

第 1 章 时间序列门限模型

1.1 引言

直到 20 世纪 70 年代,几乎所有的时间序列模型都是线性的。20 世纪 70 年代后期,人们越来越清楚地看到线性模型存在的诸多局限,而非线性时间序列分析较好地解决了这些问题。Hamilton(1989)运用马尔可夫转换模型(Markov Switching Model)分析美国 GDP(国内生产总值)增长率变化的论文发表之后,人们对非线性时间序列模型的兴趣空前高涨(Charles,1994; Obzherin et al.,1994)。大量实证研究发现,许多经济理论或重要经济变量呈现非线性过程(Narayan,2006; Song et al.,2012; Magdalena et al.,2018)。

时间序列模型产生非线性的原因主要有三种:一是模型形式和结构上的非线性。例如,多项选择模型(多项 Probit 模型和 Logistic 模型等)、双线性模型和动态优化模型等。此种非线性的出现经常同经济系统的复杂性和混沌性有关,并且也同经济系统动态调整和动态反应的非对称性有关。二是线性模型中残差项的非 Gaus-Markov 性质,即不满足残差序列不相关和等方差要求,促使自相关模型和自回归条件异方差(ARCH)模型成为研究的重点,进而出现了大量的随机波动性(stochastic volatility,SV)模型等。三是时间序列的非平稳性和非对称性。时间序列非平稳,要么是由于非线性结构,要么是由于含有确定或者随机趋势。此时时间序列的趋势和波动成分分解,便成为时间序列平稳化的重要方法。例如,比较成熟的 TS 平稳(趋势平稳)、DS 平稳(差分平稳)和滤波平稳(H-P 滤波、Band-pass 滤波和 Kalman 滤波等)。

另外,时间序列自相关的长记忆性和短记忆性,可以由分整理论和模型处理;时间序列当中出现的机制转换(regime switching),可以由结构性状态空间模型处理;机制转换、随机波动性和非线性之间的结合,可以通过状态转移的马尔可夫过程、ARCH 结构和贝叶斯先验分布等多种非线性形式表示,构成了门限回归模型、门限 ARCH 模型和时变参数选择模型等一系列新的时间序列模型,进一步推广了传统的参数估计、统计推断和假设检验方法,并给出了可以模拟的渐近分布的性质。

Tong(1978)首先提出门限自回归模型,是最早被提出的非线性时间序列模型之一。此后,Hansen(1996)首次提出了 TAR 模型的估计和检验方法。学术界在 Tong(1978)和 Hansen(1996)的研究基础上又对 TAR 模型进行了一系列的发展(Edward,2004; Hamaker,2009)。TAR 模型的理论研究进展迅速,带动 TAR 模型广泛用于分析非平稳时间序列。门限模型作为非线性时间序列模型中重要的分析方法,在经济社会分析中起到了越来越重要的作用。

1.2 门限自回归模型

1.2.1 门限自回归模型概述

Tong(1978)提出 TAR 模型,后又对该方法进行了系统的介绍(Tong,1978,1983; Chan and Tong,1990)。该模型能够刻画传统线性自回归模型(AR)所没有的特点:①有限的周期;②波动的幅值与波动的频率相关;③局部的“剧烈波动”现象,可以很好地描述具有非对称有限周期及发生局部剧烈运动波动的许多重要经济变量。TAR 方法是用多体制“分段式”的局部线性自回归模型对数据进行建模逼近。依据门限变量的取值,把时间序列区分成多个体制,对每个体制各自建立不同的线性自回归模型。这样,TAR 模型就可以用不同体制对经济变量中不同的动态特征进行刻画,实现对经济变量的准确描述。

在 TAR 模型中,要估计的参数包括不同机制中自回归参数、转换变量滞后阶数、门限值(threshold value)等。Chan(1993)对具有不连续的二机制 TAR 模型的参数估计进行了系统研究,证明在给定转换变量滞后阶数和门限值的情况下,处于不同机制中自回归参数的普通最小二乘(ordinary least square, OLS)估计是一致估计量,收敛阶为 $n_i^{-0.5}$ (n_i 是第 i 个机制中样本观测个数),且在样本容量趋于无穷大时,自回归参数估计量渐近服从多元联合正态分布。而对滞后阶数和门限值的估计,Chan(1993)认为,通过 TAR 模型的残差平方和最小来搜索滞后阶数与门限值,在样本趋于无穷大时就可以获得两个参数的超一致估计量,且收敛阶是 n^{-1} (n 表示总的样本容量),同时也和自回归参数的 OLS 估计量渐近独立。对连续的二机制 TAR 模型参数的估计,Chan 和 Tsay(1998)做了进一步研究,研究表明,在连续的 TAR 模型中,通过搜索连续 TAR 模型的残差最小而得到的门限估计量是一致估计量,不过此时的收敛阶是 $n^{-1/2}$,而不再是 n^{-1} ,说明不连续是门限值估计获得超一致估计量的必备条件。同时 Chan 和 Tsay(1998)也证明,在样本趋于无穷大时,连续 TAR 模型的自回归参数估计量仍然服从多元联合正态分布。

虽然 Chan(1993)的参数估计方法目前已成为 TAR 模型参数估计的主要方法,但是对门限估计量抽样分布的研究进展非常缓慢。Chan(1993)首次推导了不连续 TAR 模型的门限估计量渐近分布,认为门限估计量的抽样分布是一个依赖于混合泊松过程(compound Poisson process)的极限分布,且依赖于未知的冗余参数。Hansen(1997, 2000)对不连续 TAR 模型的门限估计量极限分布也进行了研究,并指出门限效应(即二机制中自回归参数之差)随着样本容量增大而减小时,门限的极限分布不依赖于未知的冗余参数。Chan 和 Tsay(1998)针对连续 TAR 模型的门限估计量渐近分布进行了推导,认为此时的极限分布是正态分布,但依赖于其他自回归参数,这与 Chan(1993)的结论不同,在不连续的 TAR 模型中,门限估计量的抽样分布独立于其他自回归参数。

TAR 模型出现以来受到国内外学者的普遍关注,早期研究奠定了模型理论研究基础。国外研究中,Tsay(1989)介绍了 TAR 模型的建模步骤及各种参数估计和“门限非线性

性”检验方法,并应用太阳黑子数据和加拿大山猫数据进行实证研究。Tiao 和 Tsay (1994)应用 Tsay(1989)介绍的建模方法对美国国民生产总值增长率进行实证研究,得到两个延迟变量、四个状态空间的分片线性自回归函数,并对各状态空间的表现给出合理的经济学解释。Pu 和 Yu(1990)基于 1951 年 1 月至 1985 年 12 月 SST 数据,建立了 TAR 模型,结果发现 TAR 模型对 1951 年以来的 9 次厄尔尼诺事件作出了很好的预测。Narayan(2006)通过二机制 TAR 模型研究了美国股票价格的行为,结果发现 TAR 模型适用于 1964 年 6 月至 2003 年 4 月期间美国的月度股价(纽约证券交易所普通股)数据,美国股票价格是一个非线性序列,其特征是单位根过程,与有效市场假说相一致。

