

第3章 电阻电路的一般分析

本章讨论人工列写电路方程的几种方法,包括网孔电流法、回路电流法、结点电压法。与支路电流法比较,上述几种方法的特点是更加系统,是专业分析电路的方法。如果说简单电路“套公式”,则复杂电路“套方程组”,即直接形成线性代数方程组。

3.1 知识梳理

本章的主要知识点和学习要求:

- (1) 了解图论的基本知识,如树、树支、连支、单连支回路等概念;
- (2) 理解网孔电流,熟练掌握网孔电流法求解电路的步骤;
- (3) 理解回路电流,熟练掌握单连支回路电流法求解电路的步骤;
- (4) 理解结点电压,熟练掌握结点电压法求解电路的步骤;
- (5) 对具体电路,具备选择合适方法、合理运用各种方法的能力。

3.1.1 独立变量

所谓一般分析法,就是借助于 VCR、KCL 和 KVL 方程建立一组独立的线性代数方程组。在人工分析电路时,如何选择方程的变量对提高电路分析效率是至关重要的。根据线性代数的知识,应该选择一组独立变量,首先这组变量必须是线性无关的,这样可以最大程度减少变量数;其次,这组变量能够表示所有的电压和电流,即要够。

由 KCL 和 KVL 可知,以下的变量是独立的,就有了对应的分析方法:

- (1) 结点电压,用结点电压表示支路电压就是 KVL 方程,对应的就是结点电压法。
- (2) 回路电流,用回路电流表示支路电流就是 KCL 方程,对应的就是回路电流法。通常借助于树、单连支回路作为基本回路,此时的回路电流法应该是单连支回路电流法。
- (3) 网孔电流,用网孔电流表示支路电流就是 KCL 方程,它只适用于平面电路(一般电路都满足),对应的就是网孔电流法。

结点电压法和网孔电流法都不需要借助于树来确定,方便适用。

3.1.2 图论的基本知识

为方便选择电路的独立变量,就要用到图论的一些基本知识。图论中的图是由点和连接这些点的线构成的,用它来研究电路的连接性质是有效的。

图 3-1(a)所示是一个实际电路图,而图 3-1(b)所示是它的有向图。其中一个元件的支路有 3 条,另外由电压源与电阻的串联或者电流源与电阻的并联组成的复合支路支路有 3 条。

一个图 G ^① 是具有给定连接关系的结点与支路的集合。从一个图 G 的某结点出发,沿着一条支路移动而到达另一结点(或回到原点),这样一系列支路构成图 G 的一个路径(闭

^① “图 G ”源自邱关源编著的《电路》(第 5 版)。

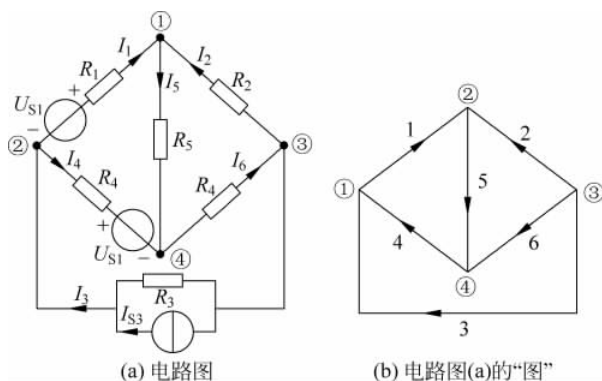


图 3-1 电路的“图”

合路径)。当图 G 的任意两个结点之间至少存在一个路径时,图 G 是连通的。

连通图 G 的树 T 定义为: 包含图 G 的全部结点且不包含任何回路的连通子图,也就是结点和把结点连接起来的最少支路的组合。树 T 中的支路是树支,一般用实线表示;不在树中的支路是连支,一般用虚线表示。任何一个具有 n 个结点、 b 条支路的连通图有树支 $(n-1)$ 条,连支 $(b-n+1)$ 条。当树中每加入一个连支后,就得到一个单连支回路或基本回路。单连支回路一定是独立回路,其连支电流组成一组独立变量。

如图 3-1(b)所示,选择 1、3、5 为树支,则 2、4、6 是连支的单连支回路组,如图 3-2 所示,并且选择连支电流的方向作为回路的绕行方向。

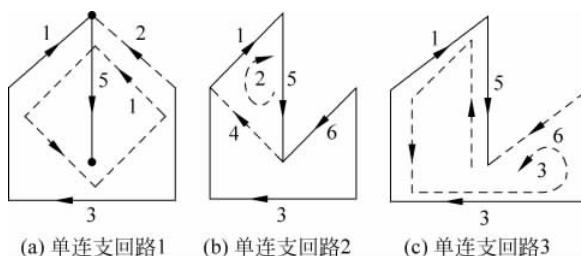


图 3-2 图 3-1(b)所示的一种单连支回路

3.1.3 网孔电流法

网孔电流法以网孔电流作为电路的独立变量,它适合于平面电路。

如图 3-3 所示有 3 个网孔,就有 3 个网孔电流 i_{m1} 、 i_{m2} 、 i_{m3} ,它是网孔 1、2、3 的假想电流。假定每个网孔有一个网孔电流经过,通常这 3 个网孔电流的绕向相同,也是列写 KVL 方程的绕行方向。如果某支路只有一个网孔经过它,其支路电流只与该网孔电流有关;如果某支路是两个网孔的公共支路,则该支路电流与这两个网孔电流有关;不存在三个及以上网孔通过的公共支路。

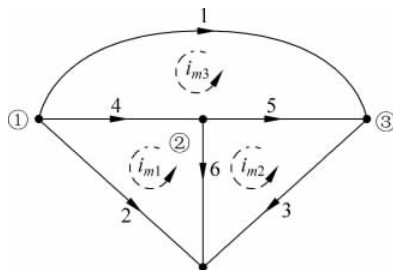


图 3-3 网孔电流与支路电流

如图 3-3 所示的支路电流,用网孔电流 i_{m1} 、 i_{m2} 、 i_{m3} 表示的 KCL 方程:

$$\begin{aligned} i_1 &= -i_{m3}, & i_2 &= i_{m1}, & i_3 &= -i_{m2}, & i_4 &= -i_{m1} + i_{m3}, & i_5 &= -i_{m2} + i_{m3}, \\ i_6 &= -i_{m1} + i_{m2} \end{aligned}$$

