

Chapter 9

第9章



静电场

电学(electricity)是物理学的分支学科之一。“电”一词在中国是从雷电现象中引出来的,主要研究“电”的形成及其应用。

自18世纪中叶以来,人们对电的研究逐渐蓬勃开展。它的每项重大发现都引起广泛的实用研究,从而促进科学技术的飞速发展。现今,无论人类生活、科学技术活动以及物质生产活动都离不开电。随着科学技术的发展,某些带有专门知识的研究内容逐渐独立,形成专门的学科,如电子学、电工学等。电磁学(electromagnetism)是研究电、磁现象及其相互作用规律和应用的物理学分支学科。根据近代物理学的观点,磁的现象是由运动电荷所产生的,因而在电学的范围内必然不同程度地包含磁学的内容。所以,电磁学和电学的内容很难截然划分,而“电学”有时也就作为“电磁学”的简称。

电磁学从原来互相独立的两门科学(电学、磁学)发展成为物理学中一个完整的分支学科,主要是基于两个重要的实验发现,即电流的磁效应和变化的磁场的电效应。这两个实验现象,加上麦克斯韦关于变化电场产生磁场的假设,奠定了电磁学的整个理论体系,发展了对现代文明起重大影响的电工和电子技术。

电子的发现,使电磁学与原子和物质结构的理论结合了起来,洛伦兹(Hendrik Antoon Lorentz, 1853—1928年,荷兰物理学家、数学家)的电子论把物质的宏观电磁性质与光学性质归结为原子中电子的效应,统一地解释了电、磁、光现象。

电磁学是物理学的一个分支。电学与磁学领域有着紧密关系,广义的电磁学包含电学和磁学,但狭义来说,它是一门探讨电性与磁性交互关系的学科。电磁学的主要研究内容包括电磁波、电磁场以及有关电荷、带电物体的动力学等。

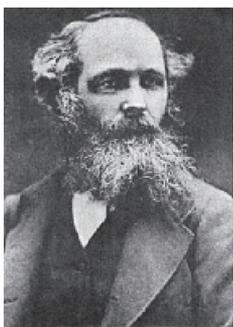
电磁运动是物质运动的又一种基本运动形式。电磁相互作用是自然界已知的四种基本相互作用之一,自然界里的所有变化,几乎都与电和磁相联系,所以,研究电磁运动对于深入认识物质世界是十分重要的。同时,由于电磁学已经渗透到现代科学技术的各个领域,并已成为许多科学和技术的理论基础,因而学习电磁学,掌握电磁运动的基本规律,具有极其重要的意义。

一般来说,运动电荷将同时激发电场和磁场,电场和磁场是相互联系的。但是,在某种情况下,例如,当我们所研究的电荷相对于观察者静止时,电荷在这个静止的参考系中就只激发电场,而无磁场。这个电场就是本章所讨论的静电场。场是物质存在的一种特殊形式,是不同于以往的研究对象。

本章的主要内容有:真空中静电场的基本定律——库仑定律,静电场的两条基本定理——高斯定理和环路定理,描述静电场的两个基本物理量——电场强度和电势。



查利·奥古斯丁·库仑(Charlse-Augustin de Coulomb, 1736—1806年),法国工程师、物理学家。他用扭秤测量静电力和磁力,导出了著名的库仑定律。库仑定律使电磁学的研究从定性进入定量阶段,是电磁学发展史上一块重要的里程碑。1781年他发现了摩擦力与正压力的关系,得出摩擦定律、滚动定律和滑动定律。



詹姆斯·克拉克·麦克斯韦 (James Clerk Maxwell, 1831—1879 年), 英国物理学家、数学家, 经典电动力学的创始人, 统计物理学的奠基人之一。他主要从事电磁理论、分子物理学、统计物理学、光学、力学、弹性理论方面的研究, 尤其是他建立的电磁场理论, 将电学、磁学、光学统一起来, 是科学史上最伟大的综合之一。他预言了电磁波的存在, 提出了光的电磁说, 麦克斯韦方程组不仅是电磁学的基本定律, 也是光学的基本定律, 是 19 世纪物理学发展的最光辉的成果。他的著作有《论电和磁》《论法拉第的力线》《论物理的力线》《电磁场的动力学理论》和《电磁理论》等。