国内学者也对 TAR 模型的理论研究工作作出了重要贡献,结合中国发展实际,发表了大量理论和实证应用论文。钟秋海等(1985)在 Tong(1978)的建模方法基础上,提出用黄金分割法优化门限值的备选范围,控制两点间的距离以决定是否继续分割,得到了更好的效果。钟秋海(1989)在对 TAR 模型中的参数进行最小二乘(least square, LS)估计时,发现先对数据的一阶差分求变换后的模型参数,再返回去求原模型参数,可以节省计算机 60% 的计算时间。金菊良等(1999)用加速遗传算法优化了门限值和自回归系数的估计,避免了 TAR 建模过程中大量复杂的寻优工作,并应用实证研究证实预报精度有所提高。蒋明皓和张元茂(2001)建立 TAR 大气污染预测模型,对上海市环境空气质量进行预测预报,结果发现 TAR 模型计算较为简便且便于计算机自动建模,预报精度较高,但采用最新的数据建模和分段建立模型的方法可以使预测精度进一步提高。刘维奇和王景乐(2009)基于小波方法构造两种估计量来识别门限区间的个数,给出了这些估计量的收敛情况和分布特征,并说明此门限估计量是具有最佳收敛速度的。曾令华等(2010)根据 Evans 周期性破灭泡沫理论,利用 TAR 模型对股票市场泡沫进行了检验,结果表明上证综合指数月度数据的变化可以划分为存在泡沫和不存在泡沫的时期,且两个时期呈现交替出现的状态,中国股票市场存在周期性破灭的泡沫。姚小剑和扈文秀(2013)从商品便利收益视角,利用 TAR 模型实证了 WTI 原油现货价格泡沫的存在性,结果发现 WTI 原油现货价格在样本两个阶段均存在泡沫,其内在价值会随国际原油市场变化而调整。

1.2.2 门限自回归模型的设定

TAR 模型的原理与方法是基于“分段”线性逼近,即把时间序列分割成几个机制,每个机制上都采用不同的线性自回归模型进行逼近。其中,机制分割由门限变量及其估计值来决定。相对于线性 AR 模型而言,TAR 模型能捕捉到非对称的动态调整特征,具有线性 AR 模型无法比拟的优势,因此,在时间序列分析中具有十分重要的地位。TAR 模型的定义如下:

$$X_t = \sum_{i=1}^k (\alpha_{i0} + \alpha_{i1}X_{t-1} + \cdots + \alpha_{ip_i}X_{t-p_i} + \sigma_i\epsilon_i) I(X_{t-d} \in A_i) \quad (1.1)$$

式中, $\alpha_{i\theta}$ ($\theta=0,1,2,\cdots,p_i$) 为待估计的自回归系数; $\epsilon_i \sim \text{IID}(0,1)$; X_{t-d} 为转换变量; d 为滞后参数; A_i 构成了整个定义域上一个机制分割,其含义是 $A_i \cap A_j = \emptyset$ (i 和 j 不相等); $I(\cdot)$ 为示性函数,满足

$$I = \begin{cases} 1, & X_{t-d} \in A_i \\ 0, & X_{t-d} \notin A_i \end{cases} \quad (1.2)$$

式中,每个 A_i 上拟合一个线性 AR 模型,分割的机制由转换变量 X_{t-d} 来确定,通常由下式决定: $A_i = (\gamma_i - 1, \gamma_i]$, $-\infty = \gamma_0 < \gamma_1 < \dots < \gamma_k = +\infty$, γ_i ($i=0, 1, \dots, k$) 是门限(此模型中门限是不连续的)。这一过程将空间分成 k 个机制,在每个机制里为一个 AR 模型,当存在至少两个不同的线性模型体制时, X_t 过程就是非线性的。

例 1.1: 二机制 TAR 模型。假定时间序列 X_t 具有 n 个观测数据,其初始值 $X_{-p+1}, X_{-p+2}, \dots, X_0$ 已知。二机制 TAR 模型定义为

$$X_t = \begin{cases} \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \epsilon_{1t}, & X_{t-d} \leq \gamma \\ \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + \dots + \beta_p X_{t-p} + \epsilon_{2t}, & X_{t-d} > \gamma \end{cases} \quad (1.3)$$

式中, α_i, β_i ($i=1, 2, \dots, p$) 为不同机制中时间序列的自回归系数; α_0, β_0 为截距; X_{t-d} 为转换变量; d 为滞后参数且 $d \leq p$; γ 为门限值。该模型有两个设定: ①模型中机制数确定; ②各机制中自回归滞后阶确定。如果随机干扰项 $\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}$ 是服从期望为 0、方差为 σ^2 的独立同分布随机变量,则式(1.3)可以写成

$$X_t = (\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \dots + \alpha_p X_{t-p}) I(X_{t-d} \leq \gamma) + (\beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + \dots + \beta_p X_{t-p}) [1 - I(X_{t-d} \leq \gamma)] + \epsilon_t \quad (1.4)$$

令 $\mathbf{x}_t = (1, X_{t-1}, \dots, X_{t-p})'$, $\mathbf{Y}_t(\gamma) = [\mathbf{x}_t' I(X_{t-d} \leq \gamma), \mathbf{x}_t' I(X_{t-d} > \gamma)]'$, $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\alpha}', \boldsymbol{\beta}')'$, $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p)'$, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)'$, 式(1.4)则可以简写成

$$X_t = \mathbf{Y}_t(\gamma)' \boldsymbol{\theta} + \epsilon_t \quad (1.5)$$

例 1.2: 三机制 TAR 模型。同理,假定时间序列 X_t , 具有 n 个观测数据,其初始值 $X_{-p+1}, X_{-p+2}, \dots, X_0$ 已知。三机制 TAR 模型定义为

$$X_t = \begin{cases} \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \epsilon_{1t}, & X_{t-d} \leq \gamma_1 \\ \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + \dots + \beta_p X_{t-p} + \epsilon_{2t}, & \gamma_1 < X_{t-d} \leq \gamma_2 \\ \chi_0 + \chi_1 X_{t-1} + \dots + \chi_p X_{t-p} + \epsilon_{2t}, & X_{t-d} > \gamma_2 \end{cases} \quad (1.6)$$

例 1.3: 连续的 TAR 模型。连续的 TAR(C-TAR)模型由 Chan 和 Tsay(1998)提出,如果满足以下两个条件: ① $\alpha_j = \beta_j$, $1 \leq j \neq d \leq p$, 即除转换变量的自回归系数不同之外,其他自回归系数相等; ② $\alpha_0 + \gamma_{ad} = \beta_0 + \gamma_{\beta d}$, γ 是门限值,即当转换变量等于门限值时,纵坐标相等,则此时的 TAR 模型就是 C-TAR 模型。因此,基于式(1.3)的 C-TAR 模型可以表示为

$$X_t = u + \sum_{j=1, j \neq d}^p \theta_j X_{t-j} + \begin{cases} \theta_{d-} (X_{t-d} - \gamma) + \epsilon_{1t}, & X_{t-d} \leq \gamma \\ \theta_{d+} (X_{t-d} - \gamma) + \epsilon_{2t}, & X_{t-d} > \gamma \end{cases} \quad (1.7)$$

式中, $u = \alpha_0 + \gamma_{ad} = \beta_0 + \gamma_{\beta d}$; $\theta_{d-} = \alpha_d$; $\theta_{d+} = \beta_d$; $\theta_j = \alpha_j = \beta_j$, $j \neq d$; γ 为门限变量。如果随机干扰项 $\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}$ 是服从期望为 0、方差为 σ^2 的独立同分布随机变量,则式(1.7)可以写为

$$X_t = u + \sum_{j=1, j \neq d}^p \theta_j X_{t-j} + \theta_{d-} (X_{t-d} - \gamma) I(X_{t-d} \leq \gamma) + \theta_{d+} (X_{t-d} - \gamma) [1 - I(X_{t-d} \leq \gamma)] + \varepsilon_t \quad (1.8)$$