支路上的电流既是网孔电流的假想结果,又是 KCL 方程的必然。现在假定电路中只有电阻与电压源元件,那么 m 个网孔电路的网孔电流方程如下:

$$\begin{cases} R_{11}i_{m1} + R_{12}i_{m2} + R_{13}i_{m3} + \cdots + R_{1m}i_{mm} = u_{s11} \\ R_{21}i_{m1} + R_{22}i_{m2} + R_{23}i_{m3} + \cdots + R_{2m}i_{mm} = u_{s22} \\ \vdots \\ R_{m1}i_{m1} + R_{m2}i_{m2} + R_{m3}i_{m3} + \cdots + R_{mm}i_{mm} = u_{smm} \end{cases} \quad (3-1)$$

在式(3-1)中,左边对角线的系数 R_{11} 、 R_{12} 、 $\cdots$ 、 R_{mm} 分别为 1、2、 $\cdots$ 、 m 网孔的自电阻,它等于各网孔内所有电阻之和,取正号;非对角的系数互电阻 $R_{ij} = R_{ji}$,它等于 i 与 j 两网孔公共支路上的电阻之和。如果所有网孔都是相同的绕行方向,则公共支路上两个网孔的网孔电流一定是相反的,再取负号。右边的常数项是网孔中电压源对网孔 KVL 方程的贡献,电位升为正,电压降为负。

式(3-1)就是各网孔的 KVL 方程,电阻元件写在左边,且电压降为正,电位升为负;右边是电压源,且电位升为正,电压降为负。方程的本质写成:

$$\sum \text{电阻的压降} = \sum \text{电压源的电位升} \quad (3-2)$$

当然电路还有更多的元件,可以在式(3-2)上不断补充。由于其他元件的电压都是未知的,所以也写在方程的左边,也是压降为正,电位升为负。此时式(3-2)升级为式(3-3):

$$\sum \text{电压源以外所有元件的压降} = \sum \text{电压源的电位升} \quad (3-3)$$

在式(3-3)中,电阻与电压源部分与式(3-1)完全相同,只需要添加其他元件的电压,且补充相应的方程。具体方案如下:

- ⎧ 电流源,补充该元件的端电压变量,但其电流是已知的,用来表示网孔电流;
- ⎧ 受控电流源,补充端电压变量,其电流用来表示网孔电流,再用当前变量表示控制量;
- ⎧ 受控电压源,其电压本身被控制量表示,用当前变量表示控制量。

对受控源补充其控制方程时,只能是 KCL、VCR 方程及其组合。理论上,有多少个变量就应该有多少个独立电路方程。

用网孔电流法解方程步骤如下:

- (1) 确定网孔数,对网孔编号并规定绕行方向;
- (2) 先对电阻与电压源元件按式(3-1)列写方程,再补充其他元件电压到式(3-3)方程左边,最后补充相应方程。核对变量数与方程数是否相同,补充方程是否独立;
- (3) 求出的网孔电流后,再求其他的电压、电流及电路功率。

【例 3-1】 用网孔电流法求图 3-4 所示电路的 I 、 U 及受控源的功率。

解题思路: 电路有 3 个网孔,有电流源和受控电流源两个补充元件。因为不求电流源的电压,所以不写网孔 2 的 KVL 方程就不需要补充电流源的端电压,补充受控电流源电压 U_1 ,网孔电流是 i_{m1} 、 i_{m2} 、 i_{m3} ,其中 $i_{m2} = 2\text{A}$ 。

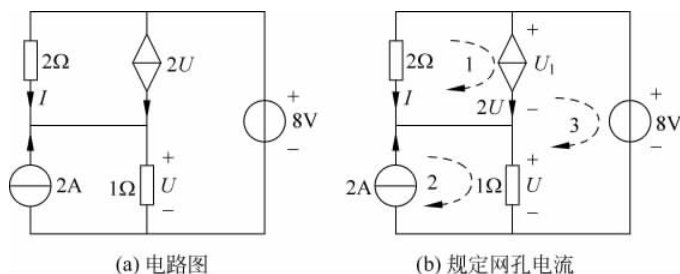


图 3-4 例 3-1 图

【解】

$$\begin{cases} 2i_{m1} + U_1 = 0 \\ -1i_{m2} + 1i_{m3} - U_1 = -8 \\ \begin{cases} i_{m2} = 2A \\ 2U = i_{m1} - i_{m3} \\ U = 1(i_{m2} - i_{m3}) \end{cases} \end{cases}$$

第一组是 KVL 方程,第二组是补充方程。

得 $I = -i_{m1} = 10A$, $U = -12V$, $U_1 = 20V$,

$p_{2U} = 2UU_1 = -480W$ (发出功率)。

3.1.4 回路电流法

如图 3-5 所示的单连支回路有 3 个连支电流 i_{l1} 、 i_{l2} 、 i_{l3} ,用虚线表示。用连支表示支路电流的方程如下: $i_1 = -i_{l1} + i_{l2} - i_{l3}$, $i_2 = i_{l1}$, $i_3 = -i_{l1} - i_{l3}$, $i_4 = i_{l2}$, $i_5 = i_{l2} - i_{l3}$, $i_6 = i_{l3}$,既是假想电流,又可以从 KCL 方程得到验证。

用回路电流法列写电路方程的过程与网孔电流法非常相似,只是把网孔变成回路,将式(3-1)中的 i_m 变成 i_l 即可。网孔一目了然,网孔电流法简单明了。回路电流法需要借助于树来选择独立回路,优点是灵活。

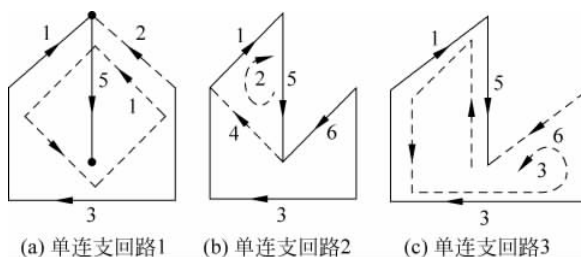


图 3-5 图 3-1(b)用单连支电流表示支路电流

【例 3-2】 用回路电流法求图 3-6(a)所示的电路 I 、 U 及受控源的功率。

解题思路: 在图 3-6(a)中,选择 I 、 $2A$ 、 $2U$ 这 3 个连支用虚线表示,得图 3-6(b)。电流用虚线表示,它们要么已知,可减少变量;要么是要求解的变量,可以直接求解。电流源不求电压就不写所在回路的 KVL 方程了,需要求受控电流源的功率,其电压仍然补充,其回路的 KVL 方程照写。在回路电流法中,选择电流源或者受控电流源的电流作为回路电

