

第5章

计算机控制系统的模拟化设计

连续系统的设计已经形成了一套系统的、成熟的、实用的设计方法,并在控制领域为人们所熟知和掌握,因此,在设计计算机控制系统时,经常使用连续系统的设计方法,先设计出连续系统的控制器 $D(s)$,再将 $D(s)$ 所描述的连续调节规律,通过某种规则(即数字化方法)变为计算机能够实现的数字控制器 $D(z)$ 。另外,还有许多原来是模拟式的控制系统,为了更新和提高系统的控制性能,需要将系统中原有的模拟控制器 $D(s)$ 变为用计算机实现的数字控制器 $D(z)$,将 $D(s)$ 变为 $D(z)$ 的过程就是 $D(s)$ 的数字化过程。

5.1 概述

由于人们对于频率特性法、根轨迹法等模拟系统的设计方法比较熟悉,从而应用模拟方法设计数字控制器比较易于接受和掌握,但这种方法不是按照真实情况设计的,因此又称为间接设计法。基于连续系统理论的数字控制器的模拟化设计法是先将计算机控制系统看作模拟系统,即图 5.1 所示的计算机控制系统可以等价为图 5.2 所示的模拟控制系统,然后采用连续系统设计方法设计闭环控制系统的模拟控制器 $D(s)$,再将其离散化成数字控制器 $D(z)$ 。

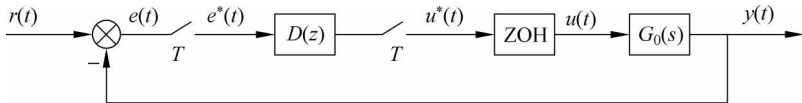


图 5.1 计算机控制系统

下面分析模拟控制器 $D(s)$ 与数字控制器 $D(z)$ 之间的等效离散原理和等效条件。设有模拟信号 $u_0(t)$ 经过采样开关后得到离散信号 $u_0^*(t)$ 作为零阶保持器的输入信号,其输出为 $u(t)$,如图 5.3 所示。

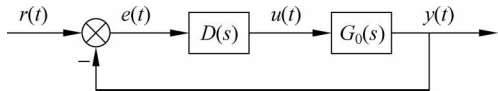


图 5.2 等价的模拟控制系统

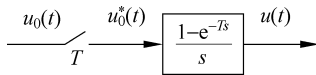


图 5.3 零阶保持器的信息传递

对于离散信号 $u_0^*(t)$,它的频谱函数为

$$U_0^*(j\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} U_0(j\omega + jk\omega_s)$$

其中 ω_s 为采样角频率。

零阶保持器的传递函数为

$$H(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$$

其频率特性为

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} \\ &= T \frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2} e^{-j\omega T/2} \end{aligned}$$

零阶保持器输出 $u(t)$ 的频率特性为

$$\begin{aligned} U(j\omega) &= H(j\omega)U_0^*(j\omega) \\ &= \frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2} e^{-j\omega T/2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} U_0(j\omega + jk\omega_s) \end{aligned}$$

当系统的采样周期很小,也就是说当采样角频率足够高时,由于保持器的低滤波性,除了主频谱($k=0$ 时)之外,其高频部分全部被滤掉,则上式化简为

$$U(j\omega) \approx \frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2} e^{-j\omega T/2} U_0(j\omega)$$

当信号 $U_0(j\omega)$ 的截止频率 $\omega_{\max} \ll \omega_s$ 时,有

$$\frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2} \approx 1$$

所以

$$U(j\omega) \approx e^{-j\omega T/2} U_0(j\omega)$$

上式说明,两者唯一的差别仅仅是由零阶保持器产生的相位移 $e^{-j\omega T/2}$,如果能补偿这一相位移或者使用如前置滤波、超前校正等可以大大减小这一相位移对系统的影响,这样就可以保证离散控制器和模拟控制器具有完全一致或非常接近的频率特性,即实现二者的完全等效。

当采样频率足够高时,信号 $U(j\omega)$ 与 $U_0(j\omega)$ 之间只是存在较小的相位滞后,例如取采样角频率 ω_s 高于信号 $U_0(j\omega)$ 的截止频率 $\omega_{\max}$ 的 10 倍,即 $\omega_s > 10\omega_{\max}$ 时,其滞后相角约为 18° ,这种情况下可以忽略零阶保持器的影响,于是就有

$$U(j\omega) \approx U_0(j\omega)$$

即

$$u(t) \approx u_0(t)$$

由以上分析可知,若系统的采样频率相对于系统的工作频率足够高,以至于采样保持器所引起的附加滞后影响可忽略时,系统的数字控制器可用模拟控制器代替,使整个系统成为模拟系统,从而可用模拟化方法进行设计。等效的必要条件是使采样周期 T 足够小,这是计算机控制系统等效离散化设计方法的理论依据。应用该方法,当采样周期较大时,系统实际达到的性能往往比预期的设计指标差。也就是说,这种设计方法对采样周期的选择有比较严格的限制,但当被控对象是一个较慢过程时,该方法可以得到比较满意的结果。

模拟化设计方法的一般步骤如下:

(1) 根据性能指标要求和给定对象的 $G_0(s)$,用连续控制理论的设计方法设计 $D(s)$;

(2) 确定离散系统的采样周期 T ;

(3) 在设计好的连续系统中加入零阶保持器,检查零阶保持器的滞后作用影响程度以决定是否修改 $D(s)$;

为了简便起见,零阶保持器的传递函数可近似为

$$\frac{1 - e^{-Ts}}{s} = \frac{1 - e^{-Ts/2} e^{-Ts/2}}{s} \approx \frac{2}{s + 2/T}$$

(4) 用适当的方法将 $D(s)$ 离散化成 $D(z)$;

(5) 将 $D(z)$ 化成差分方程。

5.2 模拟控制器的离散化方法

随着计算机技术以及 A/D 和 D/A 转换器的发展,实现从模拟控制器到数字控制器的等效转换并不难。从信号理论角度来看,模拟控制器就是模拟信号滤波器应用于反馈控制系统中作为校正装置。滤波器对控制信号中有用的信号起着保存和加强的作用,而对无用的信号起着抑制和衰减的作用。模拟控制器经过离散化后得到的数字控制器,也可以被认为是一种数字滤波器。

将模拟控制器离散化成数字控制器的等效离散化设计方法有很多,无论用哪一种等效离散方法,必须保证离散后的数字控制器与等效前的连续控制器具有近似相同的动态特性和频率响应特性。采用某种离散化技术可能达到相同或几乎相同的脉冲响应特性,但不具有较好的频率响应逼真度,反之亦然。对于大多数情况,要匹配等效前后的频率响应特性是很困难的,离散后数字控制器的动态特性取决于采样频率和特定的离散化方法,降低采样频率会使离散的数字控制器的逼真度下降,如果采样频率足够高,等效离散的数字控制器与原连续控制器具有很近似的特性。下面介绍常用的几种等效离散化设计方法。

5.2.1 脉冲响应不变法

脉冲响应不变法的基本思想是:设计的数字控制器 $D(z)$ 产生的单位脉冲响应与模拟控制器 $D(s)$ 产生的单位脉冲响应的采样值相同。

设模拟控制器的传递函数为

$$D(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{s + a_i}$$

在单位脉冲作用下输出响应为

$$u(t) = \mathcal{L}^{-1}[D(s)] = \sum_{i=1}^n A_i e^{-a_i t}$$

其采样值为

$$u(kT) = \sum_{i=1}^n A_i e^{-a_i kT}$$

即数字控制器的脉冲响应序列,因此得到

$$D(z) = \mathcal{Z}[u(kT)] = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{1 - e^{-a_i T} z^{-1}} = \mathcal{Z}[D(s)]$$

可以看出,只要对设计好的 $D(s)$ 进行 Z 变换就可得到数字控制器 $D(z)$ 。这种方法简单,在 $D(s)$ 不是很复杂的情况下容易实现。

例 5.1 已知模拟控制器 $D(s) = \frac{a}{s+a}$, 试用脉冲响应不变法求数字控制器 $D(z)$ 。

解:

$$\begin{aligned} D(z) &= \mathcal{Z}[D(s)] \\ &= \frac{a}{1 - e^{-aT}z^{-1}} \end{aligned}$$

所以,其控制算法为

$$u(k) = ae(k) + e^{-aT}u(k-1)$$

第 3 章中已经讨论了 S 平面与 Z 平面的关系,因此脉冲响应不变法具有如下特点:

- (1) $D(z)$ 与 $D(s)$ 的脉冲响应序列相同;
- (2) 若 $D(s)$ 稳定,则 $D(z)$ 也稳定;
- (3) $D(z)$ 不能保持 $D(s)$ 的频率响应;
- (4) $D(z)$ 将 ω_s 的整数倍频率变换到 Z 平面上的同一个点的频率,因而出现了混叠现象;
- (5) 该方法不具有串联性质,即 $\mathcal{Z}[D_1(s)D_2(s)\cdots D_n(s)] \neq \mathcal{Z}[D_1(s)]\mathcal{Z}[D_2(s)]\cdots \mathcal{Z}[D_n(s)]$ 。

其应用范围是:连续控制器 $D(s)$ 应具有部分分式结构或能较容易地分解为并联结构,要求 $D(s)$ 具有陡衰减特性,且为有限带宽信号的场合。这时如果采样频率足够高,可减少频率混叠影响,从而保证 $D(z)$ 的频率特性接近原连续控制器 $D(s)$ 。

