

第 1 章 资金时间价值的计算及应用

人们无论从事何种经济活动,都必须花费一定的时间。在一定意义上讲,时间是一种最宝贵也是最有限的“资源”。有效地使用资源可以产生价值,所以对时间因素的研究是工程经济分析的重要内容。要正确评价技术方案的经济效果,就必须研究资金的时间价值。

1.1 利息的概念与计算

1.1.1 资金时间价值的概念

在工程经济计算中,技术方案的经济效益,所消耗的人力、物力和自然资源,最后都是以价值形态,即资金的形式表现出来的。资金运动反映了物化劳动和活劳动的运动过程,而这个过程也是资金随时间运动的过程,因此,在工程经济分析时,不仅要着眼于技术方案资金量的大小(资金收入和支出的多少),而且也要考虑资金发生的时间。资金是运动的价值,资金的价值是随时间变化而变化的,是时间的函数,随时间的推移而增值,其增值的这部分资金就是原有资金的时间价值。其实质是资金作为生产经营要素,在扩大再生产及其资金流通过程中,资金随时间周转使用的结果。

影响资金时间价值的因素很多,其中主要有以下几点。

(1) 资金的使用时间。在单位时间的资金增值率一定的条件下,资金使用时间越长,则资金的时间价值越大;使用时间越短,则资金的时间价值越小。

(2) 资金数量的多少。在其他条件不变的情况下,资金数量越多,资金的时间价值就越大;反之,资金的时间价值则越小。

(3) 资金投入和回收的特点。在总资金一定的情况下,前期投入的资金越多,资金的负效益越大;反之,后期投入的资金越多,资金的负效益越小。而在资金回收额一定的情况下,离现在越近的时间回收的资金越多,资金的时间价值就越大;反之,离现在越远的时间回收的资金越多,资金的时间价值就越小。

(4) 资金周转的速度。资金周转越快,在一定的时间内等量资金的周转次数越多,资金的时间价值越大;反之,资金的时间价值越小。

总之,资金的时间价值是客观存在的,生产经营的一项基本原则就是充分利用资金的时间价值并最大限度地获得其时间价值,这就要加速资金周转,尽早回收资金,并不断从事利润较高的投资活动;任何资金的闲置都是损失资金的时间价值。

1.1.2 利息与利率的概念

对于资金时间价值的换算方法与采用复利计算利息的方法完全相同。因为利息就是

资金时间价值的一种重要表现形式。而且通常用利息额的多少作为衡量资金时间价值的绝对尺度,用利率作为衡量资金时间价值的相对尺度。

1. 利息

在借贷过程中,债务人支付给债权人超过原借贷金额的部分就是利息,即

$$I = F - P \quad (1.1)$$

式中, I ——利息;

F ——目前债务人应付(或债权人应收)总金额,即还本付息总额;

P ——原借贷金额,常称为本金。

从本质上看,利息是由贷款发生利润的一种再配。在工程经济分析中,利息常常被看作资金的一种机会成本。这是因为如果放弃资金的使用权利,相当于失去收益的机会,也就相当于付出了一定的代价。事实上,投资就是为了在未来获得更大的收益而对目前的资金进行某种安排。很显然,未来的收益应当超过现在的投资,正是这种预期的价值增长才能刺激人们从事投资。因此,在工程经济分析中,利息常常是指占用资金所付的代价或者是放弃使用资金所得的补偿。

2. 利率

在经济学中,利率的定义是从利息的定义中衍生出来的。也就是说,在理论上先承认了利息,再以利息来解释利率。在实际计算中,正好相反,常根据利率计算利息。

利率就是在单位时间内所得利息额与原借贷金额之比,体现借贷资金增值的程度,通常用百分数表示,即

$$i = \frac{I_t}{P} \times 100\% \quad (1.2)$$

式中, i ——利率;