流是一个不错的选择。

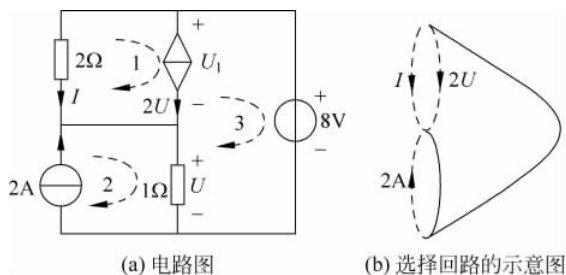


图 3-6 例 3-2 图

【解】

$$\begin{cases} (2+1)I + 1 \times 2 + 1 \times 2U = 8 \\ 1 \times I + 1 \times 2 + 1 \times 2U + U_1 = 8 \\ U = 1 \times (2 + I + 2U) \end{cases}$$

计算结果同例 3-1。

前两个是 KVL 方程,第 3 个是补充方程。如果可能,也可以直接选择独立电路组,只要保证每个回路都有一个独有支路即可。

【例 3-3】 用回路电流法求图 3-7(a)所示电路的 I 及电压源的功率。

解题思路: 该电路有 3 个独立回路, I 需要求解且是受控源的控制量, $3I$ 是受控电流源的电流, 都可以选成回路电流, 就选择经过它们的网孔为回路, 且只列写一个 KVL 方程即可。还有一个回路电流是 4Ω 电阻上的电流 I_{l3} , 只有它还没有被经过。这样做的结果是 3 个回路只写 2 个方程, 且无补充方程, 得如图 3-7(b)所示电路。

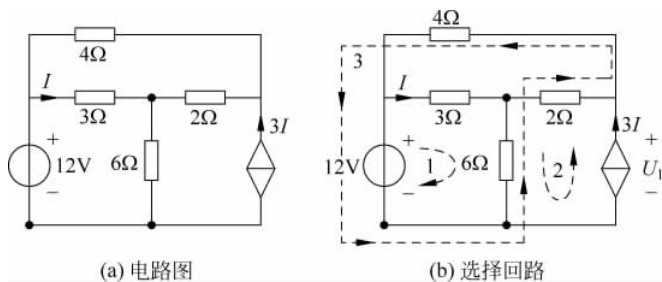


图 3-7 例 3-3 图

【解】

$$\text{由} \begin{cases} (3+6)I + 6 \times 3I - 6I_{l3} = 12 \\ -6I - (2+6) \times 3I + (6+2+4)I_{l3} = -12 \end{cases} \quad \text{得} \begin{cases} I = 0.5\text{A} \\ I_{l3} = 0.25\text{A} \end{cases}$$

12V 电压源的流出电流 $I - I_{l3} = 0.25\text{A}$,

$$p_{12\text{V}} = 12 \times 0.25 = 3\text{W} (\text{非关联大于零, 发出})$$

有了受控源后,即便电路中只有一个独立电源也可能消耗功率。

3.1.5 结点电压法

具有 n 个结点的电路中,只能对其中的 $(n-1)$ 个结点列写 KCL 方程,这 $(n-1)$ 个结点

就是独立结点,剩下的那个是参考结点。 $(n-1)$ 个独立结点对参考结点的电压就是结点电压,用 u_{n1} 、 u_{n2} 、 $\cdots$ 、 $u_{n(n-1)}$ 表示,且结点电压是有参考方向的。结点电压就是在选定参考结点下的各独立结点的电位。

一般用 0 点表示参考结点;如果没有 0 点,则要明确规定参考结点。如图 3-8 所示电路中,有 3 个结点电压 u_{n1} 、 u_{n2} 、 u_{n3} ,用结点电压表示支路电压就是 KVL 方程, $u_1 = -u_{n1} + u_{n2}$, $u_2 = u_{n1}$, $u_3 = u_{n1} - u_{n3}$, $u_4 = -u_{n2}$, $u_5 = -u_{n3}$, $u_6 = u_{n2} - u_{n3}$ 。结论如下:支路电压一定是两个结点电压的差,它等于支路电压标“+”的结点电压减去支路电压标“−”的结点电压。

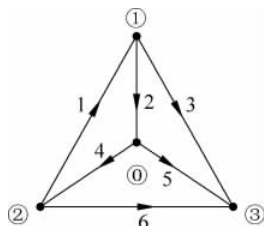


图 3-8 用结点电压表示支路电压

现假定电路中只有电流源与电阻元件,且一个元件一条支路,并且将电压源与电阻的串联等效成电流源与电阻的并联。列出 $(n-1)$ 个结点的结点电压方程如下:

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} + \cdots + G_{1(n-1)}u_{n(n-1)} = i_{s11} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} + \cdots + G_{2(n-1)}u_{n(n-1)} = i_{s22} \\ \vdots \\ G_{(n-1)1}u_{n1} + G_{(n-1)2}u_{n2} + G_{(n-1)3}u_{n3} + \cdots + G_{(n-1)(n-1)}u_{n(n-1)} = i_{s(n-1)(n-1)} \end{cases} \quad (3-4)$$

在式(3-4)中,左边对角线的系数 G_{11} 、 G_{22} 、 $\cdots$ 、 $G_{(n-1)(n-1)}$ 分别为 1、2、 $\cdots$ 、 $(n-1)$ 结点的自电导,它等于与各结点相连的所有电阻的电导之和后取正号;非对角线有 $G_{12}=G_{21}$, $\cdots$, $G_{ij}=G_{ji}$,它表示 i 与 j 两结点的互电导,等于连接在 i 与 j 两结点上的所有电阻元件的电导之和后取负号,因为支路电压一定是两个结点电压的差。

式(3-4)的本质就是 KCL 方程,左边电阻元件的流出电流之和等于右边电流源的流入之和。即

$$\sum \text{电阻元件的流出电流} = \sum \text{电流源的流入电流} \quad (3-5)$$

当然,电路中还有其他元件。因为其他元件的电流都是未知的,就写在方程的左边,也是流出为正。此时方程升级为式(3-6):

$$\sum \text{电流源以外所有元件的流出电流} = \sum \text{电流源的流入电流} \quad (3-6)$$

在式(3-6)中,电阻及电流源部分与式(3-4)完全相同,只需添加其他元件的电流,且补充相应的方程。具体方案如下:

$$\begin{cases} \text{纯电压源,补充其电流为未知量,其电压已知表示结点电压;} \\ \text{受控电流源,其电流用控制量表示,再用当前变量表示控制量;} \\ \text{受控电压源,补充其电流为未知量,用控制量表示的电压表示结点电压,} \\ \text{再用当前变量表示控制量。} \end{cases}$$