5.2.2 阶跃响应不变法

这种方法要求设计的数字控制器 $D(z)$ 产生的单位阶跃响应与模拟控制器 $D(s)$ 产生的单位阶跃响应的采样值相同,也就是用零阶保持器与模拟控制器串联,然后再进行 Z 变换离散化成数字控制器,即

$$D(z) = \mathcal{Z}\left[\frac{1 - e^{-Ts}}{s}D(s)\right]$$

例 5.2 已知模拟控制器 $D(s) = \frac{a}{s+a}$, 试用阶跃响应不变法求数字控制器 $D(z)$ 。

解:

$$\begin{aligned} D(z) &= \mathcal{Z}\left[\frac{1 - e^{-Ts}}{z} \frac{a}{s+a}\right] \\ &= \frac{z^{-1}(1 - e^{-aT})}{1 - e^{-aT}z^{-1}} \end{aligned}$$

控制算法

$$u(k) = e^{-aT}u(k-1) + (1 - e^{-aT})e(k-1)$$

加入零阶保持器虽然能保持阶跃响应和稳态增益不变的特性,但并未改变 Z 变换的性质,本质上也是 Z 变换法。阶跃响应不变法有如下特点:

- (1) $D(z)$ 与 $D(s)$ 的阶跃响应序列相同;
- (2) 若 $D(s)$ 稳定,则 $D(z)$ 也稳定;
- (3) $D(z)$ 不能保持 $D(s)$ 的脉冲响应和频率响应,由于零阶保持器具有低通滤波特性,频率混叠现象显著减轻,频率特性畸变较小;
- (4) 稳态增益不变,即 $\lim_{s \rightarrow 0} D(s) = \lim_{z \rightarrow 1} D(z)$;
- (5) 该方法不具有串联性质。

5.2.3 差分变换法

模拟控制器 $D(s)$ 可用微分方程的形式表示,其微分运算可用差分来近似,这样就得到一个逼近给定微分方程的差分方程,通过给定的模拟控制器 $D(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{1}{s}$,其微分方程为 $\frac{du(t)}{dt} = e(t)$,将其微分方程变成差分方程,再通过 Z 变换得到数字控制器 $D(z)$,比较 $D(s)$ 和 $D(z)$ 的形式,从而找出 s 和 z 的等效代换关系。

常用的一阶差分近似方法有后向差分变换法和前向差分变换法两种。由于这种变换的映射关系有较严重的畸变且变换精度较低,所以其应用受到一定的限制,但这种变换简单易行,在要求不高且采样周期较小的场合有一定的应用。

1. 后向差分变换法

对于微分方程

$$\frac{du(t)}{dt} = e(t)$$

用后向差分代替微分,则得

$$\frac{du(t)}{dt} \approx \frac{u(k) - u(k-1)}{T} = e(k)$$

两边取 Z 变换得

$$(1 - z^{-1})U(z) = TE(z)$$

即

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{1}{\frac{1 - z^{-1}}{T}}$$

与 $D(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{1}{s}$ 比较,可以看出, $D(z)$ 与 $D(s)$ 的形式完全相同,由此可得如下等效代换关系

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{T}$$

因此,后向差分变换法是将 $D(s)$ 中的 s 用 $(1 - z^{-1})/T$ 来代替,便可得到 $D(z)$,即

$$D(z) = D(s) \Big|_{s = \frac{1 - z^{-1}}{T}}$$

这种代换方法还可以用以下说明,将 z^{-1} 级数展开,得到

$$z^{-1} = e^{-Ts} = 1 - Ts + \frac{T^2 s^2}{2} - \dots$$

可取前两项,即 $z^{-1} \approx 1 - Ts$, 得到 $s = (1 - z^{-1})/T$ 。

例 5.3 已知模拟控制器 $D(s) = \frac{a}{s+a}$, 试用后向差分变换法求数字控制器 $D(z)$ 。

解: 用 $s = \frac{1-z^{-1}}{T}$ 代入 $D(s)$ 得到

$$D(z) = \frac{aT}{1 + aT - z^{-1}}$$

控制算法

$$u(k) = \frac{1}{1+aT}u(k-1) + \frac{aT}{1+aT}e(k)$$

下面分析 S 平面与 Z 平面的映射关系。根据从 S 平面到 Z 平面的映射方程 $s = (1 - z^{-1})/T$, 其中 $T > 0$, 令 $z = \sigma + j\omega$, 则

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(s) &= \operatorname{Re}\left(\frac{1-z^{-1}}{T}\right) \\ &= \frac{1}{T} \operatorname{Re}\left(\frac{\sigma + j\omega - 1}{\sigma + j\omega}\right) \\ &= \frac{\left(\sigma - \frac{1}{2}\right)^2 + \omega^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{T(\sigma^2 + \omega^2)} \end{aligned}$$

当 $\operatorname{Re}(s) = 0$ (S 平面的虚轴) 时, 有 $\left(\sigma - \frac{1}{2}\right)^2 + \omega^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$, 映射到 Z 平面上为圆心在 $(1/2, 0)$ 处, 半径为 $1/2$ 的小圆的圆周。

当 $\operatorname{Re}(s) < 0$ (S 平面的左半面) 时, 有 $\left(\sigma - \frac{1}{2}\right)^2 + \omega^2 < \left(\frac{1}{2}\right)^2$, 映射到 Z 平面上为圆心在 $(1/2, 0)$ 处, 半径为 $1/2$ 的小圆的内部。

当 $\operatorname{Re}(s) > 0$ (S 平面的右半面) 时, 有 $\left(\sigma - \frac{1}{2}\right)^2 + \omega^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^2$, 映射到 Z 平面上为圆心在 $(1/2, 0)$ 处, 半径为 $1/2$ 的小圆的外部。

因此, S 平面的稳定区域映射到 Z 平面是一个以 $(1/2, 0)$ 为中心的圆内部, 如图 5.4 所示。映射表明后向差分法的映射为稳定映射。

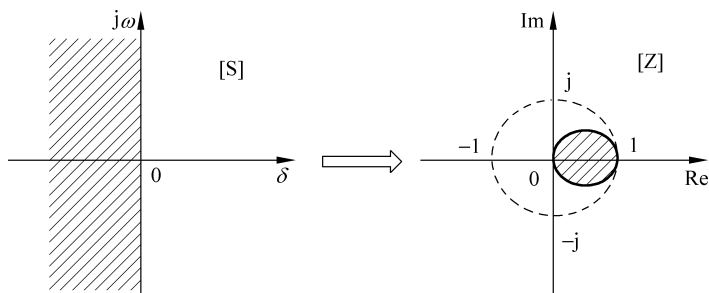


图 5.4 后向差分法的映射关系

后向差分变换法的特点:

- (1) 稳定的 $D(s)$ 变换成稳定的 $D(z)$;
- (2) 映射为一一对应的, 无频率混叠现象;
- (3) 由于频率被压缩, 因而 $D(z)$ 不能保持 $D(s)$ 的频率响应;
- (4) 稳态增益不变, 即 $\lim_{s \rightarrow 0} D(s) = \lim_{z \rightarrow 1} D(z)$;
- (5) 该方法具有串联性质。

2. 前向差分变换法

对于微分方程

$$\frac{du(t)}{dt} = e(t)$$

如果将微分用下面前向差分代替, 则得到

$$\frac{du(t)}{dt} \approx \frac{u(k+1) - u(k)}{T} = e(k)$$

两边取 Z 变换得

$$(z-1)U(z) = TE(z)$$

即

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{1}{\frac{z-1}{T}}$$

与 $D(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{1}{s}$ 比较, 可以看出, $D(z)$ 与 $D(s)$ 的形式完全相同, 由此可得如下等效代换关系

$$s = \frac{z-1}{T}$$

因此, 前向差分变换法是将 $D(s)$ 中的 s 用 $(z-1)/T$ 来代替, 便可得到 $D(z)$, 即

$$D(z) = D(s) \Big|_{s=\frac{z-1}{T}}$$

这种代换方法还可以用以下说明, 将 z 级数展开, 得到

$$z = e^{Ts} = 1 + Ts + \frac{T^2 s^2}{2} + \dots$$

取 $z \approx 1 + Ts$, 则 $s = (z-1)/T$ 。

例 5.4 已知模拟控制器 $D(s) = \frac{a}{s+a}$, 试用前向差分变换法求数字控制器 $D(z)$ 。

将 $s = \frac{z-1}{T}$ 代入 $D(s)$ 得到

$$\begin{aligned} D(z) &= \frac{aT}{z + (aT - 1)} \\ &= \frac{aTz^{-1}}{1 + (aT - 1)z^{-1}} \end{aligned}$$

控制算法

$$u(k) = (1 - aT)u(k-1) + aTe(k-1)$$

显然,当 $a > 0$ 时, $D(s)$ 是稳定的,而 $aT - 1$ 有可能大于 1,即 $D(z)$ 可能是不稳定的。

下面分析 S 平面与 Z 平面的映射关系。根据从 S 平面到 Z 平面的映射方程 $s = (z - 1)/T$, 其中 $T > 0$, 则

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}(s) &= \operatorname{Re}\left(\frac{z-1}{T}\right) \\ &= \frac{1}{T}[\operatorname{Re}(z) - 1]\end{aligned}$$

当 $\operatorname{Re}(s) = 0$ (S 平面的虚轴) 时, 有 $\operatorname{Re}(z) = 1$, 映射到 Z 平面上为过 (1, 0) 点且平行于虚轴的直线。

当 $\operatorname{Re}(s) < 0$ (S 平面的左半面) 时, 有 $\operatorname{Re}(z) < 1$, 映射到 Z 平面上为过 (1, 0) 点且平行于虚轴直线的左部。

