012・辽宁・6・)

已知 $\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{2}$,$\alpha\in(0,\pi)$,则 $\sin2\alpha=$(　　).

A. -1　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. 1

【351】(2006・湖北・3・)

已知 $\sin2A=\frac{2}{3}$,$A\in(0,\pi)$,则 $\sin A+\cos A=$(　　).

A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{15}}{3}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $-\frac{5}{3}$

【352】(2005・福建・17.1・)

已知 $-\frac{\pi}{2}<x<0$,$\sin x+\cos x=\frac{1}{5}$. 求 $\sin x-\cos x$ 的值.

【353】(2011・辽宁・7・)

设 $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)=\frac{1}{3}$,则 $\sin2\theta=$(　　).

A. $-\frac{7}{9}$　　B. $-\frac{1}{9}$　　C. $\frac{1}{9}$　　D. $\frac{7}{9}$

【354】(2007・浙江・12・)

已知 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{5}$,且 $\frac{\pi}{2}\leqslant\theta\leqslant\frac{3\pi}{4}$,则 $\cos2\theta$ 的值是________.

【355】(2012・全国・7・)

已知 α 为第二象限角,$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$,则 $\cos2\alpha=$(　　).

A. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{5}}{9}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{9}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

我们总是期望着遇到更好的人,不满意自己的朋友,不满意家人,不满意对象,其实归根结底,只是不满意自己.(推荐:@胡文新)

3.8 恒等(6)：综合

【356】(1991·三南·1·)

$\sin15^\circ\cos30^\circ\sin75^\circ$的值等于(　　).

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{8}$　C. $\frac{1}{8}$　D. $\frac{1}{4}$

【357】(2005·全国三·8·)

$\frac{2\sin2\alpha}{1+\cos2\alpha}\cdot\frac{\cos^2\alpha}{\cos2\alpha}=$(　　).

A. $\tan\alpha$　B. $\tan2\alpha$　C. 1　D. $\frac{1}{2}$

【358】(2012·江西·4·)

若$\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=4$,则$\sin2\theta=$(　　).

A. $\frac{1}{5}$　B. $\frac{1}{4}$　C. $\frac{1}{3}$　D. $\frac{1}{2}$

【359】(2012·重庆·5·)

$\frac{\sin47^\circ-\sin17^\circ\cos30^\circ}{\cos17^\circ}=$(　　).

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　B. $-\frac{1}{2}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【360】(1997·全国·18·)

$\frac{\sin7^\circ+\cos15^\circ\sin8^\circ}{\cos7^\circ-\sin15^\circ\sin8^\circ}$的值为________.

【361】(2008·宁夏 海南·7·)

$\frac{3-\sin70^\circ}{2-\cos^2 10^\circ}=$(　　).

A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　C. 2　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【362】(2007·宁夏 海南·9·)

若$\frac{\cos2\alpha}{\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$,则$\cos\alpha+\sin\alpha$的值为(　　).

A. $-\frac{\sqrt{7}}{2}$　B. $-\frac{1}{2}$　C. $\frac{1}{2}$　D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

【363】(2011·重庆·14·)

已知$\sin\alpha=\frac{1}{2}+\cos\alpha$,且$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,则$\frac{\cos2\alpha}{\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)}$的值为________.

【364】(2010·上海·19·)

已知$0<x<\frac{\pi}{2}$,化简：$\lg\left(\cos x\cdot\tan x+1-2\sin^2\frac{x}{2}\right)+\lg\left[\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right]-\lg(1+\sin2x)$.

【365】(2006·北京·15.2·)

已知函数$f(x)=\frac{1-\sqrt{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)}{\cos x}$. 设$\alpha$为第四象限的角,且$\tan\alpha=-\frac{4}{3}$,求$f(\alpha)$的值.

【366】(2007·重庆·18.2·)

已知函数$f(x)=\frac{1+\sqrt{2}\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}$. 若角$\alpha$在第一象限且$\cos\alpha=\frac{3}{5}$,求$f(\alpha)$.

【367】(2004·全国四·17·)

已知α为第二象限角,且$\sin\alpha=\frac{\sqrt{15}}{4}$,求$\frac{\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)}{\sin2\alpha+\cos2\alpha+1}$的值.