用当前变量表示受控源的控制量方程时,只能是 KVL、VCR 方程及其组合。理论上有多少个变量就应该有多少个独立电路方程。

用结点电压法解方程步骤如下:

- (1) 确定结点数,规定参考结点,对独立结点编号。注意:用导线连接的都是一个结点。
- (2) 先对电阻与电流源元件按式(3-4)列写方程,再按式(3-6)添加其他元件的电流,且

补充相应的方程。最后核对变量数与方程数是否相同,补充方程是否独立。

(3) 求出结点电压后,再求出其他电压、电流及电路功率。

【例 3-4】 用结点电压法求图 3-9 所示电路的电流 I 并求电流源的功率。

解题思路: 该电路没有受控源,电压源与电阻的串联可以转化为电流源与电阻的并联。

【解】

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)u_{n1} - \frac{1}{3}u_{n2} - \frac{1}{4}u_{n3} = \frac{12}{4} \\ -\frac{1}{3}u_{n1} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right)u_{n2} - \frac{1}{3}u_{n3} = 0 \\ -\frac{1}{4}u_{n1} - \frac{1}{3}u_{n2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right)u_{n3} = 2 \end{cases} \quad \text{得} \quad \begin{cases} u_{n1} = 12.6\text{V} \\ u_{n2} = 11.1\text{V} \\ u_{n3} = 15.2\text{V} \end{cases}$$

$$I = \frac{u_{n1} - u_{n2}}{3} = 0.5\text{A}, \quad p_{2\text{A}} = 2u_{n3} = 30.4\text{W} (\text{非关联大于零,发出})$$

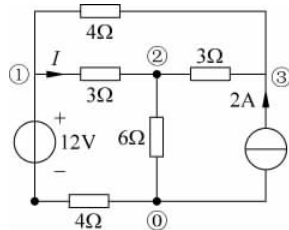


图 3-9 例 3-4 电路

【例 3-5】 求图 3-10 所示电路的电压 u_0 , 并求受控电流源的功率。

解题思路: 题目没有规定用什么办法,可以具体问题具体分析。用网孔或者回路电流源应该有 3 个 KVL 方程(右边两个电阻并联);如果用结点电压法有 3 个 KCL 方程,且第 1 个结点的 KCL 方程不写了,可以直接列写补充方程。

【解】 (1) 如图 3-10(b)所示的电阻 $39\Omega // 78\Omega = 26\Omega$

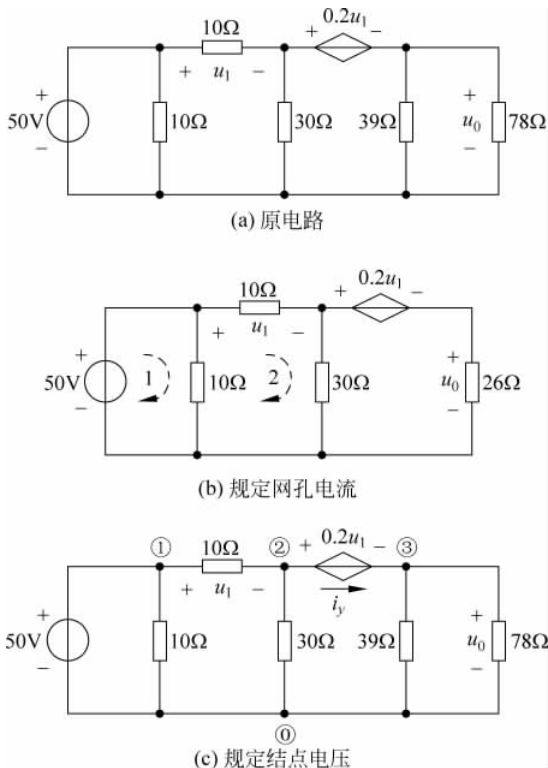


图 3-10 例 3-5 图

$$\begin{cases} 10i_{m1} - 10i_{m2} = 50 \\ -10i_{m1} + (10 + 10 + 30)i_{m2} - 30i_{m3} = 0 \\ -30i_{m2} + (26 + 30)i_{m3} + 0.2u_1 = 0 \\ u_1 = 10i_{m2} \end{cases} \quad \text{得} \quad \begin{cases} i_{m1} = 7\text{A} \\ i_{m2} = 2\text{A} \\ i_{m3} = 1\text{A} \\ u_0 = 26i_{m3} = 26\text{V} \end{cases}$$

(2)

$$\begin{cases} -\frac{1}{10}u_{n1} + \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{10}\right)u_{n2} + i_y = 0 \\ \left(\frac{1}{39} + \frac{1}{78}\right)u_{n3} - i_y = 0 \\ u_{n1} = 50 \\ u_{n2} - u_{n3} = 0.2u_1 \\ u_{n1} - u_{n2} = u_1 \end{cases} \quad \text{得} \quad \begin{cases} u_{n2} = 30\text{V} \\ u_0 = u_{n3} = 26\text{V} \end{cases}$$