当 $\operatorname{Re}(s) > 0$ (S 平面的右半面) 时, 有 $\operatorname{Re}(z) > 1$, 映射到 Z 平面上为过 (1, 0) 点且平行于虚轴直线的右部。

其映射关系如图 5.5 所示。映射表明左半 S 平面的极点可能映射到 Z 平面的单位圆以外。可见, 用前向差分法获得的离散数字控制器可能变成不稳定, 因此一般在实际中不采用前向差分法作为离散化方法。

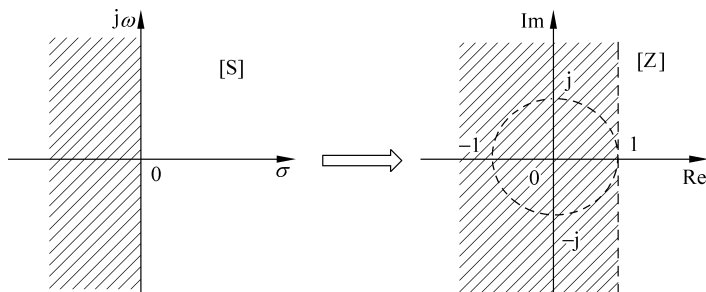


图 5.5 前向差分法的映射关系

前向差分变换法中稳定的 $D(s)$ 不能保证变换成稳定的 $D(z)$, 且不能保证有相同的脉冲响应和频率响应。

5.2.4 双线性变换法

双线性变换又称塔斯廷 (Tustin) 变换法, 它是 s 与 z 关系的另一种近似式。由 Z 变换的定义和级数展开式可知

$$z = e^{Ts} = \frac{e^{\frac{T_s}{2}}}{e^{-\frac{T_s}{2}}}$$

取 $e^{\frac{T_s}{2}} \approx 1 + \frac{T_s}{2}$ 和 $e^{-\frac{T_s}{2}} \approx 1 - \frac{T_s}{2}$, 得

$$z \approx \frac{1 + T_s/2}{1 - T_s/2}$$

所以

$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$$

即

$$D(z) = D(s) \Big|_{s = \frac{2(z-1)}{T(z+1)}}$$

例 5.5 已知模拟控制器 $D(s) = \frac{a}{s+a}$, 试用双线性变换法求数字控制器 $D(z)$ 。

解: 将 $s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$ 代入 $D(s)$ 得到

$$D(z) = \frac{\frac{aT}{2+aT}(1+z^{-1})}{1 - \frac{2-aT}{2+aT}z^{-1}}$$

控制算法

$$u(k) = \frac{2-aT}{2+aT}u(k-1) + \frac{aT}{2+aT}[e(k) + e(k-1)]$$

下面分析 S 平面与 Z 平面的映射关系。根据从 S 平面到 Z 平面的映射方程 $s = 2(z-1)/T(z+1)$, 其中 $T > 0$, 令 $z = \sigma + j\omega$, 则

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(s) &= \operatorname{Re}\left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}\right) \\ &= \frac{2}{T} \operatorname{Re}\left(\frac{\sigma + j\omega - 1}{\sigma + j\omega + 1}\right) \\ &= \frac{2}{T} \frac{\sigma^2 + \omega^2 - 1}{(\sigma + 1)^2 + \omega^2} \end{aligned}$$

当 $\operatorname{Re}(s) = 0$ (S 平面的虚轴) 时, 有 $\sigma^2 + \omega^2 = 1$, 映射到 Z 平面上为单位圆的圆周。

当 $\operatorname{Re}(s) < 0$ (S 平面的左半面) 时, 有 $\sigma^2 + \omega^2 < 1$, 映射到 Z 平面上为单位圆的内部。

当 $\operatorname{Re}(s) > 0$ (S 平面的右半面) 时, 有 $\sigma^2 + \omega^2 > 1$, 映射到 Z 平面上为单位圆的外部。

因此双线性变换把整个左半 S 平面映射到 Z 平面中以原点为圆心的单位圆内, 如图 5.6 所示。

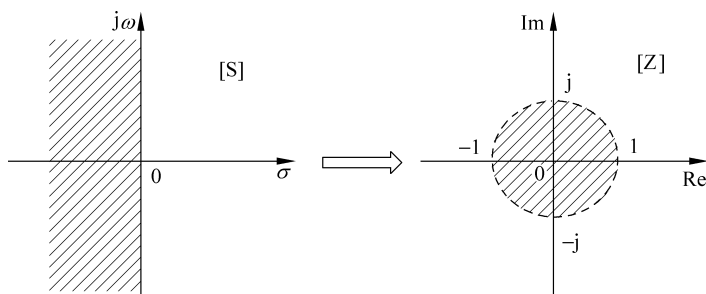


图 5.6 双线性变换的映射关系

双线性变换的映射结果与 $z=e^{Ts}$ 的映射结果是一致的,根据与 $z=e^{Ts}$ 的对应关系,可把 S 平面整个虚轴映射为 Z 平面单位圆周有无限多个循环。虽然看起来双线性变换与 Z 变换法在映射左半 S 平面为 Z 平面的单位圆方面是相同的,然而在对离散控制器的暂态响应和频率响应特性的影响方面,二者却有很大的差异。与原连续控制器相比,用双线性变换法获得的离散控制器的暂态响应特性有显著的畸变,频率响应也有畸变,所以在工程设计中常采用双线性变换法预畸变校正设计。

双线性变换的特点:

- (1) 这种变换是一对一的,因而没有混叠效应;
- (2) 稳定的 $D(s)$ 变换成稳定的 $D(z)$;
- (3) $D(z)$ 不能保持 $D(s)$ 的脉冲响应和频率响应;
- (4) 稳态增益不变,即 $\lim_{s \rightarrow 0} D(s) = \lim_{z \rightarrow 1} D(z)$;
- (5) 该方法具有串联性质。

5.2.5 频率预畸变双线性变换法

上述的双线性变换,将 S 平面的虚轴变换到 Z 平面的单位圆周,因而没有混叠现象,但是在模拟频率 ω_a 和离散频率 ω_z 之间却存在非线性关系,使得双线性变换后的离散系统频率响应发生畸变,限制了双线性变换的使用。

将 $s=j\omega_a$, $z=e^{j\omega_z T}$ 代入 $s=\frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ 得到

$$j\omega_a = \frac{2(1 - e^{-j\omega_z T})}{T(1 + e^{-j\omega_z T})} = \frac{2}{T} \frac{e^{j\frac{\omega_z T}{2}} - e^{-j\frac{\omega_z T}{2}}}{e^{j\frac{\omega_z T}{2}} + e^{-j\frac{\omega_z T}{2}}} = j \frac{2}{T} \tan \frac{\omega_z T}{2}$$

故得

$$\omega_a = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega_z T}{2}$$

上式表明了模拟频率 ω_a 和离散频率 ω_z 之间的非线性关系,当 $\omega_z T$ 取值 $0 \sim \pi$ 时, ω_a 的值为 $0 \sim \infty$ 。这意味着,模拟滤波器的全部频率响应特性被压缩到离散滤波器的 $0 < \omega_z T < \pi$ 的频率范围之内。这两种频率之间的非线性特性,使得由双线性变换所得的离散频率响应产生畸变,如果系统要求变换后某些特定频率不能畸变,则可以采用预畸变的办法来补偿频率特性的畸变。

其补偿的基本思想是:在 $D(s)$ 未变成 $D(z)$ 之前,将 $D(s)$ 的断点频率预先加以修正(预畸变),使得预修正后的 $D(s)$ 变换成 $D(z)$ 时正好达到所要求的断点频率。

用预畸变双线性变换法设计的步骤如下:

- (1) 将所希望的 $D(s)$ 的零点或极点 $(s+a)$ 以 a' 代替 a ,即做预畸变,得到 $D(s, a')$

$$(s+a) \rightarrow (s+a') \quad \left| \quad a' = \frac{2}{T} \tan \frac{aT}{2} \right.$$

- (2) 将 $D(s, a')$ 变换为 $D(z)$

$$D(z) = kD(s, a') \quad \left| \quad s = \frac{2(z-1)}{T(z+1)} \right.$$

其中 k 为放大系数。

(3) 调整直流增益, 由于预畸变使得零极点的位置发生了变化, 需要确定放大系数 k 来保证变化前后的直流增益不变, 利用下式确定 k

$$\lim_{z \rightarrow 1} D(z) = \lim_{s \rightarrow 0} D(s)$$

例 5.6 已知模拟控制器 $D(s) = \frac{a}{s+a}$, 要求希望的断点频率为 a , 试用频率预畸变双线性变换法求数字控制器 $D(z)$ 。

解: 做预畸变, 设

$$a' = \frac{2}{T} \tan \frac{aT}{2}$$

则

$$D(s, a') = \frac{a}{s + \frac{2}{T} \tan \frac{aT}{2}}$$

将 $s = \frac{2z-1}{Tz+1}$ 代入, 得

$$D(z) = \frac{kaT}{2\left(1 + \tan \frac{aT}{2}\right)} \times \frac{1 + z^{-1}}{1 - \frac{1 - \tan \frac{aT}{2}}{1 + \tan \frac{aT}{2}} z^{-1}}$$

利用 $\lim_{z \rightarrow 1} D(z) = \lim_{s \rightarrow 0} D(s)$ 求放大系数 k 得

$$k = \frac{\tan \frac{aT}{2}}{\frac{aT}{2}}$$

所以

$$D(z) = \frac{\tan \frac{aT}{2}}{1 + \tan \frac{aT}{2}} \times \frac{1 + z^{-1}}{1 - \frac{1 - \tan \frac{aT}{2}}{1 + \tan \frac{aT}{2}} z^{-1}}$$