【368】(2005·重庆·17·)

若函数 $f(x)=\dfrac{1+\cos 2x}{2\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)}+\sin x+a^2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的最大值为 $\sqrt{2}+3$，试确定常数 a 的值.

【369】(1980·全国·5·)

设 $\dfrac{3\pi}{4}<\theta<\dfrac{5\pi}{4}$，化简

$$\frac{\sqrt{\cos\dfrac{\pi}{4}\sin\left(\dfrac{3\pi}{4}-\theta\right)\left[\sin(\pi-\theta)-\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{2}\right)\right]}}{\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)}.$$

【370】(2004·全国三·18·)

已知 α 为锐角，且 $\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$，求 $\dfrac{\sin 2\alpha\cos\alpha-\sin\alpha}{\sin 2\alpha\cos 2\alpha}$ 的值.

【371】(2004·全国一·18·)

求函数 $f(x)=\dfrac{\sin^4 x+\cos^4 x+\sin^2 x\cos^2 x}{2-\sin 2x}$ 的最小正周期、最大值和最小值.

【372】(1979·全国·2·)

化简 $[(1+\sin^2\theta)^2-\cos^4\theta][(1+\cos^2\theta)^2-\sin^4\theta]$.

3.9 化简(1)：A 型

核心笔记

鲲哥云：

口诀：一拆二降三辅助.

降次公式：$\begin{cases}\sin^2 x=\dfrac{1-\cos 2x}{2},\\ \cos^2 x=\dfrac{1+\cos 2x}{2},\\ \sin x\cos x=\dfrac{1}{2}\sin 2x.\end{cases}$

辅助角公式：$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)$.

例子：$2\sin x+2\sqrt{3}\cos x=4\left(\sin x\cdot\dfrac{1}{2}+\cos x\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=4\left(\sin x\cos\dfrac{\pi}{3}+\cos x\sin\dfrac{\pi}{3}\right)=4\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

备注：本节题目有改动，仅要求化成 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+b$ 或 $y=A\cos(\omega x+\varphi)+b$ 的类型. 关于图像性质的部分后面会有专门的章节进行练习，不必担心.

【373】(1991·全国·21·)

化简：$y=\sin^2 x+2\sin x\cos x+3\cos^2 x$.

【374】(2001·广东 河南·17·)

化简：$y=(\sin x+\cos x)^2+2\cos^2 x$.

【375】(2016·浙江·10·)

已知 $2\cos^2 x+\sin 2x=A\sin(\omega x+\varphi)+b\ (A>0)$，则 $A=$________，$b=$________.

【376】(2000·全国旧课程·17·)

化简：函数 $y=\dfrac{1}{2}\cos^2 x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x\cos x+1$，$x\in\mathbf{R}$.

【377】(2013·北京·15·)

化简：函数 $f(x)=(2\cos^2 x-1)\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 4x$.

【378】(2006·陕西·18·)

化简：函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+2\sin^2\left(x-\frac{\pi}{12}\right)$ $(x\in\mathbf{R})$.

【379】(2008·陕西·17·)

化简：函数 $f(x)=2\sin\frac{x}{4}\cos\frac{x}{4}+\sqrt{3}\cos\frac{x}{2}$.

【380】(2010·山东·17·)

化简：函数 $f(x)=\sin(\pi-\omega x)\cos\omega x+\cos^2\omega x$ $(\omega>0)$.

【381】(2011·重庆·18·)

化简：函数 $f(x)=\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos(\pi+x)\cos x$ $(x\in\mathbf{R})$.

【382】(2012·北京·15·)

化简：函数 $f(x)=\frac{(\sin x-\cos x)\sin 2x}{\sin x}$.

【383】(2006·上海·17·)

化简：函数 $y=2\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{3}\sin 2x$.

【384】(2010·湖北·16·)

化简：函数 $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$.

【385】(2005·广东·15·)

化简 $f(x)=\cos\left(\frac{6k+1}{3}\pi+2x\right)+\cos\left(\frac{6k-1}{3}\pi-2x\right)+2\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{3}+2x\right)$ $(x\in\mathbf{R},k\in\mathbf{Z})$.

【386】(2005·江西·18·)

求函数 $f(x)=2\cos\frac{x}{2}\cdot\sqrt{2}\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)+\tan\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\tan\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$并化简.