I_t ——单位时间内所得的利息额。

用于表示计算利息的时间单位称为计息周期,计息周期 t 通常为年、半年、季、月、周或天。

【例 1.1】 某公司现借得本金 1000 万元,一年后付息 80 万元,则年利率为

$$\frac{80}{1000} \times 100\% = 8\%$$

利率是各国发展国民经济的重要杠杆之一,利率的高低由以下因素决定。

(1) 利率的高低首先取决于社会平均利润率的高低,并随之变动。在通常情况下,社会平均利润率是利率的最高界限。因为如果利率高于利润率,无利可图就不会去借款。

(2) 在社会平均利润率不变的情况下,利率高低取决于金融市场上借贷资本的供求情况,借贷资本供过于求,利率便下降;反之,求过于供,利率便上升。

(3) 借出资本要承担一定的风险,风险越大,利率也就越高。

(4) 通货膨胀对利息的波动有直接影响,资金贬值往往会使利息无形中成为负值。

(5) 借出资本的期限长短。贷款期限长,不可预见因素多,风险大,利率就高;反之利率就低。

3. 利息和利率在工程经济活动中的作用

1) 利息和利率是以信用方式动员和筹集资金的动力

以信用方式筹集资金有一个特点,就是自愿性,而自愿性的动力在于利息和利率。比如,一个投资者首先要考虑的是投资某一项项目所得到的利息是否比把这笔资金投入其他项目所得的利息多,如果多,他就可以在这个项目投资;如果所得的利息达不到其他项目的利息水平,他就可能不在这个项目投资。

2) 利息促进投资者加强经济核算,节约使用资金

投资者借款需付利息,增加支出负担,这就促使投资者必须精打细算,把借入资金用到刀刃上,减少借入资金的占用,以少付利息,同时可以使投资者自觉减少多环节占压资金。

3) 利息和利率是宏观经济管理的重要杠杆

国家在不同的时期制定不同的利息政策,对不同地区、不同行业规定不同的利率标准,就会对整个国民经济产生影响。例如,对于限制发展的行业,利率规定得高一些;对于提倡发展的行业,利率规定得低一些,从而引导行业和企业生产经营服从国民经济发展的总方向。同样,占用资金时间短的,收取低息;占用时间长的,收取高息。对产品适销对路、质量好、信誉高的企业,在资金供应上给予低息支持;反之,收取较高利息。

4) 利息与利率是金融企业经营发展的重要条件

金融机构作为企业,必须获取利润。由于金融机构的存放款利率不同,其差额成为金融机构业务收入。此款扣除业务费后就是金融机构的利润,所以利息和利率能刺激金融企业的经营发展。因此,在工程经济分析中一定要重视利息和利率的影响,合理确定利息和利率水平。

1.1.3 利息的计算

利息计算有单利和复利之分。当计息周期在一个以上时,就需要考虑“单利”与“复利”的问题。

1. 单利

所谓单利,是指在计算利息时,仅用最初本金来计算,而不计入先前计息周期中所累积增加的利息,即通常所说的“利不生利”的计息方法。其计算式如下:

$$I_t = P \times i_{\text{单}} \quad (1.3)$$

式中, I_t ——第 t 计息周期的利息额;

P ——本金;

$i_{\text{单}}$ ——计息周期单利利率。

而 n 期末单利本利和 F 等于本金加上总利息,即

$$F = P + I_n = P(1 + n \times i_{\text{单}}) \quad (1.4)$$

式中, I_n —— n 个计息周期所付或所收的单利总利息,即

$$I_n = \sum_{t=1}^n I_t = \sum_{t=1}^n P \times i_{\text{单}} = P \times i_{\text{单}} \times n \quad (1.5)$$

在以单利计息的情况下,总利息与本金、利率以及计息周期数成正比关系。

此外,在利用式(1.4)计算本利和 F 时,要注意式中 n 和 $i_{\text{单}}$ 反映的时期要一致。如 $i_{\text{单}}$ 为年利率,则 n 应为计息的年数;若 $i_{\text{单}}$ 为月利率, n 即应为计息的月数。

【例 1.2】 假如某公司以单利方式借入 1000 万元,年利率 8%,第 4 年年末偿还,则各年利息以及本利和如表 1.1 所示。

表 1.1 单利计算分析表 单位: 万元

使用期	年初款额	年末利息	年末本利和	年末偿还
1	1000	$1000 \times 8\% = 80$	1080	0
2	1080	80	1160	0
3	1160	80	1240	0
4	1240	80	1320	1320

由表 1.1 可见,单利的年利息额都仅由本金所产生,其新生利息不再加入本金产生利息,此即“利不生利”。这不符合客观的经济发展规律,没有反映资金随时都在“增值”的概念,也即没有完全反映资金的时间价值。因此,在工程经济分析中单利使用较少,通常只适用于短期投资或短期贷款。