控制算法

$$u(k) = \frac{1 - \tan \frac{aT}{2}}{1 + \tan \frac{aT}{2}} u(k-1) + \frac{\tan \frac{aT}{2}}{1 + \tan \frac{aT}{2}} [e(k) + e(k-1)]$$

预畸变双线性变换的特点:

- (1) 将 S 平面左半面映射到 Z 平面单位圆内;
- (2) 稳定的 $D(s)$ 变换成稳定的 $D(z)$;
- (3) 没有混叠现象;

- (4) $D(z)$ 不能保持 $D(s)$ 的脉冲响应和频率响应;
 (5) 所得的离散频率响应不产生畸变。

5.2.6 零极点匹配法

S域中零极点的分布直接决定了系统的特性,Z域中亦然,因此,当S域转换到Z域时,应当保证零极点具有一一对应的映射关系。根据S域与Z域的转换关系 $z = e^{Ts}$,可将S平面的零极点直接一一对应地映射到Z平面上,使 $D(z)$ 的零极点与连续系统 $D(s)$ 的零极点完全相匹配。

零极点匹配变换的步骤:

- (1) 将 $D(s)$ 变换成零极点形式

$$D(s) = \frac{k_s(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)} \quad m \leq n$$

- (2) 将 $D(s)$ 的零点或极点映射到Z平面的变换关系为

若是实数的零点或极点,则

$$(s+a) \rightarrow (1 - e^{-aT}z^{-1})$$

若是共轭复数的零点或极点,则

$$(s+a+jb)(s+a-jb) \rightarrow (1 - 2e^{-aT}z^{-1}\cos bT + e^{-2aT}z^{-2})$$

这样得到控制器 $D_1(z)$ 。

- (3) 在 $D_1(z)$ 的 $z=-1$ 处加上足够的零点,得到零极点个数相同的控制器 $D_2(z)$ 。

(4) 设 $D(z) = kD_2(z)$, k 为增益系数,在某个特征频率处,使 $D(z)$ 的增益与 $D(s)$ 的增益相匹配。

增益系数 k 可按 $D(s)|_{s=0} = D(z)|_{z=1}$ 来确定,若 $D(s)$ 的分子中有 s 因子,增益系数 k 可按 $D(s)|_{s=\infty} = D(z)|_{z=-1}$ 来确定,或选择某关键频率 ω_0 ,按 $|D(j\omega_0)| = |D(e^{j\omega_0 T})|$ 来确定,此时得到的 $D(z)$ 就是所求的数字控制器。

例 5.7 已知模拟控制器 $D(s) = \frac{1}{s^2 + 0.8s + 1}$, $T = 1s$,试用零极点匹配法求数字控制器 $D(z)$ 。

解: 将 $D(s)$ 因式分解,得

$$D(s) = \frac{1}{(s + 0.4 + j0.9165)(s + 0.4 - j0.9165)}$$

将 $D(s)$ 的零点或极点映射到Z平面,得

$$D_1(z) = \frac{1}{1 - 1.34z^{-1} + 0.449z^{-2}}$$

在 $z=-1$ 处加上两个零点,得

$$D_2(z) = \frac{(1+z^{-1})^2}{1 - 1.34z^{-1} + 0.449z^{-2}}$$

令 $D(z) = kD_2(z)$,得

$$D(z) = \frac{k(1+z^{-1})^2}{1 - 1.34z^{-1} + 0.449z^{-2}}$$

由 $D(s)|_{s=0} = D(z)|_{z=1}$ 求得

$$k = 0.027$$

所以

$$D(z) = \frac{0.027(1 + 2z^{-1} + z^{-2})}{1 - 1.34z^{-1} + 0.449z^{-2}}$$

控制算法

$$u(k) = 1.34u(k-1) - 0.449u(k-2) + 0.027[e(k) + 2e(k-1) + e(k-2)]$$

零极点匹配法的特点:

- (1) 稳定的 $D(s)$ 变换成稳定的 $D(z)$;
- (2) 没有混叠现象。

5.3 数字 PID 控制

PID 控制器(按闭环系统误差的比例、积分和微分进行控制的调节器)自 20 世纪 30 年代末期出现以来,在工业控制领域得到了很大的发展和广泛的应用。它的结构简单,参数易于调整,在长期应用中已积累了丰富的经验。特别是在工业过程控制中,由于被控制对象的精确的数学模型难以建立,系统的参数经常发生变化,运用控制理论分析综合不仅要耗费很大代价,而且难以得到预期的控制效果。在应用计算机实现控制的系统中,PID 很容易通过编制计算机语言实现,由于软件系统的灵活性,PID 算法可以得到修正和完善,从而使数字 PID 具有很大的灵活性和适用性。

5.3.1 PID 控制的基本形式及数字化

在实际工业控制中,大多数被控对象通常都有储能元件存在,这就造成系统对输入作用的响应有一定的惯性。另外,在能量和信息的传输过程中,由于管道和传输等原因会引入一些时间上的滞后,往往会导致系统的响应变差,甚至不稳定。因此,为了改善系统的调节品质,通常在系统中引入偏差的比例调节以保证系统的快速性,引入偏差的积分调节以提高控制精度,引入偏差的微分调节来消除系统惯性的影响,这就形成了按偏差 PID 调节的系统。其控制系统如图 5.7 所示。

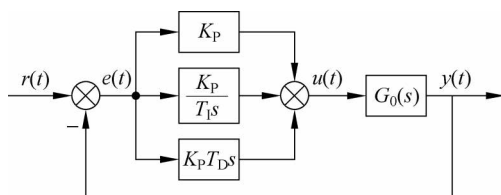


图 5.7 模拟 PID 控制系统

模拟 PID 控制器的微分方程为

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

其中, K_p 比例系数; T_i 为积分时间常数; T_d 为微分时间常数。

取拉普拉斯变换

$$U(s) = K_p \left[E(s) + \frac{E(s)}{T_i s} + T_d s E(s) \right]$$

整理后得 PID 控制器的传递函数为

$$D(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

其中, $K_i = \frac{K_p}{T_i}$ 为积分系数, $K_d = K_p T_d$ 为微分系数。

当采样周期 T 足够小时, 有

$$\begin{cases} u(t) \approx u(k) \\ e(t) \approx e(k) \\ \int_0^t e(t) dt \approx \sum_{j=0}^k e(j) T \\ \frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \end{cases}$$

整理后得到

$$\begin{aligned} u(k) &= K_p \left[e(k) + \frac{T}{T_i} \sum_{j=0}^k e(j) + T_d \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \right] \\ &= K_p e(k) + K_i \sum_{j=0}^k e(j) + K_d [e(k) - e(k-1)] \end{aligned}$$

其中, $K_i = K_p \frac{T}{T_i}$ 为积分系数, $K_d = K_p \frac{T_d}{T}$ 为微分系数, 这种算法称为位置式算法。

将上式两边取 Z 变换, 得到

$$U(z) = K_p E(z) + K_i \frac{1}{1 - z^{-1}} E(z) + K_d (1 - z^{-1}) E(z)$$

整理后得 PID 控制器的 Z 传递函数为

$$\begin{aligned} D(z) &= \frac{U(z)}{E(z)} \\ &= K_p + \frac{K_i}{1 - z^{-1}} + K_d (1 - z^{-1}) \\ &= \frac{K_p (1 - z^{-1}) + K_i + K_d (1 - z^{-1})^2}{1 - z^{-1}} \end{aligned}$$

针对图 5.8 所示的离散 PID 控制系统, 其数字 PID 控制器的控制作用如下:

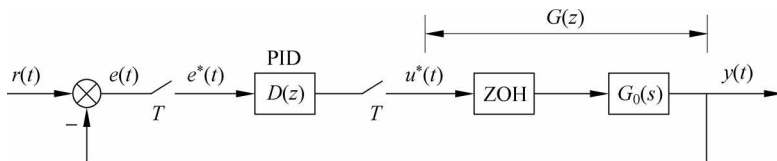


图 5.8 离散 PID 控制系统

(1) 比例调节器。

比例调节器对偏差是即时反应的, 偏差一旦出现, 调节器立即产生控制作用, 使输出量朝着减小偏差的方向变化, 控制作用的强弱取决于比例系数 K_p 。比例调节器虽然简单快速, 但系统输出存在稳态误差, 加大比例系数 K_p 可以减小稳态误差, 但是, K_p 过大时, 会使系统的动态质量变坏, 引起输出量振荡, 甚至导致闭环系统不稳定。

(2) 比例积分调节器。

为了消除在比例调节中的残余稳态误差,可在比例调节的基础上加入积分调节。积分调节具有累积成分,只要偏差 $e(k)$ 不为零,它将通过累积作用影响控制量 $u(k)$,从而减小偏差,直到偏差为零。积分时间常数 T_I 越大,积分作用就越弱,反之越强。增大 T_I 将减慢消除稳态误差的过程,但可减小超调量,提高稳定性。引入积分调节的代价是降低系统的快速性。

(3) 比例积分微分调节器。

为了加快控制过程,有必要在偏差出现或变化的瞬间,按偏差变化的趋向进行控制,使偏差消灭在萌芽状态,这就是微分调节的原理。微分作用的加入将有助于减小超调量,克服振荡,使系统趋于稳定。

5.3.2 数字 PID 控制器的控制效果

下面通过实例说明数字 PID 控制器的控制效果。

例 5.8 对于图 5.8 所示的离散系统,已知 $G_0(s) = \frac{10}{(s+1)(s+2)}$, $T=0.1s$, 输入为单位阶跃信号,试分析该系统。