3.2 习题与解答

3.2.1 习题 1

(1) 如图 3-11 所示电路中, 用结点电压法和网孔电流法求 10Ω 电阻与电流源的功率。

(2) 如图 3-12 所示电路中, 用结点电压法和网孔电流法求电流 i 。

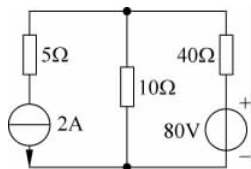


图 3-11 习题(1)图

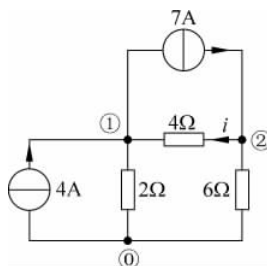


图 3-12 习题(2)图

(3) 如图 3-13 所示电路中, 求支路电流 I_1 、 I_2 、 I_3 。

(4) 如图 3-14 所示电路中, 求电路中发出功率的元件功率。

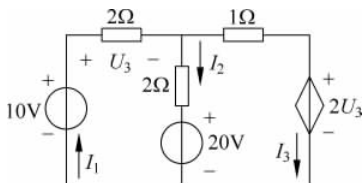


图 3-13 习题(3)图

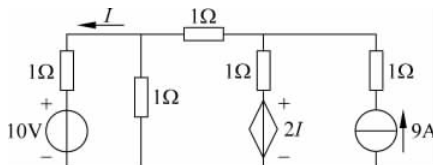


图 3-14 习题(4)图

(5) 如图 3-15 所示电路中, 求支路电流 I_1 、 I_2 、 I_3 。

(6) 如图 3-16 所示电路中, 求电流 I 。

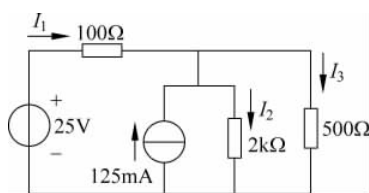


图 3-15 习题(5)图

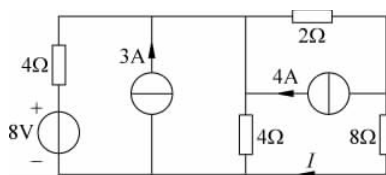


图 3-16 习题(6)图

(7) 如图 3-17(a)、(b)所示电路中,求 a 、 b 两点的开路电压 u_{ab} 。

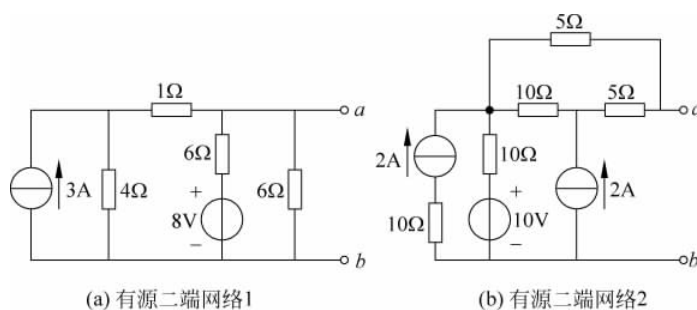


图 3-17 习题(7)图

(8) 如图 3-18(a)、(b)所示电路中,求短路电流 i_{ab} 。

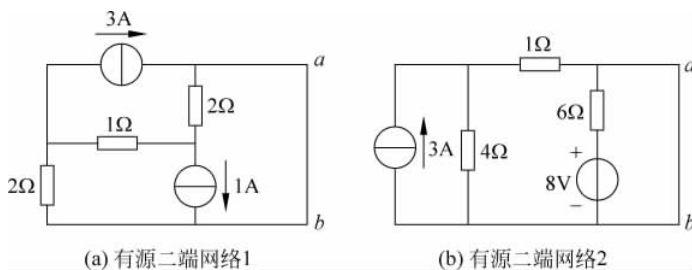


图 3-18 习题(8)图

(9) 用结点电压法和网孔电流法求图 3-19 所示电路的电压 U_1 与电流源的功率。

(10) 如图 3-20 所示电路中,求电压 u 和两个电阻消耗的功率。

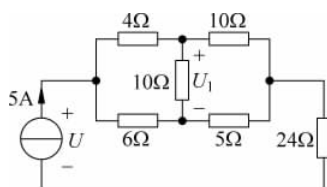


图 3-19 习题(9)图

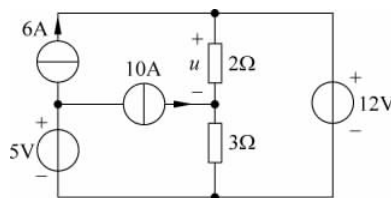


图 3-20 习题(10)图

(11) 如图 3-21 所示电路中,电阻 R 上的功率是 8W ,求电阻 R 。

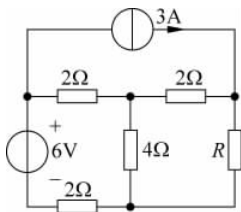


图 3-21 习题(11)图

3.2.2 习题 2

(1) 如图 3-22 所示电路中,已知 $R_1=R_2=R_3=R_4=2\Omega$,求电流 i 、 i_1 、 i_2 、 i_3 。

(2) 如图 3-23 所示电路中,已知 $u=3\text{V}$,求电阻 R 。

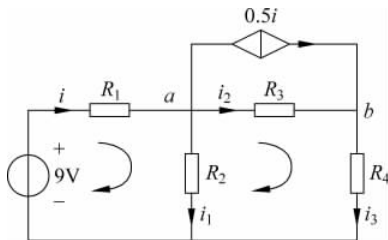


图 3-22 习题(1)图

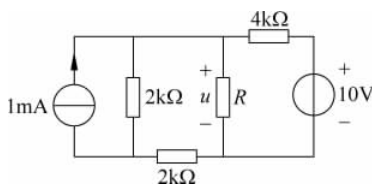


图 3-23 习题(2)图

(3) 求图 3-24 所示电路中 3Ω 电阻和受控电压源上消耗的功率。

(4) 用结点电压法和回路电流法求图 3-25 所示电路的 I_1 和受控电流源上消耗的功率。

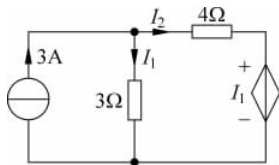


图 3-24 习题(3)图

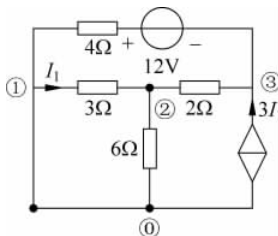


图 3-25 习题(4)图

(5) 用结点电压法和回路电流法求图 3-26 所示电路的 u_1 、 u_0 。

(6) 如图 3-27 所示电路中, $i_1=1.2\text{A}$,求 i 和 R_X 。

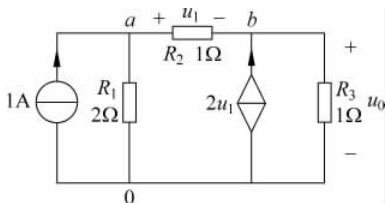


图 3-26 习题(5)图

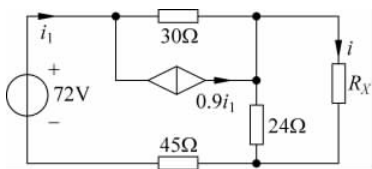


图 3-27 习题(6)图

(7) 求图 3-28 所示电路中的 U 和受控电流源上消耗的功率。

(8) 图 3-29 所示电路中,能否用只用一个方程就求出 I_1 ? 如果能,求之。

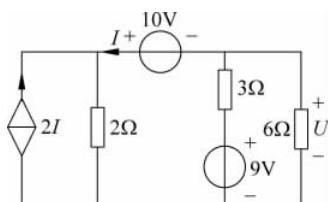


图 3-28 习题(7)图

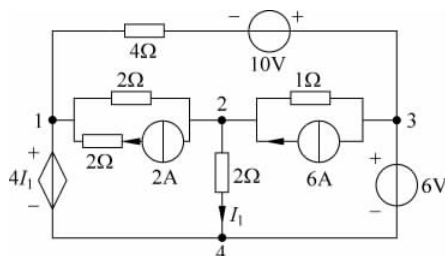


图 3-29 习题(8)图

(9) 求图 3-30 所示电路中的电流 i 和 i_1 。