2. 复利

所谓复利,是指在计算某一计息周期的利息时,其先前周期中所累积的利息要计算利息,即“利生利”“利滚利”的计息方式。其表达式如下:

$$I_t = i \times F_{t-1} \tag{1.6}$$

式中, i ——计息周期复利利率;

F_{t-1} ——第 $t-1$ 期末复利本利和。而第 t 期末复利本利和的表达式如下:

$$F_t = F_{t-1} \times (1 + i) \tag{1.7}$$

【例 1.3】 数据同例 1.2,按复利计算,则各年利息以及本利和如表 1.2 所示。

表 1.2 复利计算分析表 单位: 万元

使用期	年初款额	年末利息	年末本利和	年末偿还
1	1000	$1000 \times 8\% = 80$	1080	0
2	1080	$1080 \times 8\% = 86.4$	1166.4	0
3	1166.4	$1166.4 \times 8\% = 93.312$	1259.712	0
4	1259.712	$1259.712 \times 8\% = 100.777$	1360.489	1360.489

从表 1.2 和表 1.1 可以看出,同一笔借款,在利率和计息周期均相同的情况下,用复利计算出的利息金额比用单利计算出的利息金额多。如例 1.3 与例 1.2 两者相差 40.489 (1360.489-1320)万元。本金越大,利率越高,计息周期越多时,两者差距就越大。复利计息比较符合资金在社会再生产过程中运动的实际状况,因此,在实际中得到了广泛的应用。在工程经济分析中,一般采用复利计算。

复利计算有间断复利和连续复利之分。按期(年、半年、季、月、周、日)计算复利的方法

称为间断复利(即普通复利),按瞬时计算复利的方法称为连续复利。在实际使用中都采用间断复利,这一方面是出于习惯,另一方面是因为会计通常在年底结算一年的进出款,按年支付税金、保险金和抵押费用,因而采用间断复利考虑问题更适宜。

1.2 资金等值计算及应用

资金有时间价值,即使金额相同,因其发生在不同时间,其价值就不相同。反之,不同时间绝对不等的资金在时间价值的作用下却可能具有相等的价值。这些不同时期、不同数额但其“价值等效”的资金称为等值,又叫等效值。资金等值计算公式和复利计算公式的形式是相同的。常用的等值计算公式主要有终值和现值计算公式。

1.2.1 现金流量图的概念和绘制

1. 现金流量的概念

在进行工程经济分析时,可把所考察的技术方案视为一个系统。投入的资金、花费的成本和获取的收益,均可看作以资金形式体现的该系统的资金流出或资金流入。这种在考察技术方案整个期间各时点 t 上实际发生的资金流出或资金流入称为现金流量,其中流出系统的资金称为现金流出,用符号 CO_t 表示;流入系统的资金称为现金流入,用符号 CI_t 表示;现金流入与现金流出之差称为净现金流量,用符号 $(CI-CO)_t$ 表示。

2. 现金流量图的绘制

对于一个技术方案,其每次现金流量的流向(支出或收入)数额和发生时间都不尽相同,为了正确地进行工程经济分析计算,我们有必要借助现金流量图来进行分析。由于受到资金时间价值的影响,一定数额资金在不同时期的价值也是不同的。因此,研究现金流量及其发生的时间对正确评价技术方案的经济效果有着重要的意义。为了正确地进行工程经济分析计算,我们有必要借助现金流量表和现金流量图来进行分析。

所谓现金流量图,就是一种反映技术方案资金运动状态的图示,即把技术方案的现金流量绘入时间坐标图中,表示出各现金流入、流出与相应时间的对应关系,如图 1.1 所示。运用现金流量图,就可全面、形象、直观地表达技术方案的资金运动状态。

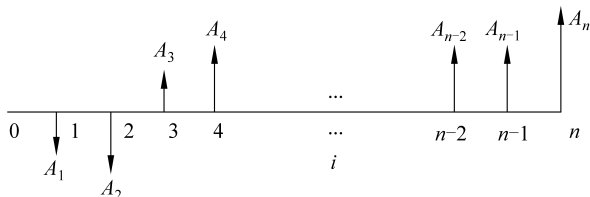


图 1.1 现金流量图

现以图 1.1 说明现金流量图的作图方法和规则。

(1) 以横轴为时间轴,向右延伸表示时间的延续,轴上每一刻度表示一个时间单位,可

取年、半年、季或月等；时间轴上的点称为时点，通常表示的是该时间单位末的时点；0 表示时间序列的起点。 n 表示时间序列的终点，也是技术方案的计算期。整个横轴又可看作我们所考察的“技术方案”。