解:

$$G(z) = \mathcal{Z} \left[\frac{1 - e^{-Ts}}{s} G_0(s) \right] = \frac{0.0453z^{-1}(1 + 0.904z^{-1})}{(1 - 0.905z^{-1})(1 - 0.819z^{-1})}$$

(1) 设 $D(z) = K_p$, 即比例控制时

$$\begin{aligned} W(z) &= \frac{D(z)G(z)}{1 + D(z)G(z)} \\ &= \frac{0.0453z^{-1}(1 + 0.904z^{-1})K_p}{1 + (0.0453K_p - 1.724)z^{-1} + (0.04095K_p + 0.741)z^{-2}} \\ Y(z) &= W(z)R(z) \\ &= \frac{0.0453z^{-1}(1 + 0.904z^{-1})K_p}{1 + (0.0453K_p - 1.724)z^{-1} + (0.04095K_p + 0.741)z^{-2}} \frac{1}{1 - z^{-1}} \end{aligned}$$

图 5.9 为 K_p 取不同值时的输出波形。

$$Y(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})Y(z) = \frac{0.08625K_p}{0.017 + 0.08625K_p}$$

当 $K_p = 0.5$ 时, $Y(\infty) = 0.717$, 稳态误差为 0.283。

当 $K_p = 1$ 时, $Y(\infty) = 0.835$, 稳态误差为 0.165。

当 $K_p = 2$ 时, $Y(\infty) = 0.91$, 稳态误差为 0.09。

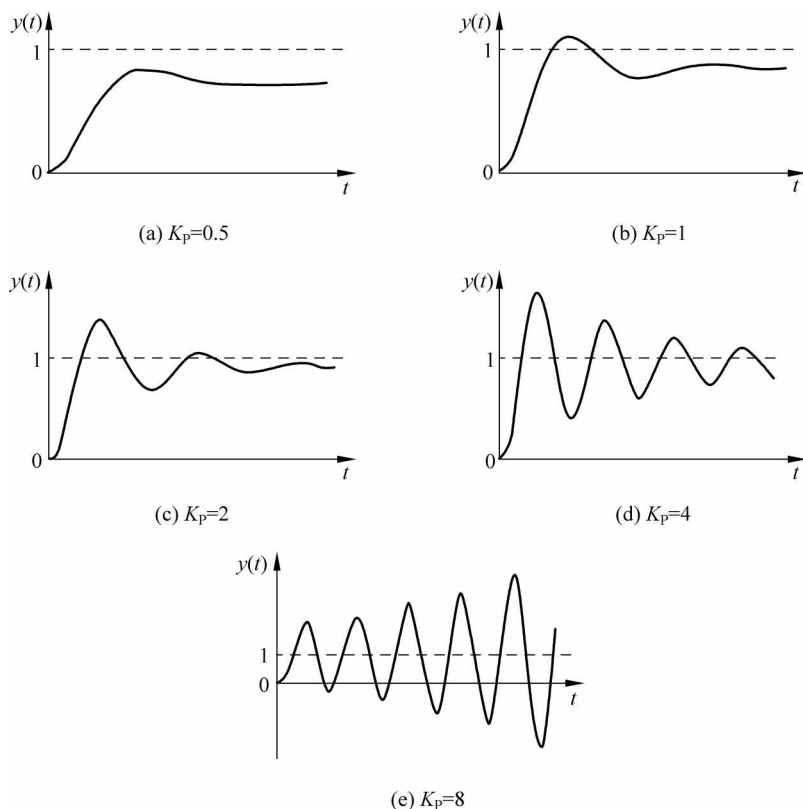
当 $K_p = 4$ 时, $Y(\infty) = 0.953$, 稳态误差为 0.047。

当 $K_p = 8$ 时, $Y(\infty) = 0.976$, 稳态误差为 0.024。

由此可见,当 K_p 加大时,可使系统动作灵敏,速度加快,在系统稳定的情况下,系统的稳态误差将减小,但却不能完全消除系统的稳态误差。 K_p 偏大时,系统振荡次数增多,调节时间加长; K_p 太大时,系统会趋于不稳定; K_p 太小,又会使系统动作缓慢。

(2) 设 $D(z) = K_p + K_I \frac{1}{1 - z^{-1}}$, 即 PI 控制, 设 $K_p = 1$ 。

系统的开环传递函数为

图 5.9 K_p 取不同值时的输出波形

$$D(z)G(z) = \frac{0.0453(1+K_1)z^{-1}\left(1 - \frac{1}{1+K_1}z^{-1}\right)(1+0.904z^{-1})}{(1-0.905z^{-1})(1-0.819z^{-1})(1-z^{-1})}$$

系统的闭环传递函数为

$$\begin{aligned} W(z) &= \frac{D(z)G(z)}{1+D(z)G(z)} \\ &= \frac{0.0453(1+K_1)z^{-1} + 0.0453(0.904K_1 - 0.096)z^{-2} - 0.04095z^{-3}}{1 + (0.0453K_1 - 2.679)z^{-1} + (0.04095K_1 + 2.461)z^{-2} - 0.782z^{-3}} \\ Y(z) &= W(z)R(z) \\ &= \frac{0.0453(1+K_1)z^{-1} + 0.0453(0.904K_1 - 0.096)z^{-2} - 0.04095z^{-3}}{1 + (0.0453K_1 - 2.679)z^{-1} + (0.04095K_1 + 2.461)z^{-2} - 0.782z^{-3}} \frac{1}{1-z^{-1}} \end{aligned}$$

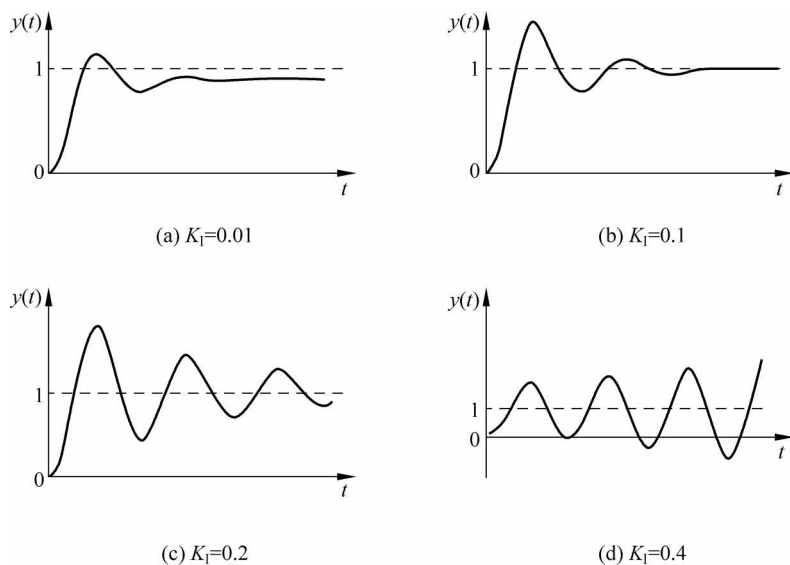
图 5.10 为 K_1 取不同值时的输出波形。

系统的输出稳态值为

$$y(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1})Y(z) = \frac{0.08625K_1}{0.08625K_1} = 1$$

可见,系统的稳态误差为 0。

由此可见,积分作用能消除稳态误差,提高控制精度。系统引入积分作用通常使系统的稳定性下降。 K_1 太大时系统将不稳定; K_1 偏大时系统的振荡次数较多; K_1 偏小时积分作用对系统的影响减少; K_1 大小比较合适时系统过渡过程比较理想。

图 5.10 K_I 取不同值时的输出波形

(3) 设 $D(z) = K_P + \frac{K_I}{1-z^{-1}} + K_D(1-z^{-1})$, 即 PID 控制, 并设 $K_P=1$ 、 $K_I=0.1$ 。

系统的开环传递函数为

$$D(z)G(z) = \frac{0.0453(1.1 + K_D)z^{-1} \left(1 - \frac{1 + 2K_D}{1.1 + K_D}z^{-1} + \frac{K_D}{1.1 + K_D}z^{-2} \right) (1 + 0.904z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 - 0.905z^{-1})(1 - 0.819z^{-1})}$$

系统的闭环传递函数为

$$W(z) = \frac{D(z)G(z)}{1 + D(z)G(z)} = \frac{(0.0498 + 0.0453K_D)z^{-1} - (0.0025 + 0.0496K_D)z^{-2} - (0.04095 + 0.0366K_D)z^{-3} + 0.04095z^{-4}}{1 + (0.0453K_D - 2.674)z^{-1} + (2.4627 - 0.0496K_D)z^{-2} - (0.7821 + 0.0366K_D)z^{-3} + 0.04095z^{-4}}$$

图 5.11 为 K_D 取不同值时的输出波形。

微分控制经常与比例控制或积分控制联合作用, 构成 PD 控制或 PID 控制。引入微分控制可以改善系统的动态特性, 当 K_D 偏小时, 超调量较大, 调节时间也较长; 当 K_D 偏大时, 超调量也较大, 调节时间较长; 只有选择合适时, 才能得到比较满意的过渡过程。

