

第3章 形态变换

形态变换是一类将平面区域映射到平面区域的变换。它可将一个组合区域映射为另一个组合区域,将单个区域映射为一个组合区域,或将一个组合区域映射为单个区域。这里原始平面区域和目标平面区域可以共面也可以不共面。在前一种情况下,变换时仅涉及 2-D 空间;而在后一种情况下,变换要涉及 3-D 空间。对 2-D 图像的坐标变换就是在 2-D 空间中的形态变换,而图像采集过程中的成像所采用的投影变换实现的就是 3-D 空间向 2-D 空间的转换。

场景中的景物点有一定的 3-D 空间位置,将它们投影就得到 2-D 图像。图像中的每个像素有一定的 2-D 空间位置,改变它们的位置就会改变图像的外观。对图像的坐标变换是靠对每个像素改变其坐标来实现的。坐标变换的种类很多,最一般的形式是投影变换,它确定的是投影中的坐标变换。仿射变换是一种特殊的投影变换,在 2-D 空间进行,其特例又包括相似变换、等距变换、平移变换、旋转变换、放缩变换、剪切变换等。它们都可将原来在一定位置的像素转移到另外的位置。这些变换可以组合级联,也可以有反变换。

本章的问题涉及上述形态变换多个方面的概念。

3-1 齐次坐标直线交点

➤ 题面:

给定如下两条齐次坐标表示的直线,计算它们的齐次坐标交点:

$$(1) \mathbf{L}_1 = [3, 2, 1]^T, \mathbf{L}_2 = [-1, 0, 1]^T.$$

$$(2) \mathbf{L}_1 = [3, 0, 1]^T, \mathbf{L}_2 = [1, 0, 1]^T.$$

➤ 解析:

(1) 齐次坐标交点可用一个 3×1 的矢量 \mathbf{w} 来表示,它应该满足 $\mathbf{L}_1^T \mathbf{w} = 0$ 和 $\mathbf{L}_2^T \mathbf{w} = 0$ 。换句话说,矢量 \mathbf{w} 与两条直线均正交。所以,要确定与 \mathbf{L}_1 和 \mathbf{L}_2 都正交的矢量 \mathbf{w} ,可计算 \mathbf{L}_1 和 \mathbf{L}_2 的叉积:

$$\mathbf{w} = \mathbf{L}_1 \times \mathbf{L}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(2) 如上计算 \mathbf{L}_1 和 \mathbf{L}_2 的叉积:

$$\mathbf{w} = \mathbf{L}_1 \times \mathbf{L}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

注意,这里交点在无穷远处,因为 w 的最后一个分量为 0。这也表明 L_1 和 L_2 是平行的。

3-2 齐次坐标的几何解释

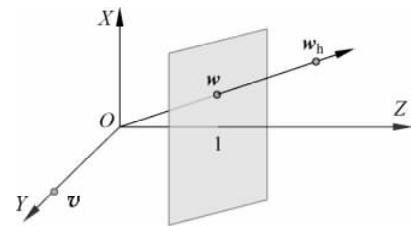
➤ 题面:

试结合图像成像给出齐次坐标的一个直观的几何解释。

➤ 解析:

参见图解 3-2, 成像平面对应 $z=1$ 的平面。齐次坐标 $w_h = [kx, ky, k]^T$ 中的 k 确定了一条通过坐标系原点的射线, 它所对应的像点 $w = [x, y]^T$ 是它与成像平面的交点。

图解 3-2 的表达还可以表示处在无穷远处的点(称为理想点)。例如, 齐次坐标 $v = [0, 1, 0]^T$ 定义了一条平行于 $z=1$ 的平面的射线(它永远与该平面不相交), 它表示沿方向 $[0, 1]^T$ 在无穷远的点。