(2) 相对于时间坐标的垂直箭线代表不同时点的现金流量情况，现金流量的性质（流入或流出）是对特定的人而言的。对投资人而言，在横轴上方的箭线表示现金流入，即表示收益；在横轴下方的箭线表示现金流出，即表示费用。

(3) 在现金流量图中，箭线长短与现金流量数值大小本应成比例。但由于技术方案中各时点现金流量常常差额悬殊而无法成比例绘出，故在现金流量图绘制中，箭线长短只要能适当体现各时点现金流量数值的差异，并在各箭线上方（或下方）注明其现金流量的数值即可。

(4) 箭线与时间轴的交点即为现金流量发生的时点。

总之，要正确绘制现金流量图，必须把握好现金流量的三要素，即：现金流量的大小（现金流量数额）、方向（现金流入或现金流出）和作用点（现金流量发生的时点）。

1.2.2 终值和现值计算

根据现金流量的时间分布，现金流量可分为一次支付和多次支付。而在多次支付中，等额支付系列现金流量又是常用的支付情形。

1. 一次支付现金流量的终值和现值计算

1) 一次支付现金流量

由式(1.6)和式(1.7)可以看出，如果一周期一周期地计算且周期数很多，计算是十分烦琐的，而且在式(1.7)中没有直接反映出本金 P 、本利和 F 、利率 i 、计息周期数 n 等要素的关系。所以有必要对式(1.6)和式(1.7)根据现金流量支付情形进一步简化。其中一次支付是最基本的现金流量情形。

一次支付又称整存整付，是指所分析技术方案的现金流量，无论是流入或是流出，分别在各时点上只发生一次，如图 1.2 所示。一次支付情形的复利计算式是复利计算的基本公式。

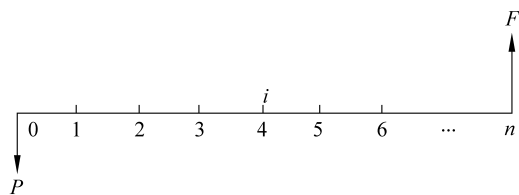


图 1.2 一次支付现金流量图

其中， i ——计息期复利率；

n ——计息的期数；

P ——现值（即现在的资金价值或本金），资金发生在（或折算为）某一特定时间序列起点时的价值；

F ——终值（即 n 期末的资金价值或本利和），资金发生在（或折算为）某一特定时间

序列终点的价值。

2) 终值计算(已知 P , 求 F)

现有一项资金 P , 年利率为 i , 按复利计算, n 年以后的本利和为多少? 根据复利的定义即可求得 n 年年末本利和(即终值) F , 如表 1.3 所示。

表 1.3 一次支付终值公式推算表

单位: 万元

计息期	期初金额(1)	本期利息额(2)	期末本利和 $F_t = (1) + (2)$
1	P	$P \times i$	$F_1 = P + P \times i = P(1+i)$
2	$P(1+i)$	$P(1+i) \times i$	$F_2 = P(1+i) + P(1+i) \times i = P(1+i)^2$
3	$P(1+i)^2$	$P(1+i)^2 \times i$	$F_3 = P(1+i)^2 + P(1+i)^2 \times i = P(1+i)^3$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$P(1+i)^{n-1}$	$P(1+i)^{n-1} \times i$	$F = F_n = P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-1} \times i = P(1+i)^n$

由表 1.3 可知, 一次支付 n 年年末终值(即本利和) F 的计算公式为

$$F = P(1+i)^n \quad (1.8)$$

式中, $(1+i)^n$ 称为一次支付终值系数, 用 $(F/P, i, n)$ 表示, 故式(1.8)又可写成

$$F = P(F/P, i, n) \quad (1.9)$$

在 $(F/P, i, n)$ 类符号中, 括号内斜线上的符号表示所求的未知数, 斜线下的符号表示已知数。 $(F/P, i, n)$ 表示在已知 P 、 i 和 n 的情况下求解 F 的值。

【例 1.4】 某公司借款 1000 万元, 年复利率 $i=10\%$, 试问 5 年末连本带利一次需偿还多少?