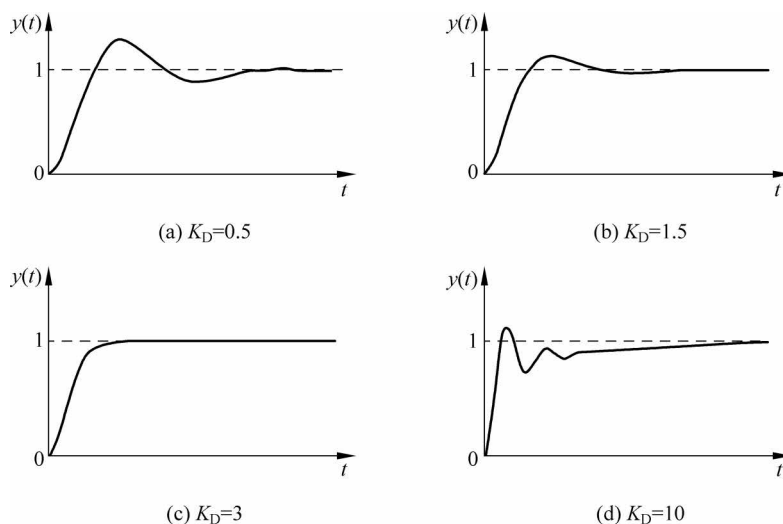
5.3.3 数字 PID 控制算法

1. 位置式

当执行机构需要控制量的全值, 此时的 PID 控制算法称为位置式 PID 控制算法。此算法一般适用于执行装置无记忆功能的场合, 如直流电机的电枢电压控制, 算法为

$$u(k) = K_P e(k) + K_I \sum_{j=0}^k e(j) + K_D [e(k) - e(k-1)]$$

上式表明, 计算机控制过程是根据采样时刻的偏差值计算控制量的, 输出控制量 $u(k)$

图 5.11 K_D 取不同值时的输出波形

直接决定了执行机构的位置(如流量、压力、阀门等的开启位置),故称位置式 PID 控制算法。

2. 增量式

当执行机构不需要控制量的全值,而是其增量,由位置式可以导出增量 PID 控制算法。由于

$$u(k) = K_P e(k) + K_I \sum_{j=0}^k e(j) + K_D [e(k) - e(k-1)]$$

$$u(k-1) = K_P e(k-1) + K_I \sum_{j=0}^{k-1} e(j) + K_D [e(k-1) - e(k-2)]$$

增量式 PID 控制算法为

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= u(k) - u(k-1) \\ &= K_P [e(k) - e(k-1)] + K_I e(k) + K_D [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \\ &= (K_P + K_I + K_D)e(k) - (K_P + 2K_D)e(k-1) + K_D e(k-2) \end{aligned}$$

增量型控制算式具有以下优点。

- (1) 计算机只输出控制增量,即执行机构位置的变化部分,因而在发生故障时影响范围小。
- (2) 在 k 时刻的增量输出 $\Delta u(k)$,只需用到此时刻的偏差 $e(k)$ 以及前一时刻的偏差 $e(k-1)$ 和前两时刻的偏差 $e(k-2)$,这大大节约了内存和计算时间。
- (3) 在进行手动/自动切换时,控制量冲击小,能够较平滑地过渡。

上述位置式 PID 控制算法中需要存储所有的偏差,且数量随着时间的延长而增长,这就要求所需的计算机有足够的内存,这种算法没实用价值,可以对其进行改造,得到如下改进的位置式 PID 控制算法。

$$u(k) = u(k-1) + (K_P + K_I + K_D)e(k) - (K_P + 2K_D)e(k-1) + K_D e(k-2)$$

在 k 时刻的输出 $u(k)$, 只需用到前一时刻的输出 $u(k-1)$ 、此时刻的偏差 $e(k)$ 以及前一时刻的偏差 $e(k-1)$ 和前两时刻的偏差 $e(k-2)$ 即可。

5.4 数字 PID 控制算法的改进

任何一种执行机构都存在一个线性工作区, 在此线性工作区内, 它可以线性地跟踪控制信号, 而当控制信号过大, 超过这个线性区时, 就进入饱和区或截止区, 其特性将变成非线性特性。同时, 执行机构还存在一定的阻尼和惯性, 控制信号的响应速度受到了限制; 执行机构的动态特性也存在一个线性工作区, 控制信号的变化率过大也会使执行机构进入非线性区。前述标准 PID 位置式算法中如果积分项控制作用过大将出现积分饱和, 增量式算法中如果微分项和比例项控制作用过大将出现微分饱和, 这都会使执行机构进入非线性区, 从而使系统出现过大的超调量和持续振荡, 动态品质变坏。为了克服以上两种饱和现象, 避免系统的过大超调量, 使系统具有较好的动态指标, 必须使 PID 控制器输出的控制信号受到约束, 即对标准的 PID 控制算法进行改进, 主要是对积分项和微分项的改进。

5.4.1 积分分离 PID 算法

在一般的 PID 控制系统中, 若积分作用太强, 会使系统产生过大的超调量, 振荡剧烈, 且调节时间过长, 对某些系统来说是不允许的。为了克服这个缺点, 可以采用积分分离的方法, 即在系统误差较大时取消积分作用, 在误差减小到某一定值之后再接上积分作用, 这样就可以既减小超调量, 改善系统动态特性, 又保持了积分作用。

设 e_0 为积分分离阈值, 则当 $|e(k)| \leq e_0$ 时, 采用 PID 控制, 可保证稳态误差为 0; 当 $|e(k)| > e_0$ 时, 采用 PID 控制, 可使超调量大幅度减小。

可表示为

$$u(k) = K_p e(k) + K_L K_I \sum_{j=0}^k e(j) + K_D [e(k) - e(k-1)]$$

其中 $K_L = \begin{cases} 1 & |e(k)| \leq e_0 \\ 0 & |e(k)| > e_0 \end{cases}$ 称为控制系数。

以阶跃响应为例, 采用积分分离 PID 的控制效果如图 5.12 所示。由此可见, 控制系统的性能有了较大的改善。

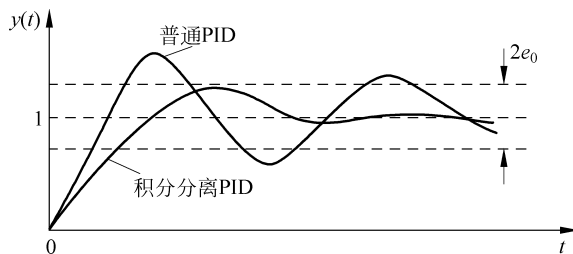


图 5.12 积分分离 PID 的控制效果

5.4.2 不完全微分 PID 算法

普通的数字 PID 调节器中的微分作用只有在第一个采样周期中起作用,不能按照偏差变化的趋势在整个调节过程中起作用;另外,微分作用在第一个采样周期中作用很强,容易溢出。

对于图 5.13 所示的 PID 控制器,现分析微分作用。

由叠加原理可知,将 PID 控制器的每个作用可单独分析,设 PID 控制器的输入为单位阶跃信号 $e(t)=1(t)$,当使用完全微分时

$$U_D(s) = K_P T_D s E(s)$$

$$u_D(t) = K_P T_D \frac{de(t)}{dt}$$

$$u_D(k) = \frac{K_P T_D}{T} [e(k) - e(k-1)]$$

则有 $u_D(0) = \frac{K_P T_D}{T}$, $u_D(1) = u_D(2) = \dots = 0$ 。可见普通数字 PID 中的微分作用,只是在第一个采样周期起作用,如图 5.14 所示,通常 $T_D \gg T$, 所以 $u(0) \gg 1$ 。

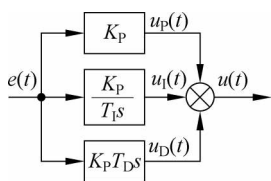


图 5.13 模拟 PID 控制器

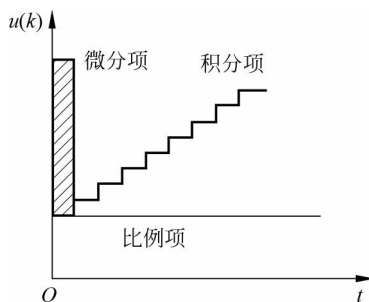


图 5.14 普通数字 PID 作用

由于微分作用容易引入高频干扰,因此,可以串接一个低通滤波器来抑制高频影响。设低通滤波器的传递函数为

$$G_f(s) = \frac{1}{T_f s + 1}$$

其中 T_f 为时间常数。不完全微分 PID 控制器如图 5.15 所示。

由于

$$T_f s U(s) + U(s) = U_1(s)$$

得

$$T_f \frac{du(t)}{dt} + u(t) = u_1(t)$$

微分用后向差代替,积分用矩形面积和代替,得

$$u(k) = au(k-1) + (1-a)u_1(k)$$

其中 $a = \frac{T_f}{T_f + T}$, $u_1(k) = K_P \left[e(k) + \frac{T}{T_I} \sum_{j=0}^k e(j) + T_D \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \right]$ 。

设 PID 控制器的输入为单位阶跃信号 $e(t)=1(t)$, 当只有微分作用使用不完全微分时

$$U(s) = \frac{K_P T_D s}{1 + T_f s} E(s)$$

$$u(t) + T_f \frac{du(t)}{dt} = K_P T_D \frac{de(t)}{dt}$$

$$u(k) = \frac{T_f}{T + T_f} u(k-1) + \frac{K_P T_D}{T + T_f} [e(k) - e(k-1)]$$

则

$$u(0) = \frac{K_P T_D}{T + T_f} \ll \frac{K_P T_D}{T}$$

$$u(1) = \frac{T_f K_P T_D}{(T + T_f)^2}$$

$$u(2) = \frac{T_f^2 K_P T_D}{(T + T_f)^3}$$

⋮

可见, 在第一个采样周期中不完全微分数字控制器的输出比完全微分数字控制器的输出幅度小得多, 而且在每个采样周期都起作用, 控制器的输出十分近似于理想的微分控制器, 如图 5.16 所示。不完全微分数字控制器具有良好的控制性能。