9.1 电荷和库仑定律

9.1.1 电荷的量子化

人们对电荷的认识最早是从摩擦起电现象和自然界的雷电现象开始的。实验指出, 自然界中存在两种**电荷 (electric charge)**, 即正电荷和负电荷。用丝绸摩擦的玻璃棒带正电, 用毛皮摩擦的橡胶棒带负电。同种电荷互相排斥, 异种电荷互相吸引, 这种相互作用力称为**电场力**, 如图 9-1 所示。物体所带电荷的多少叫作电荷量 (简称电量), 常用 Q 或 q 表示, 在国际单位制中, 电荷量的单位是库仑 (C, 简称库)。1897 年英国物理学家汤姆孙 (J. J. Thomson) 发现了电子, 验证了电子带负电, 并直接测出了电子的电荷量。后来人们又发现了质子和中子。质子带正电荷, 中子不带电。一个质子和一个电子所带电荷量的绝对值相等。原子的电性是由它所包含的质子数和电子数决定的。在正常情况下, 原子核所带的质子数与核外的电子数相等, 整个原子呈**电中性 (electric neutrality)**。如果原子中失去一个或多个电子, 原子就表现为带正电; 如果原子获得一个或多个电子, 原子就表现为带负电。中性分子或原子失去或获得电子的过程, 称为**电离**。



图 9-1 头发带静电后互相排斥

1913年,密立根(R. A. Milikan, 1868—1953年,美国物理学家)在他的油滴实验中发现,油滴上的电荷量总是某一基本电荷的整数倍,证实了微小粒子所带电荷的变化是不连续的,它只能是基本电荷 e 的整数倍,即 $q=ne$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$)。这种电荷量只能一份一份地取分立的、不连续的数值的性质,叫作**电荷的量子化(charge quantization)**。电荷量子化是一个实验规律,现有的实验结果已在相当高的精度下检验了电荷的量子化。不过,常见的宏观带电体所带的电荷量远大于电子的电荷量,在一般灵敏度的电学测试仪器中,电荷的量子性是显示不出来的。因此,在分析带电情况时,可以认为电荷是连续变化的。

迄今所知,电子是自然界中存在的最小负电荷,质子是最小的正电荷。它们的带电量都是**基本电荷 e** ,

$$e = 1.602\ 177\ 33 \times 10^{-19} \text{ C}$$

1964年,盖尔曼(Murray Gell-Mann, 1929—2019年,美国物理学家)等提出夸克模型,即一些粒子是由被称为夸克和反夸克的更小的粒子组成,每一个夸克带有 $\pm 2e/3$ 或 $\pm e/3$ 电荷量。盖尔曼因此贡献在1969年获得了诺贝尔物理学奖。在夸克模型中,夸克是受到“禁闭”的。迄今为止,尚未在实验中找到自由状态的夸克。现在,分数电荷仍是一个悬而未决的命题。不过,好在分数电荷存在,仍然不会改变电荷量子化的结论,只不过新的基本电荷量是原来的 $1/3$ 而已。

9.1.2 电荷守恒定律

在正常情况下,物质是由呈电中性的原子组成的,其整体也呈电中性。要使物体带电,可利用摩擦起电、接触起电、静电感应等方法。摩擦起电和其他起电过程的大量实验事实表明,任何使物体起电的过程或带电体被中和的过程,都是电荷从一个物体转移到另一个物体,或从物体的一部分转移到另一部分。在这种过程中,电荷既不能消灭,也不能产生,只能使原有的电荷重新分布。由此就可以总结出**电荷守恒定律(law of conservation of charge): 一个孤立系统的总电荷(即系统中所有正、负电荷之代数和)在任何物理过程中始终保持不变**。所谓孤立系统,就是指它与外界没有电荷的交换。