1.2.3 门限自回归模型的估计方法

为了介绍 TAR 模型的参数估计,本书以不连续的二机制 TAR 模型为例,即以模型(1.8)来介绍 Chan(1993)的一致估计方法。令人感兴趣的参数估计量是 θ 和 γ ,若已知 γ ,OLS 仍然适用于每个机制内的参数估计。在 ε_t 服从独立同分布的假定的辅助下,OLS 估计等价于 ML(最大似然)估计。由于自回归方程是非线性且不连续的,最简单的获得 OLS 估计的方法是使用序贯条件 OLS 估计。首先假设门限值 γ 已知,则自回归系数 θ 的 OLS 估计量可以写成

$$\theta(\gamma) = \left(\sum_{t=1}^n Y_t(\gamma) Y_t(\gamma)' \right)^{-1} \left(\sum_{t=1}^n Y_t(\gamma) X_t \right) \quad (1.9)$$

$$\varepsilon_t(\gamma) = X_t - Y_t(\gamma)' \theta(\gamma) \quad (1.10)$$

$$\sigma_n^2(\gamma) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t(\gamma)^2 \quad (1.11)$$

对式(1.10)取最小值,可得门限值 γ 的 OLS 估计量:

$$\gamma = \arg \min_{\gamma \in \Gamma} \sigma_n^2(\gamma) \Gamma = [\underline{\gamma}, \bar{\gamma}] \quad (1.12)$$

Γ 表示门限值 γ 的潜在取值范围,在实际计算中可以通过在 $\Gamma = [\underline{\gamma}, \bar{\gamma}]$ 范围内搜索 OLS 估计残差平方和的最小值来求得 γ ,进而得到自回归参数的 OLS 估计。对门限变量 γ 的潜在取值范围 Γ 的确定,从目前的文献来看,一般都是采用 Andrews(1993)的方法来构造潜在区间,首先对转换变量从小到大进行排序,其次取中间一定百分数转换变量作为潜在门限范围,认为中间 70% 的转换变量作为潜在门限是合适的。当 γ 变化时,残差平方和为 σ_n^2 ,并且这些值与 $\sigma_n^2(X_{t-1})$, $t=1, 2, \dots, n$ 有关。因此,要找到 OLS 估计值,本节使用下面的估计方法。采用 OLS 回归,对每一个 $X_{t-1} \in \Gamma$,令 $\gamma = X_{t-1}$,计算每一次回归结果的残差平方和,选出使残差平方和最小的 γ ,可以表述为

$$\gamma = \arg \min_{X_{t-1} \in \Gamma} \sigma_n^2(X_{t-1}) \quad (1.13)$$

θ 的 OLS 估计量就是 $\theta = \theta(\gamma)$,同样地,OLS 残差是 $\varepsilon_t = X_t - Y_t(\gamma)' \theta$, $\sigma_n^2 = \sigma_n^2(\gamma)$ 。

1.2.4 门限自回归模型的假设检验

TAR 模型的门限效应检验中最重要的问题是和线性 AR(p)相比,TAR 模型是否是统计显著的。对二机制门限自回归模型,有关的零假设是 $H_0: \alpha_i = \beta_i$ 。采用 Hansen (1996)提出的检验方法。根据 Davies(1977)、Davies 和 Harte(1987)、Andrews(1993)的理论,如果残差服从独立同分布,选择接近最优的势来拒绝零假设的 F 统计量(一个具有较高势的检验意味着它在备择假设成立的情况下,更有可能拒绝零假设,从而避免犯第二类错误。第二类错误指的是原假设实际上是错误的,但我们接受或未能拒绝这个错误的

原假设。)：

$$F_n = n \left(\frac{\tilde{\sigma}_n^2 - \sigma_n^2}{\sigma_n^2} \right) \quad (1.14)$$

$$\tilde{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (x_t - y_t' \tilde{\alpha})^2 \quad (1.15)$$

$$\tilde{\alpha} = \left(\sum_{t=1}^n y_t y_t' \right)^{-1} \left(\sum_{t=1}^n x_t y_t \right) \quad (1.16)$$

式(1.15)是在 $\alpha = \beta$ 的假定下 $\tilde{\alpha}$ 的 OLS 估计值, 因为 F_n 是 σ_n^2 的单调函数, 所以得到:

$$F_n = \sup_{\gamma \in F} F_n(\gamma) \quad (1.17)$$

$$F_n(\gamma) = n \left(\frac{\tilde{\sigma}_n^2 - \sigma_n^2(\gamma)}{\sigma_n^2(\gamma)} \right) \quad (1.18)$$

式(1.18)是当 γ 已知, 备择假设 $H_1: \alpha \neq \beta$ 的 F 统计量。

由于 γ 是不确定的, F_n 的渐近分布不是 χ^2 分布, Hansen(1996)提出渐近分布可能逼近自举法。假定 u_t^* , $t=1, 2, \dots, n$ 是服从独立同分布 $N(0, 1)$ 的随机分布, 令 $x_t^* = u_t^*$, 利用 x_t , $t=1, 2, \dots, n$ 的观测值, 将 x_t^* 对 y_t^* 做回归得到残差平方及 $\tilde{\sigma}_n^{*2}$, 用 $x_t(\gamma)$ 回归得到残差平方及 $\tilde{\sigma}_n^{*2}(\gamma)$, 并得到

$$F_n^*(\gamma) = n \left(\frac{\tilde{\sigma}_n^{*2} - \sigma_n^{*2}(\gamma)}{\sigma_n^{*2}(\gamma)} \right) \quad \text{和} \quad F_n^* = \sup_{\gamma \in F} F_n^*(\gamma) \quad (1.19)$$

1.3 平滑转移自回归模型

1.3.1 平滑转移自回归模型概述

TAR 模型把时间序列划分成不同的机制, 同时暗含了一个假定, 在某一特定的时点, 时间序列的运动方式由一个机制向另一个机制的转换是急剧的, 或者说是突然跳跃的, 由此, 转换机制是离散的。Granger 和 Teräsvirta(1993)发展了一种新的能够体现机制的连续性变化的模型——STAR 模型。STAR 模型作为非线性时间序列模型中的经典模型, 也体现了非线性时间序列模型最基本的特征, 能够更有效地捕捉到经济变化的非线性特征。这类模型描述变量在不同机制中的转换时, 认为这种变化是平滑的、连续的, 并且利用尺度参数来反映转换的速度。与 TAR 模型相比, STAR 模型充分体现了变化的平稳性。

1.3.2 平滑转移模型的设定

1. 平滑转移回归模型的设定

先给出平滑转移回归(smooth transition regression, STR)模型的结构框架, 其形式如下:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + (\beta_0 + \beta_1 X_{t-1}) F(X_{t-1} - u) + \epsilon_t \quad (1.20)$$

式中, ε_t 为独立同分布的随机变量; y_t 为被解释变量; X_{t-1} 为转换变量; $F(\cdot)$ 为转换函数, 且为连续的奇函数或偶函数, 取值范围在 0 到 1 之间。

式(1.20)是最简单的 STR 模型形式, 主要根据转换函数在不同机制中进行转换。如果 F 是单调递增函数的奇函数, $|X_{t-1} - u|$ 较大, 且 $\mathbf{X}_t < u$, 则 $F(X_{t-1} - u) = 0$ 。

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.21)$$

如果 $|X_{t-1} - u|$ 较大, $\mathbf{X}_t > u$, 则 $F(X_{t-1} - u) = 1$ 。

$$y_t = (\alpha_0 + \beta_0) + (\alpha_1 + \beta_1) X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.22)$$

可以看出, 该模型主要通过转换变量 X_{t-1} 的中间值给出相应值的组合, 由此实现不同机制的相互转换。

STR 模型的一般形式如下。

设由 m 个解释变量构成上述向量 $\mathbf{X}_t$, $\mathbf{X}_t = (y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}, X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt})$, 模型变成

$$y_t = \beta' \mathbf{X}_t + (\theta' \mathbf{X}_t) F(z_t; \gamma, c) + \varepsilon_t \quad (1.23)$$