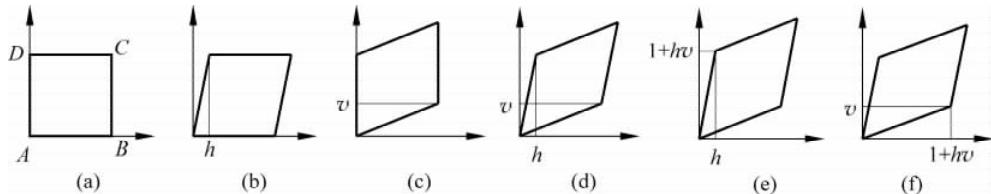


图解 3-2 齐次坐标的几何解释

3-3 单位正方形的剪切变换

➤ 题面:

给定如图题 3-3(a) 所示的单位正方形 $ABCD$, 对它的 5 种剪切变换依次为: 图题 3-3(b) 水平剪切, 图题 3-3(c) 垂直剪切, 图题 3-3(d) 组合剪切, 图题 3-3(e) 先水平剪切再垂直剪切, 图题 3-3(f) 先垂直剪切再水平剪切。请给出 5 种情况下 B, C, D 的坐标, 以及直线 AB, AC, AD 的斜率。



图题 3-3 单位正方形及其剪切变换结果

➤ 解析:

对 5 种剪切变换计算的结果归纳在表解 3-3 中。

表解 3-3 剪切变形结果数据

图	B	C	D	S_{AB}	S_{AC}	S_{AD}
(b)	(1, 0)	(1+h, 1)	(v, 1)	0	1/(1+h)	1/h
(c)	(1, v)	(1, 1+v)	(0, 1)	v	1+v	∞
(d)	(1, v)	(1+h, 1+v)	(v, 1)	v	(1+v)/(1+h)	1/h
(e)	(1, v)	(1+h, 1+hv+v)	(h, 1+hv)	v	(1+hv+v)/(1+h)	(1+hv)/h
(f)	(1+hv, v)	(1+h+hv, 1+v)	(v, 1)	v/(1+hv)	(1+v)/(1+h+hv)	1/h

3-4 不同坐标变换实现相同功能

➤ 题面：

试仅单独使用平移变换、尺度变换(放缩变换)或旋转变换将图像点(1, 2)变换到(4, 4)处。

➤ 解析：

平移变换：解 $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，得到 $T_x=3, T_y=2$ ，所以变换矩阵 $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

尺度(放缩)变换：解 $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，得到 $S_x=4, S_y=2$ ，所以变换矩阵

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

旋转变换：选取(2.5, 3)作为旋转中心，解

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2.5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2.5 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

得到 $\cos\gamma=-1, \sin\gamma=0$ ，所以变换矩阵

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2.5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2.5 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3-5 仿射变换的作用/功能

➤ 题面：

为什么利用仿射变换可将一个圆映射为一个椭圆，但不能将一个椭圆映射为一条双曲线或一条抛物线？

解析 1：

因为仿射变换矩阵的各个元素都是有限数，所以它只能将有限点映射为有限点。圆和椭圆上像素点的坐标都是有限的，而双曲线和抛物线上像素点的坐标会延伸至无穷远处，所以利用仿射变换可将圆映射为椭圆而不能将圆映射为双曲线或抛物线。

解析 2：

仿射变换是平移、旋转和非各向同性缩放的组合。平移和旋转都不会改变目标形状。

不同方向的缩放只能改变目标的对称性或尺寸比,所以圆只可能被映射为一个椭圆。缩放不会改变目标轮廓的封闭性质,所以圆不可能被映射为双曲线或抛物线这样不封闭的几何图形。

解析 3:

仿射变换的一般表达式可以写为

$$\begin{aligned} q_x &= a_{11}p_x + a_{12}p_y + t_x \\ q_y &= a_{21}p_x + a_{22}p_y + t_y \end{aligned}$$

从中可解得

$$\begin{aligned} p_x &= \frac{a_{22}q_x - a_{12}q_y - a_{22}t_x - a_{12}t_y}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \\ p_y &= \frac{a_{21}q_x - a_{11}q_y - a_{21}t_x - a_{11}t_y}{a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}} \end{aligned}$$