在微观过程中,近代科学研究表明电荷守恒定律仍然成立。例如,高能光子(γ 射线)和一个重原子相碰时,该光子会转化为一对正负电子(电子对产生);反之,当一对正负电子在一定条件下相遇时,又会同时消失而产生两个或三个光子(电子对的湮灭)。光子不带电,正负电子所带的电荷等量异号,故在此微观过程中,尽管粒子产生或湮灭,但过程前后的电荷的代数和仍没有变。

电荷守恒定律就像能量守恒定律、动量守恒定律和角动量守恒定律那样,也是自然界中一条基本的守恒定律,在宏观和微观领域中普遍适用,是物理学中普遍的基本定律之一。

9.1.3 库仑定律

1785年,法国物理学家库仑通过扭秤实验,总结出真空中两个静止的点电荷间相互作用的基本规律,称为真空中的库仑定律,简称**库仑定律(Coulomb law)**。**点电荷**是一种理想

模型,是指当带电体的形状和大小与它们之间的距离相比能够忽略时,可以将带电体看作是电荷量集中于一个几何点上,因此点电荷是对实际带电体的一种简化和抽象,是一个理想化模型。同力学中的质点模型一样,点电荷可以使电学中问题的研究大为简化。一个带电体能否看成一个点电荷,必须根据具体情况来决定。虽然有时不能把一个带电体看成一个点电荷,但是可以把它看为许多点电荷的集合体,从而能够由点电荷遵从的规律出发,得出我们所寻找的结论。



动画：库仑定律



库仑定律可表述为：**在真空中,两个静止的点电荷之间的相互作用力同号相斥,异号相吸,方向沿着它们的连线;作用力的大小与电荷量的乘积成正比,与它们之间距离的平方成反比。**

如图 9-2 所示,两个点电荷 q_1 和 q_2 ,若以 \mathbf{r} 表示 q_2 以 q_1 为起点的位矢,其大小为 $|\mathbf{r}|=r$,方向从 q_1 指向 q_2 ,则电荷 q_2 受到 q_1 的作用力 \mathbf{F} 为

$$\mathbf{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right) = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (9-1)$$

式中, $\mathbf{e}_r = \mathbf{r}/r$ 是沿 \mathbf{r} 方向的单位矢量,它标志着位矢的方向; k 是比例系数,在国际单位制中, $k = 8.9875 \times 10^9 (\text{N} \cdot \text{m}^2)/\text{C}^2$,计算时,我们通常取近似值 $k \approx 9 \times 10^9 (\text{N} \cdot \text{m}^2)/\text{C}^2$ 。

在电磁学中,我们引入一个新的常量 ϵ_0 来取代 k 。

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.8542 \times 10^{-12} \text{C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$$

常量 ϵ_0 称为真空电容率或真空介电常数。这样,真空中库仑定律便可完整地表示成如下的常用形式:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (9-2)$$

当两个点电荷 q_1, q_2 是同种电荷时,乘积 $q_1 q_2 > 0$, \mathbf{F} 的方向沿 \mathbf{e}_r 的方向,表示库仑力为斥力;当两个点电荷 q_1, q_2 是异种电荷时, $q_1 q_2 < 0$, \mathbf{F} 的方向沿 \mathbf{e}_r 的反方向,表示库仑力为引力。

需要说明的是,虽然引入常量 ϵ_0 后库仑定律的形式变得复杂了,但是以后我们将会看到,用此推导出的重要电磁学公式中,却不会出现 4π 因子,从而使公式变得简洁。

两个点电荷 q_1 与 q_2 之间的库仑力是一对作用力与反作用力,如果电荷 q_2 受到 q_1 的作用力是 \mathbf{F} ,则电荷 q_1 受到 q_2 的作用力是 $-\mathbf{F}$ 。