式中, $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$; $E(X_t \varepsilon_t) = 0$; $E(z_t \varepsilon_t) = 0$; $\beta' = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m)'$; $\theta' = (\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_m)'$; $\mathbf{X}_t = (1, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}, X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt})'$; $F(z_t; \gamma, c)$ 为转化函数, 取值在 0 到 1 之间; z_t 为转化变量; γ 为平滑参数或尺度参数, 用来衡量不同制度间的转换速度; c 为门限变量。

根据转移函数形式的不同可以有不同的划分: 如果转换函数具有对数函数的形式, 则模型称为 LSTR(线性平滑转移回归)模型。如果转换函数具有指数函数的形式, 则模型称为 ESTR(指数平滑转移回归)模型。

2. 平滑转移自回归模型的设定

如果令式(1.23)中的解释变量 $\mathbf{X}_t = (1, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p})'$, 则模型称为平滑转移自回归模型, 一个二机制的平滑转移自回归模型的一般表达式为

$$\begin{aligned} y_t = & (\theta_{10} + \theta_{11} y_{t-1} + \dots + \theta_{1p} y_{t-p}) [1 - F(z_{t-d}; \gamma, c)] + \\ & (\theta_{20} + \theta_{21} y_{t-1} + \dots + \theta_{2p} y_{t-p}) [1 - F(z_{t-d}; \gamma, c)] + \varepsilon_t, t = 1, 2, \dots, T \end{aligned} \quad (1.24)$$

$$\begin{aligned} \text{令 } \mathbf{X}_t = & (1, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-d})', \theta_i = (\theta_{i0}, \theta_{i1}, \dots, \theta_{ip})' (i=1, 2), \text{ 则模型简写为} \\ y_t = & \theta'_1 \mathbf{X}_t [1 - F(z_{t-d}; \gamma, c)] + \theta'_2 \mathbf{X}_t [1 - F(z_{t-d}; \gamma, c)] + \varepsilon_t \\ = & \theta'_1 \mathbf{X}_t + (\theta'_2 - \theta'_1) \mathbf{X}_t F(z_{t-d}; \gamma, c) + \varepsilon_t = \beta' \mathbf{X}_t + \theta' \mathbf{X}_t F(z_{t-d}; \gamma, c) + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (1.25)$$

变量的定义与 STR 模型类似, 其中 z_{t-d} 为转换变量。它既可以是内生变量的滞后值 y_{t-d} , 也可以是所有内生变量滞后值的函数值 $h(y_1, y_2, \dots, y_{t-d})$, 还可以是其他外生变量 x_t 及其函数值 $h(x_t)$, 甚至是一个时间趋势 t 。

转换函数 F 反映了不同机制之间的转换过程, 值域是 $[0, 1]$ 。因此, 平滑转移自回归模型存在两种极端情况。

(1) 当 $F(z_{t-d}; \gamma, c) = 0$ 时, 平滑转移自回归模型退化成一个 p 阶自回归过程, $y_t = \theta_{10} + \theta_{11} y_{t-1} + \dots + \theta_{1p} y_{t-p}$ 。

(2) 当 $F(z_{t-d}; \gamma, c) = 1$ 时, 平滑转移自回归模型退化成另一个 p 阶自回归过程, $y_t = \theta_{20} + \theta_{21}y_{t-1} + \cdots + \theta_{2p}y_{t-p}$ 。

平滑转移自回归模型所反映的正是事物在两种极端机制中的相互转换, 而这种转换与 TAR 模型最大的区别在于这两种机制的转换是平滑的、连续的, 而不是跳跃的、离散的。

同样地, 平滑转移自回归模型根据转换函数 $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 形式的不同形成了不同的转换机制, 如对数转换、指数转换和三角转换。

对数平滑转移自回归模型中的转换函数 $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 被定义为

$$F(z_{t-d}; \gamma, c) = \frac{1}{1 + \exp[-\gamma(z_{t-d} - c)]}, \quad \gamma > 0 \quad (1.26)$$

在该模型中, 转换函数 $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 是关于 z_{t-d} 的单调递增函数, 当 z_{t-d} 趋于 c 时, $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 趋于 0; 当 z_{t-d} 远离 c 时, $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 趋于 1; γ 决定了对数函数值变化的平滑程度。如果 γ 很大, 即使 z_{t-d} 相对于 c 有很小的变化, 也会使得变量在两种机制之间是瞬间实现的。当 $\gamma \rightarrow 0$ 或 $\gamma \rightarrow \infty$ 时, $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 会趋于恒定值。

指数平滑转移自回归模型中的转换函数 $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 被定义为

$$F(z_{t-d}; \gamma, c) = 1 - \exp[-\gamma(z_{t-d} - c)^2], \quad \gamma > 0 \quad (1.27)$$

在该模型中, 当 z_{t-d} 趋于 c 时, $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 趋于 0; 当 z_{t-d} 远离 c 时, $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 趋于 1。当 $\gamma \rightarrow 0$ 或 $\gamma \rightarrow \infty$ 时, $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 会趋于恒定值。

门限平滑转移自回归模型中的转换函数 $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 被定义为

$$F(z_{t-d}; \gamma, c) = \frac{1}{2} \{1 - \sin[\gamma(z_{t-d} - c)]\}, \quad \gamma > 0 \quad (1.28)$$

在该模型中, 当 z_{t-d} 趋于 c 时, $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 趋于 0; 当 z_{t-d} 远离 c 时, $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 趋于 1; γ 决定了对数函数值变化的平滑程度。同样地, 当 $\gamma \rightarrow 0$ 或 $\gamma \rightarrow \infty$ 时, $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 会趋于恒定值, 即门限平滑转移自回归模型会周期性地不同机制中相互转换。

对数平滑转移自回归模型描述高制度和低制度有不同的动态性, 从一种制度向另一种制度的过渡是平滑的, 而指数平滑转移自回归模型则意味着两个外制度有相似的动态性, 其过渡区间有着不同的动态性。

平滑转移自回归模型设定的步骤为: ① 设定线性模型, 形成进一步分析的出发点。首先需要设定线性模型 $AR(p)$, y_t 的最大滞后阶数可采用赤池信息量准则 (Akaike information criterion, AIC) 或贝叶斯信息准则 (Bayesian information criterion, BIC) 的可行模型选择准则来确定合适的线性模型。② 对所设定的线性模型进行检验。利用①设定的线性模型为原假设, 实施非线性检验, 备择假设的模型是平滑转移自回归模型。当拒绝原假设时, 从数据确定转换变量或转换变量的线性组合。③ 选择最终模型, 在非线性检验的基础上, 根据检验结果从平滑转移自回归模型、指数平滑转移自回归模型、门限平滑转移自回归模型中选择模型。

1.3.3 平滑转移模型的估计方法

当转换函数的形式确定之后, 可以采用 OLS 对平滑转移自回归模型参数进行估计,

而运用 OLS 需要合适的优化算法。

$$\Theta = \arg \min_{\theta, \gamma, c} \sum_t \epsilon_t^2 \quad (1.29)$$

式中, $\epsilon_t = y_t - f(\tilde{X}_t, \theta)$; $\tilde{X}_t = \begin{bmatrix} X_t [1 - F(z_{t-d}; \gamma, c)] \\ X_t F(z_{t-d}; \gamma, c) \end{bmatrix}$ 。其中, $f(\tilde{X}_t, \theta)$ 是非线性的,

所以不能像 OLS 那样用求多元函数极值的方法来求得参数的估计值,而是采用复杂的优化算法来求解。常用的算法有两种:搜索算法和迭代算法。搜索算法一般是按一定的规则选择若干组参数值,分别计算其目标函数值并做比较,选出使目标函数值最小的参数值,同时舍弃其他参数值,然后按规则补充新的参数值,再与原来的做比较,选出使目标函数值最小的参数值,如此进行下去,直到找不到更好的参数值。根据所选的规则不同,构成不同的搜索算法。常见的方法有单纯形算法、复合形算法、随机搜索法等。迭代算法是从参数的某一初始猜测值出发,通过迭代方法,产生一系列的参数点,构成参数序列,如果这个参数序列中某个参数值使得目标函数最小,则该参数为所求参数。常见的迭代算法有牛顿-拉弗森(Newton-Raphson)算法、Marquardt 算法、高斯迭代法、变尺度法等。