代入圆方程 $p_x^2 + p_y^2 = r^2$, 得

$$\left(\frac{a_{22}q_x - a_{12}q_y - a_{22}t_x - a_{12}t_y}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \right)^2 + \left(\frac{a_{21}q_x - a_{11}q_y - a_{21}t_x - a_{11}t_y}{a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}} \right)^2 = r^2$$

这是一个椭圆方程, 所以仿射变换可以将圆映射为椭圆, 但也仅能映射为椭圆。

3-6 仿射变换下的线段长度比

➤ 题面:

- (1) 证明两条平行线段的长度比在仿射变换下不会发生变化。
- (2) 证明两条不平行线段的长度比在仿射变换下会发生变化。

➤ 解析:

(1) 设两条平行线段分别为 \mathbf{p}_1 和 \mathbf{p}_2 。因为它们平行, 所以应有 $\mathbf{p}_1 = k\mathbf{p}_2$ 。根据仿射变换式 $\mathbf{q} = \mathbf{H}_A \mathbf{p}$ 可得: $\mathbf{q}_2 = \mathbf{H}_A \mathbf{p}_2$ 和 $\mathbf{q}_1 = \mathbf{H}_A \mathbf{p}_1 = k\mathbf{H}_A \mathbf{p}_2$, 即 $\mathbf{q}_1 = k\mathbf{q}_2$ 。可见两条平行线段的长度比在仿射变换下没有发生变化。

(2) 设两条不平行线段分别为 \mathbf{p}_3 和 \mathbf{p}_4 。它们上面的点在仿射变换后分别为

$$\begin{cases} q_{3x} = a_{11}p_{3x} + a_{12}p_{3y} + t_{3x} \\ q_{3y} = a_{21}p_{3x} + a_{22}p_{3y} + t_{3y} \\ q_{4x} = a_{11}p_{4x} + a_{12}p_{4y} + t_{4x} \\ q_{4y} = a_{21}p_{4x} + a_{22}p_{4y} + t_{4y} \end{cases}$$

它们的长度分别为

$$\begin{aligned} &\sqrt{(a_{11}p_{3x} + a_{12}p_{3y} + t_{3x})^2 + (a_{21}p_{3x} + a_{22}p_{3y} + t_{3y})^2} \\ &\sqrt{(a_{11}p_{4x} + a_{12}p_{4y} + t_{4x})^2 + (a_{21}p_{4x} + a_{22}p_{4y} + t_{4y})^2} \end{aligned}$$

要使两条线段的长度比不变, 应该有

$$\frac{\sqrt{(a_{11}p_{3x} + a_{12}p_{3y} + t_{3x})^2 + (a_{21}p_{3x} + a_{22}p_{3y} + t_{3y})^2}}{\sqrt{(a_{11}p_{4x} + a_{12}p_{4y} + t_{4x})^2 + (a_{21}p_{4x} + a_{22}p_{4y} + t_{4y})^2}} = \frac{\sqrt{p_{3x}^2 + p_{3y}^2}}{\sqrt{p_{4x}^2 + p_{4y}^2}}$$

如果令 $a_{11} = a_{12} = a_{21} = a_{22} = 1, t_x = t_y = 0$ 并代入上式, 得到 $p_{3x}/p_{3y} = p_{4x}/p_{4y}$, 这表明 p_3 和 p_4 平行, 与先前的假设矛盾。由此可见, 两条不平行线段的长度比在仿射变换下会发生变化。

3-7 仿射变换矩阵的参数

➤ 题面：

仿射变换矩阵可看作：

- (1) 使用平移量(X_0, Y_0)进行平移变换的矩阵。
- (2) 用 S_x 和 S_y 沿X和Y轴进行放缩变换的矩阵。
- (3) 用 γ 角绕Z坐标轴进行旋转变换的通用矩阵。