库仑定律是从实验总结出来的规律,是静电场理论的基础。

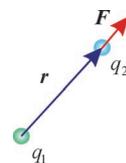


图 9-2 库仑定律

[例题 9-1]

在氢原子的玻尔模型中,电子在静电力的作用下以一定的半径绕质子转动。设电子圆周运动轨道半径为 $r=5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ 。试比较它们之间的静电力和万有引力的大小。

解 电子和质子的电荷量和质量分别为 $q_e=-e, m_e=9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $q_p=e, m_p=1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 。由库仑定律和万有引力定律可得,氢原子中的电子和质子间的静电力和万有引力的大小分别为

$$F_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{9.0 \times 10^9 \times (1.60 \times 10^{-19})^2}{(5.3 \times 10^{-11})^2} \text{ N} = 8.2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_g = \frac{Gm_e m_p}{r^2} = \frac{6.7 \times 10^{-11} \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.7 \times 10^{-27}}{(5.3 \times 10^{-11})^2} \text{ N} = 3.7 \times 10^{-47} \text{ N}$$

它们大小的比值为

$$\frac{F_e}{F_g} = 2.2 \times 10^{39}$$

由此可知,在原子内部静电力比万有引力大得多,它们相差 39 个数量级。因此,在考虑原子内部的相互作用时,万有引力完全可以忽略不计。

9.1.4 静电力叠加原理

静电力是矢量,满足矢量运算法则。当真空中有两个以上的点电荷时,作用在某一点电荷上的总静电力,等于其他各点电荷单独存在时对该点电荷所施加的静电力的矢量和。这是**静电力叠加原理**。

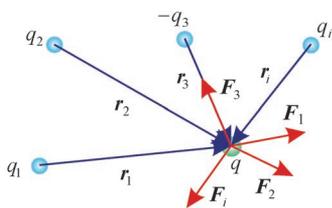


图 9-3 静电力的叠加原理

如图 9-3 所示,设 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n$ 分别为点电荷 q_1, q_2, \dots, q_n 单独存在时对点电荷 q 作用的静电力,则电荷 q 所受静电力的合力 \mathbf{F} (矢量和) 为

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_i}{r_i^2} \mathbf{e}_{ri}$$

式中, r_i 为第 i 个点电荷 q_i 到受力电荷 q 的距离, \mathbf{e}_{ri} 为第 i 个点电荷 q_i 指向 q 的单位矢量。

9.2 电场和电场强度

9.2.1 电场

库仑定律只给出了两个点电荷之间相互作用的定量关系,并未指明这种作用是通过怎样的方式进行的。日常生活中的许多实际例子告诉我们,相互作用必须借助于物质来传递,

并且相互作用的传递需要一定的时间,也就是说作用是以一定的速度传递的。两个带电体在真空中并未直接接触,那么它们之间的相互作用是如何实现的呢?对于这个问题历史上曾有长期的争论。一种观点认为,这类力不需要任何媒介,也不需要时间,就能由一个物体立刻作用到另一个相隔一定距离的物体上去,这种观点叫作“超距作用”。另一种观点认为这类力也是通过它们中间的媒介物质传递过去的,只是这种媒介我们看不见,这种媒介物质是充满空间的一种弹性物质,称为“以太”,这种观点叫作“近距作用”。直到 20 世纪,人们才从电、磁现象的实践和电磁波的发现中逐渐形成另一种观点:库仑力不是超距作用,电相互作用是通过场以有限速度传播的。充满空间的弹性物质“以太”也不存在。也就是说,任何带电体的周围空间内都存在着一种特殊物质,这种特殊物质叫作由该带电体所激发的**电场(electric field)**,当另一个带电体处于该带电体所激发的电场之中时,它就要受到所在处的电场作用。换句话说,电荷与电荷之间是通过电场这种特殊物质而相互作用的。