在 LSTAR 模型估计时,为了更快地得到 γ 的初始值,一般使用转换变量的标准差对转换函数进行调整。

$$F(z_{t-d}; \gamma, c) = \frac{1}{1 + \exp[-\gamma(z_{t-d} - c)] / \sigma(z_{t-d})} \quad (1.30)$$

在 ESTAR 模型估计时,为了使估计尽快收敛,同样地对转换函数进行调整。

$$F(z_{t-d}; \gamma, c) = 1 - \exp[-\gamma(z_{t-d} - c)^2 / \sigma(z_{t-d})] \quad (1.31)$$

如果采用式(1.31)的形式进行估计,OLS 的迭代估计的最合理初始值是 $\gamma = 1$,而门限值以样本平均值作为初始值。

1.3.4 平滑转移模型的假设检验

在对平滑转移自回归模型进行非线性检验时,非线性模型的参数(门限变量 c 、平滑参数 γ 和转换变量 z_{t-d})并不存在于线性模型中,因此,不能直接对非线性与线性假设进行检验。Luukkonen 等(1988)为避免上述问题,提出了利用转换函数 $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 在 $\gamma = 0$ 处的三阶泰勒展开式进行替代,构造辅助回归模型进行检验,这样就避免了不能直接对线性和非线性假设进行检验的问题。

转换函数 $F(z_{t-d}; \gamma, c)$ 的泰勒展开式为

$$F(z_{t-d}; \gamma, c) = \xi_0 + \xi_1 z_{t-d} + \xi_2 z_{t-d}^2 + \xi_3 z_{t-d}^3 + R_3 \quad (1.32)$$

式中, R_3 为三阶泰勒展开余项。

将式(1.29)代入式(1.25),可以得到辅助回归方程:

$$y_t = \beta'_0 X_t + \lambda'_1 X_t z_{t-d} + \lambda'_2 X_t z_{t-d}^2 + \lambda'_3 X_t z_{t-d}^3 + \epsilon_t \quad (1.33)$$

用式(1.30)代替式(1.25)对时间序列 y_t 进行非线性假设检验:

$$H_0: \lambda_i = 0$$

$$H_1: \lambda_i \text{ 中至少有一个不为 } 0 (i=1, 2, 3)$$

这一模型的检验统计量一般有 F 统计量、似然比(likelihood ratio, LR)统计量和 LM (拉格朗日乘数)统计量。这三个统计量都是针对被估参数的约束检验,是渐近等价的。在 H_0 成立的条件下,构造 F 统计量:

$$(1) \text{ 做回归 } y_t = \beta'_0 X_t + \varepsilon_t, \text{ 计算残差平方和 } SSR_0 = \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2;$$

$$(2) \text{ 对辅助回归模型进行回归, 计算残差平方和 } SSR_1 = \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2;$$

(3) 计算 F 统计量:

$$F = \frac{(SSR_0 - SSR_1) / 3p}{SSR_1 / (T - 4p - 1)} \sim F(3p, T - 4p - 1) \quad (1.34)$$

在 H_0 成立的条件下,计算 LM 统计量:

$$LM = \frac{T(SSR_0 - SSR_1)}{SSR_0} = \frac{(SSR_0 - SSR_1) / 3(p+1)}{SSR_1 / [T - 4(p+1)]} \quad (1.35)$$

式中, T 为时间序列时间长度; $3(p+1)$ 为受约束参数的个数; $T - 4(p+1)$ 为分母所对应的自由度。

1.3.5 案例一: 西班牙失业的多重均衡^①

1. 研究背景

在 30 年中,西班牙的失业率发生了巨大变化:从 20 世纪 70 年代初的 2%~3%,到 80 年代中期的 21%,在 80 年代后半期出现短暂下降后,1994 年第一季度达到了 24.5% 的峰值。从 1994 年起,西班牙的失业率迅速下降到 2007 年的 8%,又突然上升到 2008 年第三季度的 11.3%。总体来说,西班牙的失业率从低到高,后来又从高到低,现在又从低到高快速过渡。这些剧烈波动是许多理论和实证文献的研究重点(Dolado et al., 2002; Romero-Ávila and Usabiaga, 2008; Juselius and Ordóñez, 2009)。尽管这些文献的研究结论在一定程度上存在差异,但都强调了以下两点:第一,西班牙的失业率可以用各种冲击来解释;第二,持续性似乎是高失业保护和工资谈判利益相关的制度因素造成的。后一个结论的依据是关于“滞后”的文献(Layard et al., 1991),该文献强调了失业率对临时性需求和供给冲击作出高持续性反应的趋势。

从方法论的角度来看,这些文献的共同点是使用线性模型。然而,失业的主要特征之一是其非对称行为,即经济衰退时失业率的增长速度快于经济扩张时失业率的下降速度,而线性模型无法捕捉到这一特征。此外,西班牙失业率在过去几十年中的表现也让人怀疑是存在唯一的(自然)失业均衡率,还是更多地表明了一种失业率在低失业均衡和高失业均衡之间波动的情况。失业的非对称性在理论文献中也有详细记载:Lindbeck 和 Snower(1988)的内部人-外部人模型表明,在某些条件下,内部人能够在经济扩张期间阻

^① FRANCHI M, ORDÓEZ J. Multiple equilibria in Spanish unemployment[J]. Structural change and economic dynamics, 2011, 22(1): 71-80.

止就业率上升。Bentolila 和 Bertola(1990)认为,非对称劳动力成本调整函数在很大程度上解释了 1973 年第一次石油冲击后欧洲失业率的发展。Peel 和 Speight(1998)提供的证据表明,就业岗位的破坏在商业周期中是高度不对称的。Burgess(1992)指出,非对称就业周期可能出现在 Diamond(1982)的劳动力搜寻和匹配模型的非线性变体中,而许多文献也充分记录了失业的非线性动态(Acemoglu and Scott,1994; Skalin and Teräsvirta, 2002)。在 Meltzer 和 Scott(1981)的研究的基础上,学者们发展了一个均衡失业模型。该模型被扩展为内生自然失业率理论,通过政治进程存在的反馈,再结合从失业到社会保护再到自然失业率的有限信息。这种反馈导致失业率对其自身过去的非线性反应,从而产生了两个稳定的均衡点。研究目的是证明西班牙失业率的动态可以用一个具有两个均衡点和两个均衡点之间快速转换的非线性模型来很好地描述;此外,还提供了支持失业对冲击的非对称行为和滞后假说的证据。

2. 模型构建

在单变量情况下,可以通过平滑转移自回归模型来捕捉失业的多重均衡点,该模型可表述如下:

$$U_t = \alpha + \left(\sum_{i=1}^p \phi_i U_{t-i} \right) (1 - G(\gamma, U_{t-d} - c)) + \left(\sum_{i=1}^p \tilde{\phi}_i U_{t-i} \right) G(\gamma, U_{t-d} - c) + \epsilon_t \quad (1.36)$$

式中, α 、 ϕ_i 、 $\tilde{\phi}_i$ 、 γ 和 c 是待估算的参数; ϵ_t 是均值为零且方差恒定的误差项; 转移函数 $G(\gamma, U_{t-d} - c)$ 是连续的、非递减的,且介于 0 和 1 之间。

STAR 模型可以解释为一种机制转换模型,其允许两个机制,分别与极端值 $G(\gamma, U_{t-d} - c) = 0$ 和 $G(\gamma, U_{t-d} - c) = 1$ 相关联,每个机制都对应于特定的经济状态。当 U_{t-d} 偏离恒定的门限值 c 时,就会发生机制之间的转换,其转换速度由参数 γ 决定。