试分别写出对应上面3种变换时变换矩阵中参数 $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, t_x, t_y$ 的各自取值。

➤ 解析：

- (1) 平移变换： $a_{11}=1, a_{12}=0, a_{21}=0, a_{22}=0, t_x=X_0, t_y=Y_0$ 。
- (2) 放缩变换： $a_{11}=S_x, a_{12}=0, a_{21}=0, a_{22}=S_y, t_x=0, t_y=0$ 。
- (3) 绕Z坐标轴旋转变换： $a_{11}=\cos\gamma, a_{12}=\sin\gamma, a_{21}=-\sin\gamma, a_{22}=\cos\gamma, t_x=0, t_y=0$ 。

3-8 投影变换及其特例的特点对比

➤ 题面：

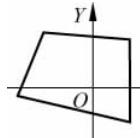
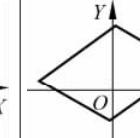
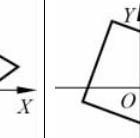
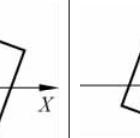
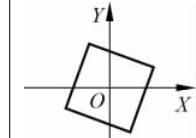
试比较投影变换及其特例，包括仿射变换、相似变换、等距变换、欧氏变换的一些特点。

➤ 解析：

表解3-8对比列出了这些变换的一些性质和特点。在表解3-8中，矩阵 $A=[a_{ij}]$ 是一个 2×2 的非奇异矩阵； $R=[r_{ij}]$ 是一个 2×2 的旋转矩阵； $T=[t_x, t_y]^T$ 是一个 2×1 的平移矢量； $v=[t_x, t_y]^T$ 是一个 2×1 的矢量， u 是一个标量（因为 u 可取零值，所以并不总可以对矩阵进行尺度变换以使 u 等于1）。它们的组合给出一个 3×3 的投影变换矩阵 P 。

表解3-8 投影变换及其特例的性质和特点对比

性质	变换				
	投影变换	仿射变换	相似变换	等距变换	欧氏变换
变换矩阵	$\begin{bmatrix} A & T \\ v^T & u \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A & T \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} sR & T \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} eR & T \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} R & T \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$
变换约束	变换矩阵的行列式不为零	$\det A \neq 0$	$R^T R = I, \det R = 1, s > 0$	$R^T R = I, \det R = 1$	$R^T R = I, \det R = 1$
变换层次	最一般	投影变换的特例	仿射变换的特例	相似变换的特例	等距变换的特例
独立参数	8	6	4	4	3
几何意义	自由变形	旋转和非各向同性放缩	保持角度不变和形状相似	保持区域中两个点之间的所有距离	平移和旋转的组合

性质	变换				
	投影变换	仿射变换	相似变换	等距变换	欧氏变换
对正方形 变换后的 结果示例					
不变量	共线性, 切线, 交叉比	投影不变量 + 平行性, +平行 长度比, +面积 配比, +矢量重 心的线性组合	仿射不变量 + 角度, +长度比	仿射不变量 + 长度, +面积	仿射不变量 + 长 度, +面积
变换结果	原始平行直线 可能变成汇聚 直线	保持直线的平 行关系但不保 持垂直关系, 圆 变成椭圆	保持直线之间 角度及直线的 平行关系和垂 直关系	保持直线的长 度、直线之间角 度和区域的面 积, 可反向	保持直线的长 度、直线之间角 度和区域的面 积

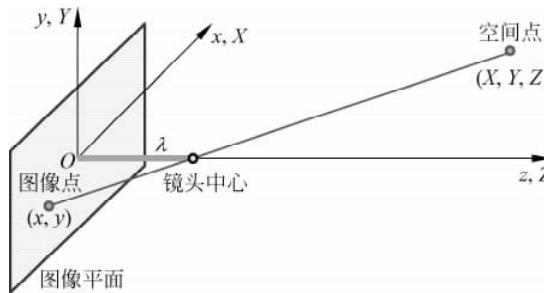
3-9 图像平面与世界坐标系的映射

➤ 题面：

图像采集时, 世界坐标系中的一个 3-D 点会投影变换为图像平面上的一个 2-D 点。为什么逆投影变换不能将图像平面上的一个 2-D 点唯一地映射到世界坐标系中的一个 3-D 点上? 讨论一下当满足什么条件时这种情况变为可能(可画一个示意图帮助解释和讨论)。