例如,两个电荷 q_1 、 q_2 间的相互作用,可以看作是 q_1 作为场源电荷在周围空间激发的电场对电荷 q_2 有力的作用,也可以看作是 q_2 作为场源电荷在周围空间激发的电场对电荷 q_1 有力的作用。

现代科学和实践证明,场是物质存在的一种形式,它与实物一样也具有能量、动量和质量。但是场是一种特殊的物质,它与我们平常所理解的由分子、原子等微粒所构成的物质在表现的形态上是不相同的。实物和场的不同具体体现在:①实物物质具有大小确定的存在空间,场是弥散在整个空间的;②实物物质具有不可入性,但它的运动形态具有可叠加性;场本身和运动形态都具有可叠加性。

如果带电体相对于观察者所在的惯性参考系(例如地球等)是静止的,那么在这带电体周围存在的电场称为**静电场(electrostatic field)**。

静电场的对外表现:①引入电场中的带电体,都要受到电场对其作用的力;②当带电体在电场中移动时,电场所作用的力要对带电体做功。这表明电场具有能量;③电场能对引入电场中的导体产生静电感应,电场也能对引入电场中的电介质产生极化现象。

在这一章中,我们将通过静电场的这些对外表现来研究电场的性质。我们由电场强度和 Gauss 定理来研究电场对电荷所作用的力,由电势能和电势的概念来讨论电场所作用的力对带电体所做的功,在第 10 章研究导体的静电感应和电介质的极化现象。

9.2.2 电场强度

既然可以把一个电荷引到空间某点,用观察它是否受到电场力的作用来判断该点是否存在电场,那么我们也一定可以根据这个电荷在该点受到的电场力的大小和方向来表征该点电场的状况。

实验表明,在一般情况下,当把电荷 q_0 引入某带电体所产生的电场时,电荷 q_0 所产生的电场的作用引起了带电体上电荷的重新分布,因而带电体在周围所激发的电场情况也发生了改变。可是,如果 q_0 的电荷量很小,它所引起的电场变化也将很小。为此,可利用一个电荷量必须很小的正电荷 q_0 (称其为试验电荷)来检测电场。对于试验电荷而言,它应是点电荷,以便能细致地反映出电场中各点的性质。

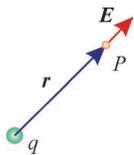


图 9-4 点电荷电场

如图 9-4 所示,在电荷 q 形成的电场中 P 点,先后放置一系列量值不同而电性相同的试验电荷,例如 $q_0, 2q_0, 3q_0, \dots$, 实验指出,试验电荷受力的方向相同、而大小不同,相应地为 $F, 2F, 3F, \dots$, 显然,在同一点 P 上,有

$$\frac{F}{q_0} = \frac{2F}{2q_0} = \frac{3F}{3q_0} = \dots = \text{恒矢量}$$

这表明在电场中的某一个确定点上,若试验电荷的量值改变,它所受的力的大小也改变,但后者与前者之比这个矢量却是确定而不变的,亦即其大小和方向是一定的。换句话说,在电场中某一确定点上,尽管我们可以引入量值不同的试验电荷,然而,试验电荷所受的力与其量值之比并不因之而变,它与试验电荷的量值无关。

实验表明,对于电场中不同的点,一般来说,矢量 F/q_0 的大小和方向是不同的,但各点分别都有其确定的大小和方向。

由此可见, F/q_0 只与激发电场的电源电荷和电场中各点的位置有关,而与试验电荷 q_0 无关。于是我们可在电场中每一点上,把所测出的作用于该处试验电荷上的力 F 与 q_0 之比 F/q_0 , 作为描述静电场性质的一个物理量,称为**电场强度 (electric field strength)** (有时简称场强),用 E 表示,即