(10) 求图 3-31 所示电路中 u_1 和 4Ω 电阻上的功率。

(11) 用结点电压法列写图 3-32 所示电路的方程。

(12) 求图 3-33 所示电路中受控电流源的功率。

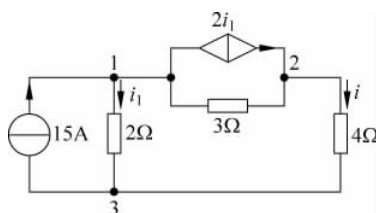


图 3-30 习题(9)图

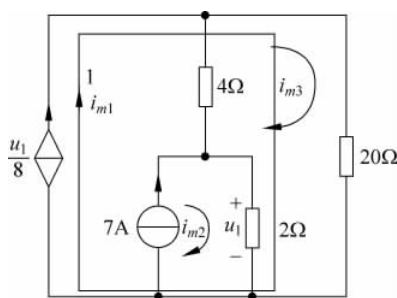


图 3-31 习题(10)图

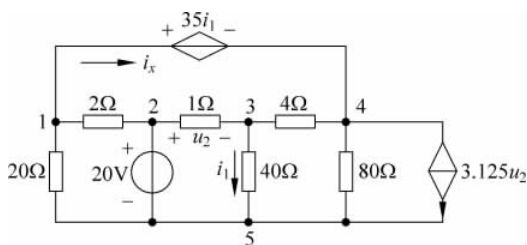


图 3-32 习题(11)图

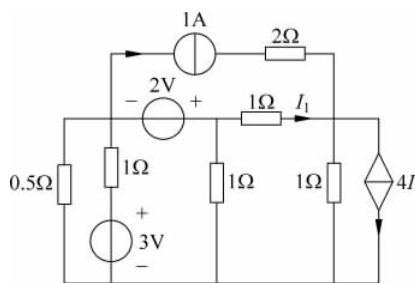


图 3-33 习题(12)图

3.2.3 习题 3

(1) 用结点电压法求图 3-34 所示电路中的 U_1 和 4V 电压源的功率。

(2) 用结点电压法求图 3-35 所示无源二端网络的输入电阻。

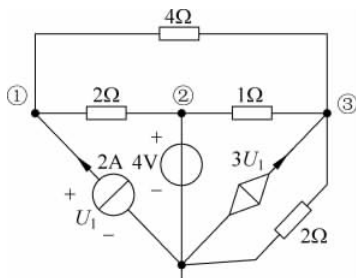


图 3-34 习题(1)图

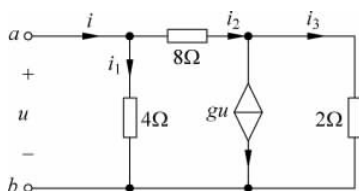


图 3-35 习题(2)图

(3) 用结点电压法求图 3-36 所示电路中的电压 U 。

(4) 用网孔电流法求图 3-37 所示电路的 U 和 I 。

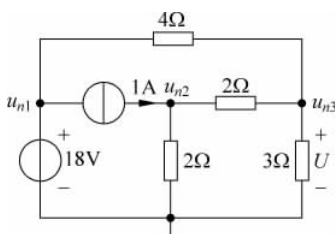


图 3-36 习题(3)图

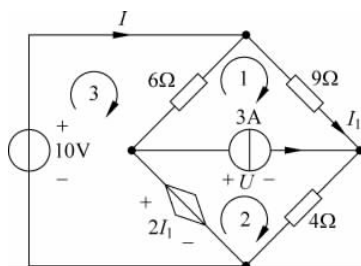


图 3-37 习题(4)图

(5) 求图 3-38 所示电路的 U_1 和 U_2 。

(6) 用结点电压法和网孔电流法分别写出图 3-39 所示电路方程, 并验证电路功率守恒。

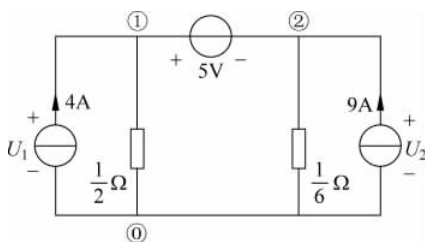


图 3-38 习题(5)图

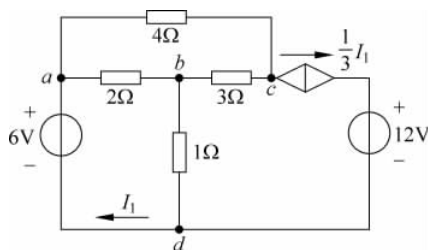


图 3-39 习题(6)图

(7) 用结点电压法和回路电流法求图 3-40 所示电路的 I 。

(8) 用结点电压法和网孔电流法求图 3-41 所示电路的 3 个电源的功率。

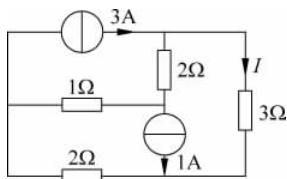


图 3-40 习题(7)图

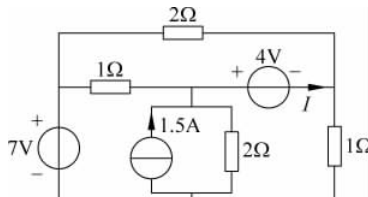


图 3-41 习题(8)图

(9) 用结点电压法求图 3-42 所示电路的 i 、 u 。

(10) 用结点电压法求图 3-43 所示电路的独立电源功率。

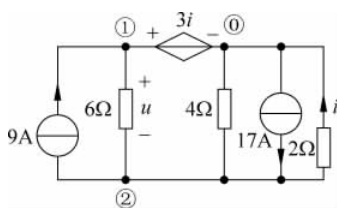


图 3-42 习题(9)图

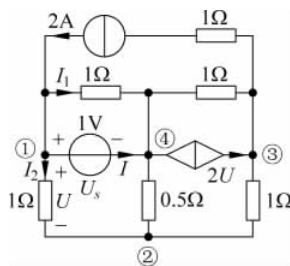


图 3-43 习题(10)图

(11) 用结点电压法求图 3-44 所示电路的 u_1 、 u_2 。

(12) 求图 3-45 所示电路的 I_x 。

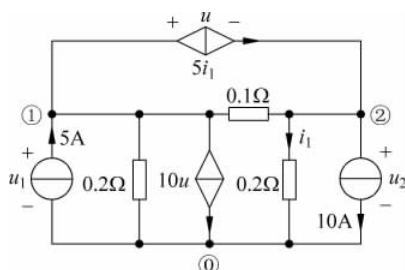


图 3-44 习题(11)图

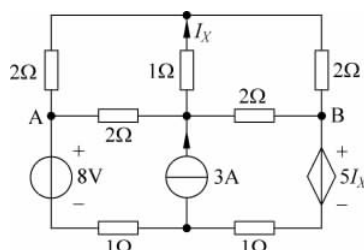


图 3-45 习题(12)图

(13) 如图 3-46 所示电路中,求 I_x 和受控电压源的功率。

(14) 求图 3-47 所示电路中的 i 和受控电流源的功率。

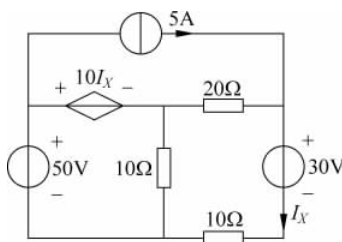


图 3-46 习题(13)图

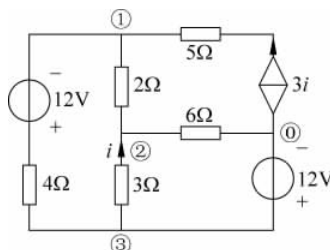


图 3-47 习题(14)图

(15) 求图 3-48 所示电路中各独立电源提供的功率。

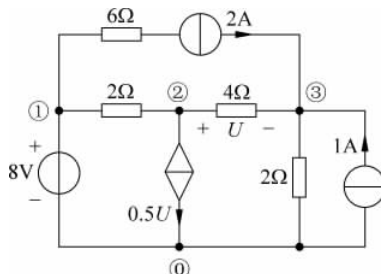


图 3-48 习题(15)图

3.2.4 习题1 答案

- (1) $p_R=0, p_{2A}=-20\text{W}$ (发出功率)。
 (2) $i=4\text{A}$ 。
 (3) $I_1=0.625\text{A}, I_2=-5.625\text{A}, I_3=6.25\text{A}$ 。
 (4) 独立电源和受控源都可能发出功率, $p_{9A}=72\text{W}$ (发出功率),
 $p_{10V}=70\text{W}$ (发出功率), $p_{2I}=182\text{W}$ (发出功率)。