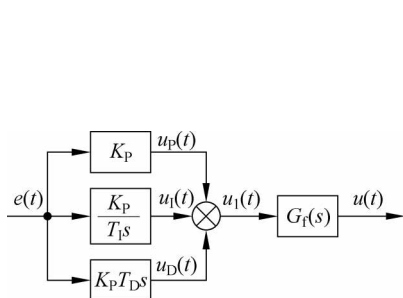


图 5.15 不完全微分 PID 控制器

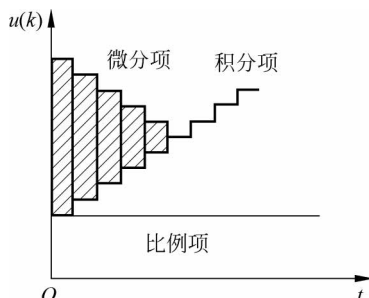


图 5.16 不完全微分数字控制器作用

不完全微分数字控制器不但能抑制高频干扰, 而且还克服了普通数字 PID 控制的缺点, 数字控制器输出的微分作用能在各个采样周期中按照误差变化的趋势均匀地输出, 改善了系统的性能。

5.4.3 微分先行 PID 算法

微分算法的另一种改进形式是微分先行 PID 结构, 它是由不完全微分数字 PID 形式变换而来的, 同样能起到平滑微分的作用。

微分环节基本形式为

$$D_D(s) = \frac{1 + T_D s}{1 + a T_D s}$$

其中 $0 < a < 1$, 可根据实际情况整定。

把微分运算放在比较器附近,就构成了微分先行 PID 结构,其有两种形式。

一种形式为输出量微分,如图 5.17(a)所示。这种形式只是对输出量 $y(t)$ 进行微分,而对给定值 $r(t)$ 不做微分处理,适用于给定值频繁变动的场合,可以避免因给定值 $r(t)$ 频繁变动时所引起的超调量过大、系统振荡等,改善了系统的动态特性。

另一种形式为偏差微分,如图 5.17(b)所示。这种形式是对偏差值 $e(t)$ 进行微分,也就是对给定值 $r(t)$ 和输出量 $y(t)$ 都有微分作用,适用于串联控制的副控回路,因为副控回路的给定值是主控调节器给定的,也应该对其做微分处理,因此,应该在副控回路中采用偏差微分的 PID。

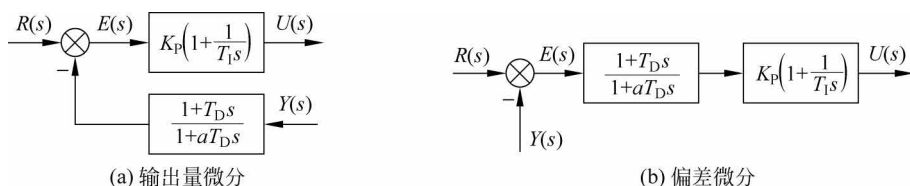


图 5.17 微分先行数字 PID 结构

5.4.4 带死区 PID 算法

在计算机控制系统中,某些生产过程的控制精度要求不太高,不希望控制系统频繁动作,如中间容器的液面控制等,这时可采用带死区的 PID 算法。所谓带死区的 PID 控制,就是在计算机中人为地设置一个不灵敏区,当偏差进入不灵敏区时,其控制输出维持上次采样的输出,当偏差超出不灵敏区时,则进行正常的 PID 运算后输出。带死区的 PID 控制器如图 5.18 所示。

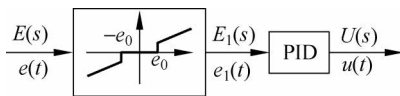


图 5.18 带死区的 PID 控制器

设引入不灵敏区为 e_0 , 则

$$e_1(t) = \begin{cases} e(t) & |e(t)| > e_0 \\ 0 & |e(t)| \leq e_0 \end{cases}$$

不灵敏区 e_0 是一个可调的参数,其具体数值可根据实际控制对象由实验确定。 e_0 值太小,使控制动作过于频繁,达不到稳定被控对象的目的; e_0 值太大,系统将产生较大的滞后;当 $e_0 = 0$ 时,则为 PID 控制。该系统可称得上是一个非线性控制系统,但在概念上与典型不灵敏区非线性控制系统不同。

5.4.5 抗积分饱和 PID 算法

实际控制系统都会受到执行元件的饱和和非线性的约束,系统执行机构所能提供的最大控制变量是有限的,即

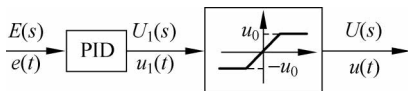


图 5.19 抗积分饱和 PID 控制器

控制变量是有限的,即

$$|u(t)| \leq u_0$$

其中 u_0 为限制值,这相当于在系统中串联了一个饱和和非线性环节,如图 5.19 所示。

控制器的输出为

$$u(t) = \begin{cases} u_1(t) & |u_1(t)| \leq u_0 \\ u_0 & |u_1(t)| > u_0 \end{cases}$$

当数字 PID 控制器输出 $u_1(t)$ 进入饱和区后,由于积分器的存在还继续对误差信号进行积分,有可能致使 $u_1(t)$ 继续深入饱和区,当误差信号 $e(t)$ 改变符号后,则需要很长时间才能退出饱和区,实现反向控制作用。这种积分饱和作用会使系统输出特性变坏,超调量增大。为此有必要对数字 PID 控制器的输出 $u_1(t)$ 有所限制,可设

$$u_1(k) = K_P e(k) + K_L K_I \sum_{j=0}^k e(j) + K_D [e(k) - e(k-1)]$$

其中 $K_L = \begin{cases} 0 & u_1(k-1) \text{sign}[e(k-1)] > u_0 \\ 1 & \text{其他} \end{cases}$ 称为控制系数。

当 $u_1(k-1)$ 工作在线性区(非饱和区),即 $|u_1(k-1)| \leq u_0$ 时,取 $K_L = 1$,积分器工作。当工作在饱和区,即 $|u_1(k-1)| > u_0$ 时,分两种情况:① 当 $u_1(k-1) > 0$ 时,如果 $e(k-1) > 0$,表明输出没有达到规定值,取 $K_L = 0$,停止积分;如果 $e(k-1) < 0$,则输出超过了规定值,取 $K_L = 1$,进行积分,使 $u(t)$ 退出饱和区。② 当 $u_1(k-1) < 0$ 时,如果 $e(k-1) < 0$,则输出没有达到规定值,取 $K_L = 0$,停止积分;如果 $e(k-1) > 0$,则输出超过了规定值,取 $K_L = 1$,进行积分。其原理示意图如图 5.20 所示。

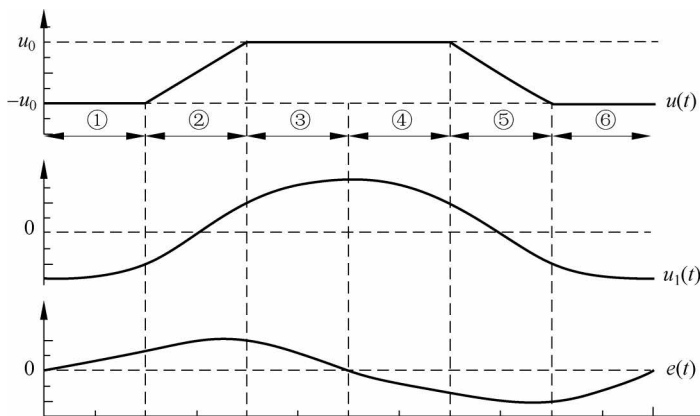


图 5.20 抗积分饱和原理示意图

其中,①为饱和区,此时 $u_1(t) < 0$ 、 $e(t) > 0$,需进行积分;②为线性区,需进行积分;③为饱和区,此时 $u_1(t) > 0$ 、 $e(t) > 0$,需停止积分;④为饱和区,此时 $u_1(t) > 0$ 、 $e(t) < 0$,需进行积分;⑤为线性区,需进行积分;⑥为饱和区,此时 $u_1(t) < 0$ 、 $e(t) < 0$,需停止积分。

5.5 数字 PID 控制器的参数整定

数字 PID 控制器的主要参数是 K_P 、 T_I 、 T_D 和采样周期 T ,系统的设计任务是选取合适的 PID 控制器参数使整个系统具有满意的动态特性,并满足稳态误差要求。

前面介绍的采样周期选取原则在这里自然是有效的,采样周期的选取不是越小越好,一方面采样周期过小会增加计算机负担;另一方面若两次采样间隔偏差信号 $e(k)$ 变化太小,

则数字控制器输出值变化不大,因而执行机构不能有效地控制被控对象。

确定 K_p 、 T_I 和 T_D 值是一项重要的工作,控制效果的好坏在很大程度上取决于这些参数的选取是否合适。确定这些控制参数可以通过理论分析方法,也可以用实验方法,特别是系统被控对象模型参数不准时,通过实验方法确定控制器参数较为有效。下面介绍的一些整定方法都是基于对工业对象的动态特性做某种简单的假设而提出的,因此,由这些整定方法得到的参数值在使用时不一定是最好的,在投入运行时,可以在这些值附近做一些调整,以达到更好的控制效果。

5.5.1 凑试法

凑试法是通过模拟或实际的闭环运行情况,观察系统的响应曲线,然后根据各调节参数对系统响应的大致影响,反复凑试参数,以达到满意的响应,从而确定 PID 控制器中的三个调节参数。其中在实践中总结出如下规律。

(1) 增大比例系数 K_p 一般将加快系统的响应,在有稳态误差的情况下有利于减小稳态误差,但过大的比例系数会使系统有较大的超调量,并产生振荡,使系统的稳定性变差。