$$E = \frac{F}{q_0} \tag{9-3}$$

从上述电场强度的定义式可知,电场中某点的电场强度是一个矢量,其大小等于位于该点的单位正电荷所受的力的大小,其方向与正电荷在该点所受电场力的方向一致。

在国际单位制中,电场强度的单位为牛顿/库仑(N/C)或伏/米(V/m)。以后可以看到,这两种单位是等同的,在电工学中常常使用后者。

电场的存在与否是客观的,与是否引入试验电荷无关。引入试验电荷只是为了检验电场的存在和讨论电场的性质而已。

9.2.3 点电荷的电场强度

由库仑定律及电场强度的定义,可求得真空中点电荷周围电场的电场强度。如图 9-5 所示,在真空中,点电荷 Q 位于直角坐标系的原点,由原点 O 指向场点 P 的位矢为 r 。若把试验电荷 q_0 置于场点 P ,由库仑定律式(9-2)和电场强度定义式(9-3)可得,点电荷 Q 在任意点 P 处的电场强度

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_0}{r^2} e_r}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} e_r \tag{9-4}$$

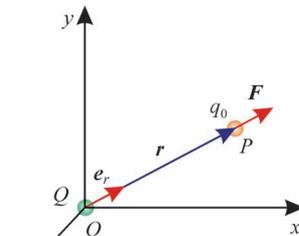


图 9-5 点电荷的电场强度

式中, $e_r = r/r$ 是沿 r 方向的单位矢量。由此可以看出,如果以点电荷 Q 为球心,并以 r 为半径作一球面,球面上所有点的电场强度大小都相等,电场强度的方向均沿该点位矢 r 的方向,即点电荷的电场具有球对称性。当 Q 为正电荷(即 $Q > 0$)时, E 的方向与 r 的方向相同;当 Q 为负电荷(即 $Q < 0$)时, E 的方向与 r 的方向相反。如果电场中各处的电场强度大

小相等,电场强度的方向一致,这种电场叫作**匀强电场**或**均匀电场**,否则为非均匀电场。因此,真空中点电荷的电场是非均匀电场。

9.2.4 电场强度叠加原理

一般来说,空间可能存在有许多点电荷组成的点电荷系,那么点电荷系的电场强度如何计算呢?下面从力的叠加原理引出电场强度叠加原理。

如图 9-6 所示的点电荷系,设在点电荷 q_1, q_2, \dots, q_n 共同激发的电场中点 P , 放置一个试验电荷 q_0 。根据静电力叠加原理,试验电荷所受的力 \mathbf{F} , 等于各点电荷 q_1, q_2, \dots, q_n 单独存在时产生的电场施于试验电荷的力 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n$ 的矢量和, 即

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n$$

用 q_0 除上式两边, 并根据电场强度的定义, 得到

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i \quad (9-5)$$

式中, $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \dots, \mathbf{E}_n$ 分别代表 q_1, q_2, \dots, q_n 单独存在时在点 P 产生的电场强度, 而 \mathbf{E} 代表这些点电荷同时存在时点 P 的总电场强度, 即**电场中任何一点的总电场强度等于各个点电荷在该点产生的电场强度的矢量和**。这就是**电场强度叠加原理**, 其数学表达式为

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \mathbf{e}_{ri} \quad (9-6)$$

式中, r_i 表示第 i 个场源电荷 q_i 到所研究的场点 P 的距离, \mathbf{e}_{ri} 表示由 q_i 所在点指向点 P 的单位矢量。电场强度叠加原理是电场的基本性质之一。

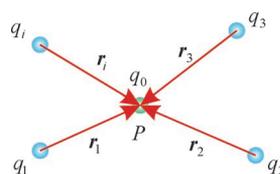


图 9-6 点电荷系的电场

[例题 9-2]