两种常用的转移函数是对数平滑转移自回归模型:

$$G(\gamma, U_{t-d} - c) = (1 + \exp\{-\gamma(U_{t-d} - c)\})^{-1}, \quad \gamma > 0 \quad (1.37)$$

和指数函数平滑转移自回归模型:

$$G(\gamma, U_{t-d} - c) = 1 - \exp\{-\gamma(U_{t-d} - c)^2\}, \quad \gamma > 0 \quad (1.38)$$

式(1.37)是对数平滑转移自回归模型。当 $\gamma \rightarrow \infty$ 时,对数函数接近 1,对数平滑转移自回归模型成为二机制门限自回归模型,而当 $\gamma = 0$ 时,对数平滑转移自回归模型简化为线性自回归模型。由于对 U_{t-d} 偏离 c 的正负偏差的反应不同,对数平滑转移自回归模型可以方便地模拟存在非对称行为的失业情况。而式(1.38)的指数平滑转移自回归模型的情况则不同,在该模型中,偏离临界值的正值和负值具有相同的效果,故该模型只能捕捉非线性对称调整。

针对平滑转移自回归模型的线性检验比较复杂,因为在线性的零假设下,定义平滑转移自回归模型的参数无法确定。Teräsvirta(1994)提出了一系列测试方法,用于评估 AR 模型的零假设与平滑转移自回归模型的替代假设。这些检验是通过对一组选定的延迟参数 d 值($1 \leq d \leq p$)进行以下辅助回归估计:

$$U_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_{1i} U_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_{2i} U_{t-i} U_{t-d} + \sum_{i=1}^p \beta_{3i} U_{t-i} U_{t-d}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_{4i} U_{t-i} U_{t-d}^3 + \epsilon_t \quad (1.39)$$

式(1.39)是通过对平滑转移自回归模型中的式(1.37)和式(1.38)进行泰勒展开得出的。与平滑转移自回归模型相对应的线性零假设为 $H_0: \beta_{2i} = \beta_{3i} = \beta_{4i} = 0, i=1, 2, \dots, p$; 相应 LM 检验在线性零假设下具有 $3(p+1)$ 自由度的渐近 χ^2 分布。如果拒绝一个超过 d 值的线性关系, 则选择联合检验最低 p 值对应的 d 值。

3. 数据和线性估计

在本节, 将提供一些非正式的证据, 支持多重均衡作为对西班牙失业行为的良好描述。为此, 首先描述了失业数据, 并绘制了其密度图, 以检验其形状是否符合多重均衡。接下来, 估计西班牙失业率的线性自回归模型, 并探讨其特性。如图 1.1 所示, 参数恒定性检验揭示了线性模型系数的明显不稳定性。这种不稳定性可能是由于线性模型的设定错误造成的, 是多重均衡之间可能发生转换的结果。

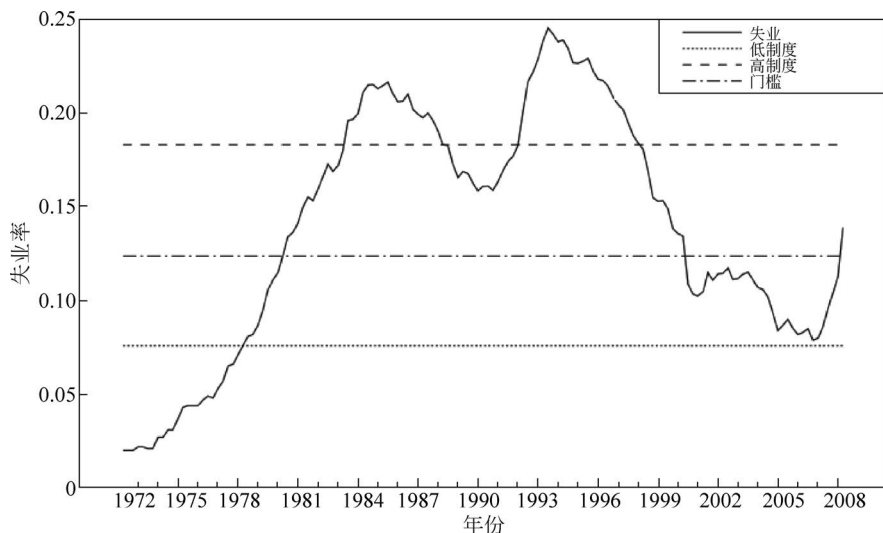


图 1.1 西班牙失业率季度序列

图 1.1 是西班牙失业率季度序列。时间跨度为 1972 年第四季度至 2008 年第三季度。西班牙历来是经济合作与发展组织国家中失业率最高的国家, 但 1997—2007 年其失业率大幅下降, 这种情况已经得到部分扭转。样本期始于 1972—1985 年的长期衰退期, 其经济衰退可以追溯到 20 世纪 70 年代的石油危机, 这场危机对西班牙经济造成了严重冲击。这些冲击抬高了产品价格, 减少了劳动力需求, 工资下行的刚性阻碍了必要的实际工资调整, 而实际工资调整本可以恢复对劳动力的需求。工会强大的讨价还价能力导致工资要求大大超过生产率的增长。结果造成了滞胀: 在此期间, 通货膨胀和失业率都有所上升。因此在 20 世纪 70 年代初, 西班牙的平均失业率为 2%, 而从 1975 年到 1985 年, 西班牙的就业人数大幅减少(约 200 万人), 失业率上升到 21.6%。在接下来的 1986—

1991年,西班牙经历了一个创造就业机会的短暂时期,失业率回落到16.3%。这一下降的原因有两个:首先,西班牙于1986年加入欧洲共同体(欧共体),利用了贸易壁垒较低的经济优势;其次,西班牙于1989年加入欧洲货币体系。从1991年到1994年,失业率再次飙升,1994年第一季度达到24.5%的峰值。尽管生产率继续提高,但在这一时期未出现了放缓的迹象。由于实际利率较高,外资大量流入西班牙,西班牙比塞塔随之升值,削弱了出口部门的竞争力。同时,实际工资的持续增长超过了生产率,导致竞争力严重下降。由于加入了欧洲货币联盟(EMU),西班牙经济无法进行竞争性贬值,因此陷入了内外失衡的困境,并逐渐变得不可持续。金融市场发现了这一点,于1992年9月对西班牙比塞塔发动了投机性攻击,迫使西班牙退出了欧洲货币联盟6%的汇率区间,并使其货币贬值。从1995年起,西班牙经历了一个长期的创造就业机会的时期,这是20世纪90年代末劳动力市场改革和西班牙政府决心满足《马斯特里赫特条约》条件的结果。

因此,1982—2008年,西班牙的失业动态具有以下特点:持续高失业率时期(1982年至1999年),平均失业率为19.5%;两个过渡期,一个是大规模破坏就业时期(1972年至1982年),另一个是大规模创造就业时期(1999年至2007年),分别位于持续高失业率时期之前和之后。从2008年起,其又回到了衰退水平。