 (5) 用结点电压法变量少, $I_1=-50\text{mA}, I_2=15\text{mA}, I_3=60\text{mA}$ 。
 (6) $I=\frac{1}{6}\text{A}$ 。
 (7) (a) $u_{ab}=7\text{V}$, (b) $u_{ab}=55\text{V}$ 。
 (8) (a) $i_{ab}=1.2\text{A}$, (b) $i_{ab}=3.73\text{A}$
 (9) $U_1=5\text{V}, p_{5A}=750\text{W}$ (发出)。
 (10) $u=-7.2\text{V}, p_{2\Omega}=\frac{u^2}{2}=25.92\text{W}, p_{3\Omega}=3\left(10+\frac{u}{2}\right)^2=122.88\text{W}$ 。
 (11) $R=2\Omega$ 或 8Ω 。

3.2.5 习题2 答案与部分解答

- (1) $i=3\text{A}, i_1=1.5\text{A}, i_2=0\text{A}, i_3=i_{m2}=1.5\text{A}$ 。
 (2) $R=2\text{k}\Omega$ 。
 (3) $p_{3\Omega}=12\text{W}$ (消耗), $p_{I_1}=2\text{W}$ (消耗)。
 (4) 解: ① 结点电压法, 1 为参考结点, 独立结点为 2 和 3

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)u_{n2} - \frac{1}{2}u_{n3} = 0 \\ -\frac{1}{2}u_{n2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)u_{n3} - 3I_1 = -\frac{12}{4} \\ I_1 = \frac{1}{3}(-u_{n2}) \end{cases} \quad \text{得} \quad \begin{cases} u_{n2} = -1.5\text{V} \\ u_{n3} = -3\text{V} \\ I_1 = \frac{1}{3}(-u_{n2}) = 0.5\text{A} \end{cases}$$

受控电流源上消耗功率 $p=3I_1u_3=-4.5\text{W}$ (非关联小于零, 消耗)。

(5) $u_a=\frac{4}{3}\text{V}, u_b=1\text{V}, u_1=\frac{1}{3}\text{V}, u_0=1\text{V}$ 。

(6) 解: 回路电流法, $i_1, 0.9i_1, i$ 是回路电流。

$$\begin{cases} (30+24+45)i_1 - 30 \times 0.9i_1 - 24i = 72 \\ -24i_1 + (24+R_X)i = 0 \end{cases} \quad \text{得} \quad \begin{cases} i = 0.6\text{A} \\ R_X = 24\Omega \end{cases}$$

(7) 解: 网孔电流法, 网孔电流 $2I, I, \frac{U}{6}, U=2\text{V}, I=2\text{A}, p=2 \times 3I \times 2I=48\text{W}$ (非关联, 发出)。

(8) 解: 结点电压法, 选 4 为参考结点, 有

$$\begin{cases} u_{n1} = 4I_1 \\ u_{n2} = 2I_1 \\ u_{n3} = 6V \\ -\frac{1}{2} \times 4I_1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1}\right)2I_1 - \frac{1}{1} \times 6 = 6 - 2 \end{cases} \quad \text{得 } I_1 = 5A$$

(9) 解: 结点电压法, 3 是参考结点, $u_{n1}=14V$, $u_{n2}=32V$, $i_1=7A$, $i=8A$ 。

(10) 解: 回路电流法, 回路电流是 $\frac{1}{8}u_1$ 、 $7A$ 、 i_{l3} (顺时针), 只对回路 3 列写 KVL 和控制方程, 得

$$\begin{cases} i_{l3} = 1A \\ u_1 = 16V \end{cases}, \quad p_{4\Omega} = 4\left(\frac{1}{8}u_1 - i_{m3}\right)^2 = 4W(\text{发出})$$