解: 按式(1.8)计算得

$$F = P(1+i)^n = 1000 \times (1+10\%)^5 = 1000 \times 1.61051 = 1610.51 (\text{万元})$$

3) 现值计算(已知 F , 求 P)

由式(1.8)的逆运算即可得出现值 P 的计算式为

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = F(1+i)^{-n} \quad (1.10)$$

式中, $(1+i)^{-n}$ 称为一次支付现值系数, 用符号 $(P/F, i, n)$ 表示。式(1.10)又可写成

$$P = F(P/F, i, n) \quad (1.11)$$

一次支付现值系数这个名称描述了它的功能, 即未来一笔资金乘上该系数就可求出其现值。计算现值 P 的过程叫作“折现”或“贴现”, 其所使用的利率常称为折现率或贴现率。故 $(1+i)^{-n}$ 或 $(P/F, i, n)$ 也可叫折现系数或贴现系数。

【例 1.5】 某公司希望所投资项目第 5 年年末有 1000 万元资金, 年复利率 $i=10\%$, 试问现在需一次投入多少?

解: 由式(1.10)得

$$P = F(1+i)^{-n} = 1000 \times (1+10\%)^{-5} \approx 620.9 (\text{万元})$$

从上面计算可知, 现值与终值的概念和计算方法正好相反, 因为现值系数与终值系数互为倒数, 即 $(F/P, i, n) = \frac{1}{(P/F, i, n)}$ 。在 P 一定, n 相同时, i 越高, F 越大; 在 i 相同

时, n 越长, F 越大, 如表 1.4 所示。在 F 一定, n 相同时, i 越高, P 越小; 在 i 相同时, n 越长, P 越小, 如表 1.5 所示。

表 1.4 一元现值与终值的关系

利率	时 间			
	1 年	5 年	10 年	20 年
1%	1.0100	1.0510	1.1046	1.2202
5%	1.0500	1.2763	1.6289	2.6533
8%	1.0800	1.4693	2.1589	4.6610
10%	1.1000	1.6105	2.5937	6.7275
12%	1.1200	1.7623	3.1058	9.6463
15%	1.1500	2.0114	4.0456	16.3365

表 1.5 一元终值与现值的关系

利率	时 间			
	1 年	5 年	10 年	20 年
1%	0.99010	0.59147	0.90529	0.81954
5%	0.95238	0.78353	0.61391	0.37689
8%	0.92593	0.68058	0.46319	0.21455
10%	0.90909	0.62092	0.38554	0.14864
12%	0.89286	0.56743	0.32197	0.10367
15%	0.86957	0.49718	0.24718	0.06110

从表 1.4 可知, 按 12% 的利率, 时间 20 年, 终值是现值的 9.6 倍。如用终值进行分析, 会使人感到评价结论可信度降低; 而用现值概念很容易被决策者接受。因此, 在工程经济分析中, 现值比终值使用更为广泛。

在工程经济评价中, 由于现值评价常常是选择现在为同一时点, 把技术方案预计的不同时期的现金流量折算成现值, 并按现值之代数和大小做出决策。因此, 在工程经济分析时应当注意以下两点。

(1) 正确选取折现率。折现率是决定现值大小的一个重要因素, 必须根据实际情况灵活选用。

(2) 要注意现金流量的分布情况。从收益方面来看, 获得的时间越早、数额越多, 其现值也越大。因此, 应使技术方案早日完成, 早日实现生产能力, 早获收益, 多获收益, 才能达到最佳经济效益。从投资方面看, 在投资额一定的情况下, 投资支出的时间越晚、数额越少, 其现值也越小。因此, 应合理分配各年投资额, 在不影响技术方案正常实施的前提下, 尽量减少建设初期投资额, 加大建设后期投资比重。

2. 等额支付系列现金流量的终值、现值计算

1) 等额支付系列现金流量

在工程经济活动中,多次支付是最常见的支付情形。多次支付是指现金流量在多个时点发生,而不是集中在某一个时点上。如果用 A_t 表示第 t 期末发生的现金流量大小,可正可负,用逐个折现的方法,可将多次支付现金流量换算成现值,即

$$\begin{aligned} P &= A_1(1+i)^{-1} + A_2(1+i)^{-2} + \cdots + A_n(1+i)^{-n} \\ &= \sum_{t=1}^n A_t(1+i)^{-t} \end{aligned} \quad (1.12)$$