➤ 解析：

投影变换将处在空间点 (X, Y, Z) 到镜头中心 $(0, 0, \lambda)$ 的射线上的所有世界坐标系中的 3-D 点都投影到图像平面上的同一个点 (x, y) 上, 如图解 3-9 所示。反过来说, 点 (x, y) 对应射线上所有的 3-D 点, 并不能借助逆投影变换唯一地对应或确定出任何一个 3-D 点。



图解 3-9 投影变换示意图

如果已经知道投影到图像平面点 (x, y) 的空间点的 Z 坐标, 则可以确定该点的 X 坐标

和 Y 坐标。更一般地说,如果知道了空间点的 3 个坐标之一,那么另两个坐标点也是可以确定的。

3-10 3-D 投影几何和变换不变量

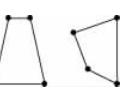
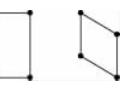
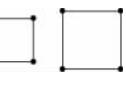
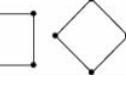
➤ 题面:

试比较空间中的投影变换及其特例,包括仿射变换、相似变换、欧氏变换的几何性质不变性质。

➤ 解析:

先给出各类变换及其不变性质在 2-D 空间中的情况,如表解 3-10(1)所示。在表中,下面的变换是上面变换的特例,并继承了上面变换的不变性质。表中的变形列给出了对正方体的典型变换效果。表中列在上面的变换可以产生其下变换的所有效果。例如,投影变换可将正方形变成任意的四边形(只要没有 3 个点共线),而欧氏变换只能将正方形平移或旋转。

表解 3-10(1) 常见变换中 2-D 空间不变量的性质

变 换	矩 阵	变 形	不 变 性 / 不 变 量
投影 8 个自由度	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}$		共点性,共线性,接触的阶:交点(1阶);切点(2阶);拐点(3阶);切线间断性和对应性。交叉比(长度比的比)
仿射 6 个自由度	$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		平行性,面积比,共线或平行线线段的长度比(如中点),矢量的线性组合(如重心)
相似 4 个自由度	$\begin{bmatrix} sr_{11} & sr_{12} & t_x \\ sr_{21} & sr_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		长度比,角度
欧氏 3 个自由度	$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		长度,面积

接下来给出投影变换及其特例在空间中的情况,如表解 3-10(2)所示。这里每个特例都是一个子组,并且可以用矩阵形式或等价的不变量来确定。表解 3-10(2)仅给出在 3-D 空间中变换比在 2-D 空间中变换多出来的性质(3-D 空间中变换所具有的不变量仍有表解 3-10(1)所给出的对应 2-D 空间中变换的那些不变量)。在表解 3-10(2)中,矩阵 A 是一个 3×3 的非奇异矩阵; R 是一个 3×3 的非奇异矩阵; $T = [t_x, t_y, t_z]^T$ 是一个 3×1 的平移矢量; v 是一个 3×1 的矢量; u 是一个标量; $0 = [0, 0, 0]^T$ 是一个 3×1 的零矢量。表解 3-10(2)中变形列给出对立方体的典型变换效果。表中列在上面的变换可以产生其下变换的所有效果。只要没有 3 个点共线或 4 个点共面,则投影变换可将任意 5 个点变换到任意其他 5 个点。

表解 3-10(2) 常见变换中 3-D 空间不变量的性质

变 换 组	矩 阵	变 形	不 变 性 质
投影 15 个自由度	$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{v}^T & u \end{bmatrix}$		相接触曲面的交点和切线。高斯曲率的符号
仿射 12 个自由度	$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$		平面的平行性, 体积比例, 重心。无穷远平面
相似 7 个自由度	$\begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$		绝对圆锥曲线
欧氏 6 个自由度	$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$		体积