(11) 解: 4 个结点电压为 u_{n1} 、 u_{n2} 、 u_{n3} 、 u_{n4} 。

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{20}\right)u_{n1} - \frac{1}{2}u_{n2} + i_X = 0 \\ u_{n2} = 20V \\ -\frac{1}{1}u_{n2} + \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{40}\right)u_{n3} - \frac{1}{4}u_{n4} = 0 \\ -\frac{1}{4}u_{n3} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{80}\right)u_{n4} + 3.125(u_{n2} - u_{n3}) - i_X = 0 \\ u_{n1} - u_{n4} = 35 \times \frac{u_{n3}}{40} \end{cases}$$

(12) $u_{n1} = \frac{1}{7}V$, $u_{n2} = \frac{15}{7}V$, $u_{n3} = \frac{19}{7}V$, $p_{4I_1} = u_{n3} \times 4(u_{n2} - u_{n3}) = -6.2W(\text{发出})$ 。

3.2.6 习题 3 答案与部分解答

(1) 解: 结点电压法, 3 个独立结点

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)u_{n1} - \frac{1}{2}u_{n2} - \frac{1}{4}u_{n3} = 2 \\ u_{n2} = 4 \\ -\frac{1}{4}u_{n1} - u_{n2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1\right)u_{n3} - 3u_{n1} = 0 \end{cases} \quad \text{得} \begin{cases} u_{n1} = 16V \\ u_{n2} = 4V \\ u_{n3} = 32V \end{cases}$$

$$p = 4\left(\frac{u_{n1} - u_{n2}}{2} + \frac{u_{n3} - u_{n2}}{2}\right) = 136W(\text{关联大于零, 消耗})。$$

$$(2) R_{eq} = \frac{u}{i} = \frac{20}{7+4g}。$$

$$(3) U = u_{n3} = 6V。$$

$$(4) \begin{cases} -6(I - I_1) + 9I_1 - U = 0 \\ 6(I - I_1) + 2I_1 = 10 \\ U + 4(3 + I_1) = 2I_1 \end{cases} \quad \text{得} \begin{cases} U = -11.69V \\ I = 1.56A \end{cases}$$

$$(5) U_1 = 5.375V, U_2 = 0.375V。$$

(6) 解: 网孔电流法, 网孔电流是 I 、 I_1 、 $\frac{1}{3}I_1$, 顺时针方向。

$$\begin{cases} (2+3+4)I - 2I_1 - 3\left(\frac{1}{3}I_1\right) = 0 \\ -2I + (1+2)I_1 - \frac{1}{3}I_1 = 6 \end{cases} \quad \text{得} \begin{cases} I = 1\text{A} \\ I_1 = 3\text{A} \end{cases}$$

(7) $I = 0.75\text{A}$ 。 $p_{6\text{V}} = 6I_1 = 18\text{W}$ (发出), $p_{4\text{V}} = 4I^2 = 4\text{W}$ (消耗), $p_{2\text{V}} = 2(I_1 - I)^2 = 8\text{W}$ (消耗), $p_{3\text{V}} = 3(1-1)^2 = 0$, $p_{1\text{V}} = \left(I_1 - \frac{1}{3}I_1\right)^2 = 4\text{W}$ (消耗), $p_{12\text{V}} = 12 \times \frac{1}{3}I_1 = 12\text{W}$ (消耗),

$p_{\frac{1}{3}I_1} = \frac{1}{3}I_1(-10) = -10\text{W}$ (发出)。

(8) $p_{7\text{V}} = 24.5\text{W}$ (发出), $p_{4\text{V}} = 2\text{W}$ (发出), $p_{1.5\text{A}} = 9\text{W}$ (发出)。

(9) 解: 结点电压法, 独立结点是 1、2。

$$\begin{cases} u_{n1} = 3i = 3\left(\frac{1}{2}u_{n2}\right) = 1.5u_{n2} \\ -\frac{1}{6}u_{n1} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)u_{n2} = 17 - 9 \end{cases} \quad \text{得} \begin{cases} u_{n1} = 18\text{V} \\ u_{n2} = 12\text{V} \\ u = u_{n1} - u_{n2} = 6\text{V} \\ i = \frac{1}{2}u_{n2} = 6\text{A} \end{cases}$$

(10) 结点电压法, 4 是参考结点, $u_{n1} = 1\text{V}$, $u_{n2} = \frac{2}{9}\text{V}$, $u_{n3} = \frac{-1}{9}\text{V}$, $I = \frac{2}{9}\text{A}$, $p_{1\text{V}} = I = 0.22\text{W}$ (消耗), $p_{2\text{A}} = 6.22\text{W}$ (发出)。

(11) 结点电压法, $u_{n1} = 0$, $u_{n2} = 1\text{V}$ 。

(12) 解: 网孔电流法, 网孔电流是 i_{m1} 、 i_{m2} 、 i_{m3} 、 i_{m4} , 顺时针方向(从左到右, 从上到下)。

$$\begin{cases} (1+2+2)i_{m1} - i_{m2} - 2i_{m4} = 0 \\ -i_{m1} + (1+2+2)i_{m2} - 2i_{m3} = 0 \\ -2i_{m2} + (1+2)i_{m3} - u + 5I_X = 0 \\ -2i_{m1} + (1+2)i_{m4} + u = 8 \\ i_{m3} - i_{m4} = 3 \\ I_X = -i_{m1} + i_{m2} = 1\text{A} \end{cases}$$

(13) 网孔电流法, 网孔电流是 5A 、 I_X 、 I_{m3} , 得 $I_{m3} = 5\text{A}$, $I_X = 3\text{A}$, $p = 10I_X(5 - I_{m3}) = 0$ 。

(14) 结点电压法, 结点是 1、2、3, $u_{n1} = 10\text{V}$, $u_{n2} = 9\text{V}$, $i = 1\text{A}$, $p = 3i(-u_{n1} - 15i) = -75\text{W}$ (发出)。

(15) 解:

$$\begin{cases} u_{n1} = 8 \\ -0.5u_{n1} + (0.5 + 0.25)u_{n2} - 0.25u_{n3} = -0.5U \\ -0.25u_{n2} + (0.25 + 0.5)u_{n3} = 2 + 1 \\ U = u_{n2} - u_{n3} \end{cases} \quad \text{得} \begin{cases} u_{n1} = 8\text{V} \\ u_{n2} = 7\text{V} \\ u_{n3} = \frac{19}{3}\text{V} \\ U = u_{n2} - u_{n3} = \frac{2}{3}\text{V} \end{cases}$$

$p_{1\text{A}} = 6.33\text{W}$ (发出), $p_{2\text{A}} = 20.67\text{W}$ (发出), $p_{8\text{V}} = 8 \times \left(2 + \frac{u_{n1} - u_{n2}}{2}\right) = 20\text{W}$ (发出)。