电偶极子(electric dipole)是由两个相距很近的带等量异号的点电荷 $+q$ 和 $-q$ 组成的点电荷系。从 $-q$ 到 $+q$ 的矢量线段 l 称为电偶极子的臂。定义矢量 $\mathbf{p} = ql$, \mathbf{p} 称为**电偶极矩**(electric moment), 试求: (1) 电偶极子中垂线上距中心较远处一点的电场强度; (2) 电偶极子延长线上距中心较远处一点的电场强度。

解 (1) 如图 9-7(a) 所示, 设 $+q$ 和 $-q$ 到电偶极子中垂线上距中心较远处一点 P 的位置分别为 r_+ 和 r_- 。点 P 到电偶极子中心的距离为 r 。由式(9-4), $+q$ 和 $-q$ 在点 P 处产生的电场强度分别为

$$\mathbf{E}_+ = \frac{qr_+}{4\pi\epsilon_0 r_+^3}$$

$$\mathbf{E}_- = \frac{-qr_-}{4\pi\epsilon_0 r_-^3}$$

因点 P 距离电偶极子很远, 即 $r \gg l$, 有 $|r_+| = |r_-| \approx |r|$, 另外有矢量关系 $\mathbf{r}_+ - \mathbf{r}_- = -l$, 则点 P 处合电场强度为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3}(\mathbf{r}_+ - \mathbf{r}_-) = \frac{-ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{-\mathbf{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

此结果表明：电偶极子中垂线上距离中心较远处一点的电场强度，与电偶极子的电偶极矩成正比，与该点离电偶极子中心的距离的三次方成反比，方向与电偶极矩方向相反。

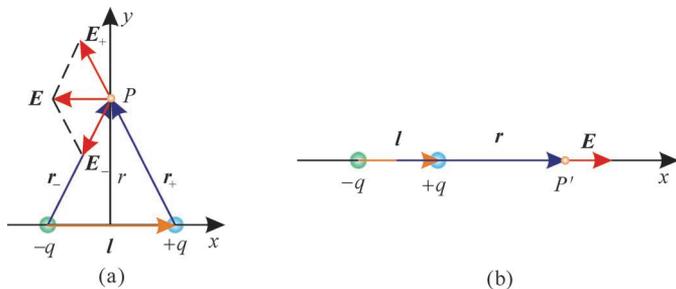


图 9-7 例题 9-2 用图

(2) 如图 9-7(b)所示，电偶极子中心到电偶极子延长线上距中心较远处一点 P' 的位矢为 r ，用 \mathbf{i} 表示水平向右的单位矢量，则在 P' 点处的合电场强度等于 $+q$ 和 $-q$ 单独存在时在点 P' 处产生的电场强度的矢量和，即

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- = \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0 (r - l/2)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (r + l/2)^2} \right] \mathbf{i}$$

因 $r \gg l$ ，有 $\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2 \approx r^4$ ，所以可近似求出

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

此结果表明：电偶极子延长线一点的电场强度与电偶极子的电偶极矩成正比，与该点离电偶极子中心的距离的三次方成反比，方向与电偶极矩方向相同。

9.2.5 电荷连续分布带电体电场中的电场强度

对于一些电荷连续分布的带电体，如一维线分布的带电细杆、带电圆环，二维面分布的带电平板、带电球壳，以及三维体分布的带电球、带电圆柱体等，显然不能直接利用电场强度叠加原理式(9-5)计算它们在空间产生的电场强度。

处理连续带电体问题的一般方法是：虽然不能把整个带电体看成是点电荷来处理，但是任意带电体都可以分成很多电荷元 dq ，并可以把 dq 看作是点电荷，整个带电体在空间一点 P 产生的电场强度，就可以看作是这些电荷元在点 P 产生的电场强度的叠加。如果点 P 相对于电荷元 dq 的距离为 r ，则 dq 在点 P 产生的电场强度为

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \mathbf{e}_r$$

式中， \mathbf{e}_r 为由 dq 指向点 P 的单位矢量。对上式求矢量积分，可得整个带电体在该点产生的电场强度