在投影变换的 15 个自由度中, 7 个有关相似变换(3 个旋转, 3 个平移, 1 个为各向同性放缩), 5 个有关仿射放缩, 3 个有关变换的投影。刻画上述变换常根据两点进行: 平行性和角度。例如, 经过仿射变换, 原来平行的线保持平行, 但角度发生变化; 而经过投影变换, 平行性就消失了。

3-11 透视投影中的歧义

➤ 题面:

使用透视投影或弱透视投影时, 对图像中不同点的判断会出现姿态歧义(目标朝向)的问题。试列出各种歧义情况, 注意需要既考虑共面点也考虑非共面点, 并明确在每种情况下如果目标点的个数为无穷时各有几种歧义, 举例说明。

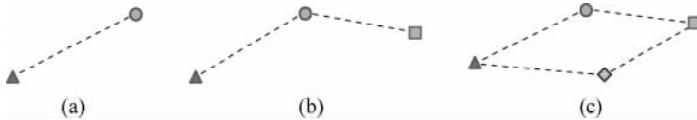
➤ 解析:

这里产生歧义的原因是由于目标点都共面时相对于视线的正倾斜和负倾斜区分不开, 即 $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ 。所以如果增加共面的点并不带来新信息(因为新点的位置可从已有点推断出来), 也不能解决歧义问题(甚至在目标点个数为无穷时)。如果增加的点与其他已有点不在同一平面, 则区分 $-\alpha$ 和 α , 就可以消除歧义。

下面进一步对共面情况和非共面情况分别举例讨论。

(1) 共面情况下的姿态歧义。

① 两个点的姿态歧义。当两个目标点成像如图解 3-11(1a)所示时, 无法确定这两个点距离观察者的相对远近, 即无法判断三角形点距离观察者近还是圆形点距离观察者近。



图解 3-11(1) 共面时的歧义情况

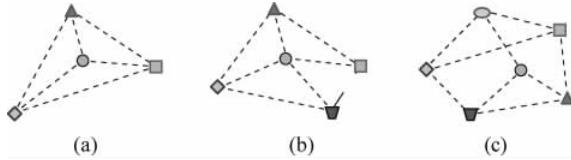
② 3 个点的姿态歧义。当 3 个目标点成像如图解 3-11(1b)所示时, 无法确定这 3 个点

所组成图形的开口方向,所以无法判断是三角形点距离观察者最近,还是圆形点距离观察者最近,或是正方形点距离观察者最近。

③ 共面多个点的姿态歧义。当共面 4 个目标点成像如图解 3-11(1c)所示时,四边形的朝向仍然无法确定,所以也就无法确定 4 个点中哪个距离观察者最近。同理,当共面点为 5 个或更多时,仍然无法确定这些点为顶点的多边形的朝向。

(2) 非共面情况下的姿态歧义。

① 一个点与其他点不共面的姿态歧义。当 4 个目标点成像如图解 3-11(2a)所示时,无法确定中间那个圆形点相对于其他 3 个点组成的平面(纸面)是在纸面里还是在纸面外。



图解 3-11(2) 非共面时的歧义情况

推广一下,当一个点不在其余点组成的平面上时,也会出现姿态歧义。如图解 3-11(2b)中,也无法确定中间那个圆形点相对于其他 4 个点组成的平面(纸面)是在纸面里还是在纸面外。

② 多点不共面的姿态歧义。图解 3-11(2c)中对各个点不施加共面的限制,但也会出现姿态歧义。如果无法确定中间那个圆形点或上方那个椭圆形点相对于其他点的深度,则也无法确定这两个点间连线的朝向。如果再增加的点与原来的点共线或共面,则这种歧义姿态的问题不能得到解决。