如图1.2所示,西班牙失业率的双峰分布支持了这一关于多重平衡的非正式印象,其中的模式集中在10%和20%。

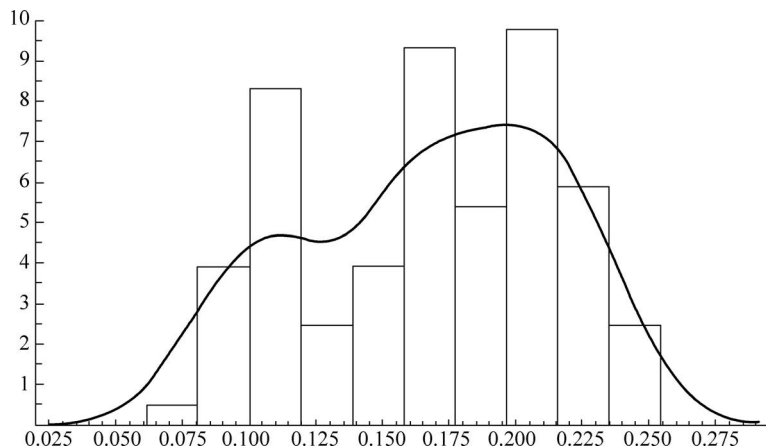


图 1.2 西班牙失业率的非参数密度估计

接下来,检验线性自回归模型能否充分反映西班牙的失业行为。表1.1列出了AR(5)模型的估计值,其中只报告了显著系数。滞后阶数是通过剔除统计意义上不显著的高阶滞后值来确定的,从滞后8阶开始。AR模型似乎不存在设定错误的问题,但由于偏度和过度峰度的存在,正态性被拒绝。需要注意的是,线性设定与冲击的持续性有关:自回归系数的估计值总和为0.98。表1.1列出了单位根和平稳性检验。PP是Phillips和Perron(1988)的单位根检验。根据这些检验,在通常的显著性水平下,单位根零值不能被拒绝(KPSS检验的零值是平稳性,但被拒绝),这意味着单位根意义上的失业滞后。

然而,存在断裂的确定性线性趋势的情况下,标准单位根检验无法拒绝假设,且存在多重结构断裂的情况下,单位根检验允许在零值条件下存在结构断裂。考虑到这一点,我们采用 Lee 和 Strazicich(2003)的单位根检验法,同时考虑两个结构性中断。LS(CM)和 LS(TBM)分别报告了崩溃和中断趋势的单位根检验。为了检验非线性静态行为的单位根,使用 Sollis(2009)的单位根检验法来检验非线性静态行为。表 1.1 中的 SL(D)和 SL(T)分别代表带有漂移的 Sollis 检验和带有漂移和趋势的 Sollis 检验。根据检验结果,与平滑转移自回归非线性平稳性的替代值相比,单位根的零值可以被拒绝。一旦拒绝了单位根,就可以检验对称与非对称非线性平稳性的零值。SLA(D)和 SLA(T)显示了对称非线性平稳性与非对称非线性平稳性的检验统计量。因此,对称非线性平稳性被拒绝。从表 1.1 结果中可以得出两个结论:失业在总体上是非线性平稳的,非对称性是该序列的一个重要特征。

表 1.1 西班牙失业率的 AR 模型

估计模型			
$U_t = 0.002 + 1.482 - 0.379U_{t-2} - 0.122U_{t-5} + \varepsilon_t$ (0.001) (0.091) (0.117) (0.033) $\sum \alpha_i = 0.98$			
诊断检验			
Autocorrelation 1-5:	$F(5,105) = 0.111\ 05[0.989\ 7]$		
ARCH 1-4:	$F(4,102) = 1.193\ 8[0.318\ 1]$		
Normality:	$\chi^2(2) = 22.348[0.000\ 0]$		
Heteroskedasticity, $F_{X_i X_j}$:	$F(6,103) = 0.520\ 03[0.792\ 0]$		
Heteroskedasticity, $F_{X_i^2}$:	$F(9,100) = 0.618\ 05[0.779\ 2]$		
Modelo specification, RESET test:	$F(1,109) = 2.587\ 4[0.110\ 6]$		
单位根检验	估计值	5%临界值	10%临界值
PP	-1.636	-2.88	-2.58
LS(TBM)	-4.724	-5.59	-5.27
LS(CM)	-3.006	-3.84	-3.5
SL(D)	6.153	4.954	4.157
SL(T)	6.116	6.463	5.46
SLA(D)	5.55		
SLA(T)	4.33		

单位根的证据在很大程度上取决于如何对确定性部分进行建模,但总体证据支持对西班牙失业率进行非线性建模。对图 1.1 的直观观察表明,西班牙的失业率可以用多重中断模型(1985 年、1991 年、1994 年和 2008 年为中断期)进行适当描述,并假定每个中断期都是线性的。为了探索平滑转移自回归模型的替代方法,考虑了 Bai 和 Perron(2003)的方法。表 1.2 显示了结果。 $\text{Sup}F_T(k)$ 统计测试了无结构间断与 k 个间断的零值。这些测试对于 1~5 之间的 k 都是有效的。因此至少存在一个间断。 $\text{Sup}F_T(l+1|l)$ 统计量序列测试了 l 个结构间断与 $l+1$ 个结构断点。由于它们都不显著,因此序列程序选择了一个断点。相比之下,BIC 和 LWZ 分别选择了 3 个和 2 个断点。表 1.2 列出了 1 个和两个断点的估计模型。断点分别位于 1987 年第三季度和 1998 年第二季度,与图 1.1 中

观察到的趋势变化不太一致。此外,由于置信区间很宽,断点日期不好确定。根据上述结果和先前的证据,继续估计平滑转移自回归模型。

表 1.2 断点个数选择

$z_t=1$	$p=1$	$p=0$	$h=21$	$M=5$		
$\text{Sup}F_T(1)$	$\text{Sup}F_T(2)$	$\text{Sup}F_T(3)$	$\text{Sup}F_T(4)$	$\text{Sup}F_T(5)$	$UD_{\max}$	$WD_{\max}$
14.88 [*]	17.85 [*]	12.76 [*]	25.79 [*]	26.42 [*]	26.42 [*]	53.60 [*]
$\text{Sup}F_T(2 1)$	$\text{Sup}F_T(3 2)$	$\text{Sup}F_T(4 3)$				
3.22	1.12	1.12				
Sequential	1		选择间断次数			
LWZ	2					
BIC	3		有两次间断的估计			
$\hat{\delta}_1$	$\hat{\delta}_2$	$\hat{\delta}_3$	$\hat{T}_1$	$\hat{T}_2$		
0.58	0.7	0.36	1987 : 3	1998 : 2		
(44.15)	(52.83)	(27.39)	(82 : 2—93 : 3)	(97 : 4—05 : 3)		
	有一次间断的估计					
$\hat{\delta}_1$	$\hat{\delta}_2$	$\hat{T}_1$				
0.88	0.39	1998 : 2				
(42.4)	(18.84)	(97 : 4—04 : 3)				

4. 对数平滑转移自回归模型

表 1.3 列出了线性假设与平滑转移自回归非线性假设的检验统计量。根据这些结果,当转移变量为 U_{t-4} 时,拒绝线性假设。使用异常值稳健性检验时,拒绝程度更高。表 1.4 显示,对于 U_{t-4} ,数据的对数平滑转移自回归模型优于指数平滑转移自回归模型: H_{04} 和 H_{03} 均被拒绝,而 H_{02} 不能被拒绝。 H_{0L} 的 p 值低于 H_{0E} 。这些结果表明,对数平滑转移自回归模型比线性模型或指数平滑转移自回归模型更适合描述失业过程。失业率不仅呈现非线性行为,而且这种行为是不对称的。

表 1.3 平滑转移自回归模型非线性的 LM 型检验

转移变量	LM_1	LM_3	LM_3^c	LM_4
标准检验				
趋势项	0.747	0.738	0.368	0.512
U_{t-1}	0.165	0.392	0.291	0.515
U_{t-2}	0.739	0.852	0.849	0.502
U_{t-3}	0.356	0.431	0.349	0.202
U_{t-4}	0.054	0.010	0.016	0.025
U_{t-5}	0.239	0.461	0.184	0.573
U_{t-6}	0.979	0.589	0.633	0.720
异方差稳健性检验				