或

$$P = \sum_{t=1}^n A_t(P/F, i, t) \quad (1.13)$$

同理,也可将多次支付现金流量换算成终值,即

$$F = \sum_{t=1}^n A_t(1+i)^{n-t} \quad (1.14)$$

或

$$F = \sum_{t=1}^n A_t(F/P, i, n-t) \quad (1.15)$$

在上面式子中,虽然那些系数都以计算得到,但如果 n 较长, A_t 较多,计算会比较烦琐。如各年的现金流量 A_t 有如下特征,则可大大简化上述计算公式。

各年的现金流量序列是连续的,且数额相等,等额支付系列现金流量图如图 1.3 所示,即

$$A_t = A = \text{常数} \quad (t=1, 2, 3, \cdots, n) \quad (1.16)$$

式中, A ——年金,是发生在(或折算为)某一特定时间序列各计息期末(不包括零期)的等额资金序列的价值。

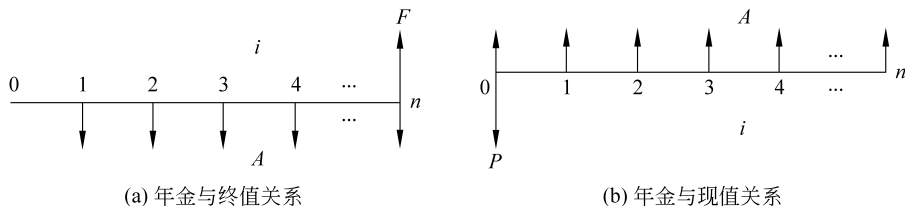


图 1.3 等额支付系列现金流量图

2) 终值计算(已知 A , 求 F)

由式(1.14)可得出等额支付系列现金流量的终值为

$$\begin{aligned} F &= \sum_{t=1}^n A_t(1+i)^{n-t} = A[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \cdots + (1+i) + 1] \\ &= A \frac{(1+i)^n - 1}{i} \end{aligned} \quad (1.17)$$

式中, $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ 称为等额支付系列终值系数或年金终值系数,用符号 $(F/A, i, n)$ 表示。

则式(1.17)又可写成

$$F = A(F/A, i, n) \quad (1.18)$$

【例 1.6】 某投资人若 10 年内每年末存 10000 元, 年利率 8%, 问 10 年末本利和为多少?

解: 由式(1.17)得

$$\begin{aligned} F &= A \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 10000 \times \frac{(1+8\%)^{10} - 1}{8\%} \\ &= 10000 \times 14.487 = 14.487(\text{万元}) \end{aligned}$$

3) 现值计算(已知 A , 求 P)

由式(1.10)和式(1.17)可得

$$P = F(1+i)^{-n} = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad (1.19)$$

式中, $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ 称为等额支付系列现值系数或年金现值系数, 用符号 $(P/A, i, n)$ 表示。

则式(1.19)又可写成

$$P = A(P/A, i, n) \quad (1.20)$$

【例 1.7】 某投资项目, 计算期 5 年, 每年年末等额收回 100 万元, 问在利率为 10% 时, 开始需一次投资多少?

解: 由式(1.19)得

$$P = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = 100 \times \frac{(1+10\%)^5 - 1}{10\% \times (1+10\%)^5} = 100 \times 3.7908 = 379.08(\text{万元})$$

1.2.3 等值计算公式使用注意事项和应用

1. 等值计算公式使用注意事项

(1) 计息期数为时点或时标, 本期末即等于下期初。0 点就是第一期初, 也叫零期; 第一期末即等于第二期初; 其余类推。

(2) P 是在第一计息期开始时(0 期)发生。

(3) F 发生在考察期期末, 即 n 期末。

(4) 各期的等额支付 A , 发生在各期期末。

(5) 当问题包括 P 与 A 时, 系列的第一个 A 与 P 隔一期。即 P 发生在系列 A 的前一期。

(6) 当问题包括 A 与 F 时, 系列的最后一个 A 是与 F 同时发生。不能把 A 定在每期期初, 因为公式的建立与它是不相符的。

2. 等值计算的应用

根据上述复利计算公式可知, 等值基本公式相互关系如图 1.4 所示。

【例 1.8】 设 $i=10\%$, 现在的 1000 元等于第 5 年年末的多少元?

解: 画出现金流量图(见图 1.5)。

根据式(1.8)可计算出第 5 年年末的本利和 F 为

$$F = P(1+i)^n = 1000 \times (1+10\%)^5 = 1000 \times 1.61051 = 1610.51(\text{元})$$