(2) 增大积分时间 T_I 有利于减小超调量,减小振荡,使系统更加稳定,但系统稳态误差的消除将随之减慢。

(3) 增大微分时间 T_D 也有利于加快系统的响应,减小振荡,使系统稳定性增加,但系统对干扰的抑制能力减弱,对扰动有较敏感的反应。另外,过大的微分系数也使系统的稳定性变差。

在凑试时,可以参考以上的一般规律,对参数的调整为先比例,后积分,再微分的整定步骤,即:

(1) 整定比例部分,将比例系数 K_p 由小调大,并观察相应的系统响应趋势,直到得到反应快、超调量小的响应曲线。如果系统没有稳态误差或稳态误差已小到允许范围之内,同时响应曲线已较令人满意,那么只需用比例调节器即可,最优比例系数也由此确定。

(2) 如果在比例调节的基础上系统的稳态误差不能满足设计要求,则须加入积分环节。整定时一般先置一个较大的积分时间系数 T_I ,同时将第一步整定得到的比例系数 K_p 缩小一些(如取原来的 80%),然后减小积分时间系数使在保持系统较好的动态性能指标的基础上,系统的稳态误差得到消除。在此过程中,可以根据响应曲线的变化趋势反复地改变比例系数 K_p 和积分时间系数 T_I 从而实现满意的控制过程和整定参数。

(3) 如果使用比例积分控制器消除了偏差,但动态过程仍不令人满意,则可以加入微分环节,构成 PID 控制器。在整定时,可先置微分时间系数 T_D 为零,在第二步整定的基础上,增大微分时间系数 T_D ,同时相应地改变比例系数 K_p 和积分时间系数 T_I ,逐步凑试,以获得满意的调节效果和控制参数。

值得一提的是,PID 三个参数可以互相补偿,即某一个参数的减小可由其他参数增大或减小来补偿。因此,用不同的整定参数完全可以得到相同的控制效果,这也决定了 PID 控制器参数选取的非唯一性。另外,对无自平衡能力的对象,则不应包含积分环节,即只可用比例或比例微分控制器。在实时控制过程中,只要被控对象的主要性能指标达到了设计要求,就可以选定相应的控制器参数为最终参数。表 5.1 给出了常见的 PID 控制器参数的选择范围。

表 5.1 常见的 PID 控制器参数的选择范围

被控量	特 点	K_p	T_i/min	T_d/min
流量	对象时间常数小,并有噪声,故 K_p 较小, T_i 较小,不用微分	1~2.5	0.1~1	
温度	对象为多容量系统,有较大滞后,常用微分	1.6~5	3~10	0.5~3
压力	对象为容量系统,滞后一般不大,不用微分	1.4~3.5	0.4~3	
液位	在允许有稳态误差时,不必用积分和微分	1.25~5		

5.5.2 扩充临界比例度法

扩充临界比例度法是模拟控制器使用的临界比例度法的扩充,它用来整定数字 PID 控制器的参数,其整定步骤如下。

(1) 选择一个合适的采样周期。所谓合适是指采样周期足够小,一般应为对象的纯滞后时间的 1/10 以下,此采样周期用 $T_{\min}$ 表示。

(2) 用上述的 $T_{\min}$,仅让控制器做纯比例调节,逐渐增大比例系数 K_p ,直至使系统出现等幅振荡,记下此时的比例系数 K_r 和振荡周期 T_r 。

(3) 选择控制度。控制度 Q 定义为数字控制系统误差平方的积分与对应的模拟控制系统误差平方的积分之比,即

$$Q = \frac{\left[\int_0^{\infty} e^2(t) dt \right]_D}{\left[\int_0^{\infty} e^2(t) dt \right]_A}$$

对于模拟系统,其误差平方积分可由记录仪上的图形直接计算。对于数字系统则可用计算机计算。通常,当控制度为 1.05 时,就认为数字控制与模拟控制效果相同;当控制度为 2 时,数字控制比模拟控制的质量差一半。

(4) 选择控制度后,按表 5.2 求得采样周期 T 、比例系数 K_p 、积分时间常数 T_i 和微分时间常数 T_d 。

表 5.2 扩充临界比例度法整定计算公式

控制度	控制规律	T/T_r	K_p/K_r	T_i/T_r	T_d/T_r
1.05	PI	0.03	0.55	0.88	
	PID	0.014	0.63	0.49	0.14
1.20	PI	0.05	0.49	0.91	
	PID	0.043	0.47	0.47	0.16
1.50	PI	0.14	0.42	0.99	
	PID	0.09	0.34	0.43	0.20
2.00	PI	0.22	0.36	1.05	
	PID	0.16	0.27	0.40	0.22
模拟	PI		0.57	0.83	
控制器	PID		0.70	0.50	0.13
简化扩充临界	PI		0.45	0.83	
比例度法	PID	0.10	0.60	0.50	0.125

(5) 按求得的参数运行,在运行中观察控制效果,用凑试法进一步寻求满意的数值。

例 5.9 设有一直接数字控制系统,已知被控对象纯延迟时间 τ 为 10s,试整定其参数。

解: 首先选 $T_{\min} \leq \tau/10 = 1\text{s}$,并在数字控制器中去掉积分项和微分项,仅做纯比例调节,逐渐增大 K_p ,使系统出现等幅振荡,记下振荡周期 $T_r = 10\text{s}$,此时的 $K_p = K_r = 10$ 。选择控制度为 1.05,采用 PID 控制规律,按表 5.2,则可查得:

采样周期为 $T = 0.14 \times T_r = 1.4\text{s}$ 。

比例系数为 $K_p = 0.63 \times K_r = 6.3$ 。

积分时间常数为 $T_i = 0.49 \times T_r = 4.9\text{s}$ 。

微分时间常数为 $T_D = 0.14 \times T_r = 1.4\text{s}$ 。

5.5.3 扩充响应曲线法

扩充响应曲线法是将模拟控制器响应曲线法推广,用来求数字 PID 控制器参数,这个方法首先要经过试验测定开环系统对阶跃输入信号的响应曲线。具体步骤如下:

(1) 断开数字控制器,使系统在手动状态下工作,人为地改变手动信号,给被控对象一个阶跃输入信号。

(2) 用仪表记录下被控参数在此阶跃输入作用下的变化过程曲线,即对象的阶跃响应曲线,如图 5.21 所示。

(3) 在对象的响应曲线上过拐点 P (最大斜率处)做切线,求出等效纯滞后时间 τ 相等效时间常数 T_m ,并求出它们的比值 T_m/τ 。

(4) 选择控制度。

(5) 根据所求得的 τ 、 T_m 和 T_m/τ 的值,查表 5.3,即可求得控制器的 T 、 K_p 、 T_i 和 T_D 。

(6) 投入运行,观察控制效果,适当修正参数,直到满意为止。

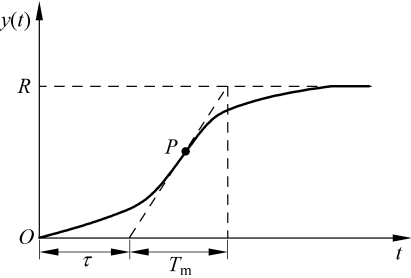


图 5.21 对象的阶跃响应曲线

表 5.3 扩充响应曲线法整定计算公式

控制度	控制规律	T/τ	$K_p/(T_m/\tau)$	T_i/τ	T_D/τ
1.05	PI	0.10	0.84	3.40	
	PID	0.05	1.15	2.00	0.45
1.20	PI	0.20	0.78	3.60	
	PID	0.16	1.00	1.90	0.55
1.50	PI	0.50	0.68	3.90	
	PID	0.34	0.85	1.62	0.65
2.00	PI	0.80	0.57	4.20	
	PID	0.60	0.60	1.50	0.82
模拟	PI		0.90	3.30	
控制器	PID		1.20	2.00	0.40
简化扩充	PI		0.90	3.30	
响应曲线法	PID		1.20	3.00	0.50

习题 5

1. 为什么 PID 控制仍是过程控制中应用最普遍的控制规律?
2. 增量式 PID 调节为什么优于位置式 PID 调节? 它们有什么根本的区别?
3. 在计算机控制系统中, 采样周期的选择要注意什么问题?
4. 某控制系统中的控制器为

$$D(s) = \frac{1}{s^2 + 0.2s + 1}$$

设采样周期 $T=1\text{s}$, 试用后向差分变换法求数字控制器 $D(z)$ 及其控制算法。

5. 某控制系统中的控制器为

$$D(s) = \frac{s+1}{0.2s+1}$$

设采样周期 $T=0.1\text{s}$, 试用前向差分变换法求数字控制器 $D(z)$ 及其控制算法。

6. 某控制系统中的控制器为

$$D(s) = \frac{s+1}{0.1s+1}$$

设采样周期 $T=0.25\text{s}$, 试用双线性变换法求数字控制器 $D(z)$ 及其控制算法。

7. 某控制系统中的控制器为

$$D(s) = \frac{1}{s^2 + 0.2s + 1}$$

设采样周期 $T=1\text{s}$, 特征频率为 $1^\circ/\text{s}$, 试用预畸变双线性变换法求数字控制器 $D(z)$ 及其控制算法。

8. 某控制系统中的控制器为

$$D(s) = \frac{1}{s^2 + 0.2s + 1}$$

设采样周期 $T=1\text{s}$, 试用零极点匹配变换法求数字控制器 $D(z)$ 及其控制算法。

9. 设临界振荡周期为 2.5s , 临界比例系数为 6, 控制度为 1.5, 试用扩充临界比例度法确定 PID 控制参数。