续表				
转移变量	LM ₁	LM ₃	LM ₃ ^c	LM ₄
趋势项	0.766	0.681	0.201	0.520
U_{t-1}	0.236	0.524	0.414	0.615
U_{t-2}	0.590	0.589	0.451	0.470
U_{t-3}	0.385	0.509	0.562	0.632
U_{t-4}	0.053	0.095	0.156	0.158
U_{t-5}	0.302	0.541	0.259	0.626
U_{t-6}	0.962	0.176	0.385	0.293
异常值稳健性检验				
趋势项	0.666	0.538	0.134	0.359
U_{t-1}	0.189	0.459	0.299	0.560
U_{t-2}	0.769	0.806	0.887	0.500
U_{t-3}	0.133	0.286	0.112	0.365
U_{t-4}	0.023	0.004	0.009	0.008
U_{t-5}	0.190	0.385	0.096	0.496
U_{t-6}	0.962	0.507	0.529	0.681

表 1.4 平滑转移自回归模型选择

转移变量	Teräsvirta			Escribano 和 Jordà	
	H_{04}	H_{03}	H_{02}	H_{0L}	H_{0E}
标准检验					
趋势项	0.909	0.249	0.747	0.741	0.201
U_{t-1}	0.464	0.460	0.165	0.435	0.510
U_{t-2}	0.969	0.369	0.739	0.248	0.244
U_{t-3}	0.751	0.190	0.356	0.474	0.173
U_{t-4}	0.021	0.379	0.054	0.009	0.158
U_{t-5}	0.391	0.622	0.239	0.353	0.863
U_{t-6}	0.635	0.159	0.979	0.966	0.290
异方差稳健性检验					
趋势项	0.911	0.300	0.766	0.729	0.142
U_{t-1}	0.506	0.417	0.236	0.335	0.522
U_{t-2}	0.946	0.241	0.590	0.177	0.203
U_{t-3}	0.846	0.082	0.385	0.674	0.409
U_{t-4}	0.055	0.432	0.053	0.344	0.056
U_{t-5}	0.230	0.357	0.302	0.698	0.717
U_{t-6}	0.189	0.104	0.962	0.525	0.063
异常值稳健性检验					
趋势项	0.745	0.112	0.666	0.654	0.143
U_{t-1}	0.691	0.432	0.189	0.534	0.609
U_{t-2}	0.938	0.307	0.769	0.268	0.240
U_{t-3}	0.765	0.170	0.133	0.547	0.735
U_{t-4}	0.008	0.432	0.023	0.009	0.086

续表

转移变量	Teräsvirta			Escribano 和 Jordà	
	H_{04}	H_{03}	H_{02}	H_{0L}	H_{0E}
U_{t-5}	0.366	0.596	0.190	0.389	0.847
U_{t-6}	0.504	0.133	0.962	0.906	0.248

表 1.5 列出了估计的对数平滑转移自回归模型,估计方法采用最大似然法。结果表明存在两种失业机制:一种是均衡值为 18.3% 的高失业机制,另一种是均衡值为 7.6% 的低失业机制。值得注意的是,只要转移函数没有取极值,任何观测到的失业率都是高失业率和低失业率的加权平均值,其中权重由转移函数的值给出。临界值为 $\hat{c} = 12.36\%$ 的失业率。因此,在经济扩张期($U_{t-4} < 12.36\%$)和经济收缩期($U_{t-4} > 12.36\%$),失业率的变化是不同的,动态也不同。

表 1.5 西班牙失业的对数平滑转移自回归模型

估计模型:

$$U_t = 0.95 + (0.83U_{t-1} - 0.29U_{t-6} + 0.33U_{t-7}) \times (1 - G(U_{t-4}; -4.83, 12.36)) + (1.24U_{t-1} - 0.22U_{t-2} + 0.49U_{t-4} - 0.56U_{t-5}) \times G(U_{t-4}; -4.83, 12.36) + \varepsilon_t$$

$(0.16) \quad (0.16) \quad (0.17) \quad (3.02) \quad (1.11)$
 $(0.09) \quad (0.11) \quad (0.13) \quad (0.10) \quad (3.02) \quad (1.11)$

式中, $(GU_{t-4}; -4.83, 12.36) = [1 + \exp(-4.83(U_{t-4} - 12.36))]^{-1}$

$(3.02) \quad (1.11) \quad (3.02) \quad (1.02)$

样本: 1972 年第四季度至 2008 年第三季度

诊断检验:

Autocorrelation 1-5: 1.323[0.262]

ARCH 1-4: 4.177[0.382]

参数恒定性检验

LMc1=1.163[0.330]

LMc2=1.427[0.151]

LMc3=1.163[0.300]

非剩余非线性检验:

二次项: 1.400[0.215]

三次项: 1.449[0.131]

四次项: 1.434[0.131]

方差恒定性检验:

LMc1=0.631[0.428]

LMc2=0.573[0.565]

LMc3=0.465[0.707]

方差非剩余非线性检验:

二次项: 0.595[0.442]

三次项: 0.427[0.653]

四次项: 0.313[0.815]

长期性能:

$$G(U_{t-4}; \gamma, c) = 0: \sum \phi_i = 0.875, \hat{\mu}_1 = 7.6$$

$$G(U_{t-4}; \gamma, c) = 1: \sum \tilde{\phi}_i = 0.948, \hat{\mu}_2 = 18.3$$

每个机制的系数之和,低机制为 $\sum \phi_i = 0.87$,高机制为 $\sum \hat{\phi}_i = 0.95$,分别衡量两个机制的持续程度。在高失业率机制下,失业率的持续性很高;而在低失业率机制下,失业率的持续性较低。也就是说,当经济受到负面冲击时,失业率上升得更快;而当经济受到正面冲击时,失业率下降得更慢。转移参数 γ 的估计值相当大(4.83),因此失业率的微小变化就足以使估计的转移函数接近 0 或 1。在不同欧洲国家的实证文献中也发现了类似的 γ 值。Skalin 和 Teräsvirta(2002)计算了奥地利、丹麦、芬兰、德国、意大利、挪威和瑞典失业率的对数平滑转移自回归模型,这些国家的估计 γ 分别为 2.23、13.37、2.87、4.29、11.56、93.98 和 1.95。

图 1.1 显示了失业率的时间路径行为以及均衡点和临界点。如 γ 的估计值所显示,平衡点之间的移动速度很快:从 1995 年开始,在不到 5 年的时间里,西班牙的失业率就脱离了高失业率机制,跌破了 12.36% 的临界值,并接近较低的平衡点。20 世纪 70 年代初的情况正好相反,当时的失业率从很低的水平跃升到很高的水平。因此,创造就业机会的成功时期很容易被逆转,随之而来的是失业率的急剧上升。

表 1.5 中的检验结果没有显示出设定错误的迹象:没有异方差、自相关和偏离正态的迹象。此外,该模型捕捉到了数据的所有非线性特征:对数平滑转移自回归模型的非剩余非线性检验并未表明模型中存在任何剩余非线性。检验参数恒定性,在线性模型中,参数恒定性零值的备择假设是单一结构断裂,而表 1.5 检验中的备择假设明确允许参数平滑变化。LMc1 允许参数单调变化,LMc2 考虑非单调变化,LMc3 允许参数单调和非单调变化。这些检验表明参数的非恒定性,无论是平滑的还是突变。此外,不拒绝零假设意味着两个均衡点没有随时间发生显著变化。检验方差中的非线性和非恒定性,结果表明方差没有表现出任何错误设定。

除了对数平滑转移自回归模型在样本外预测方面是否优于线性模型,预测性能也可作为模型选择标准,从而作为评估模型的一种方法。线性模型和非线性模型均使用截至 2006 年第一季度的数据进行估计,因此样本外预测需要 10 个观测值。获得预测结果后,使用 Diebold-Mariano 统计量对比线性模型和非线性模型的预测效果。估计结果拒绝了预测准确性相同的零值,而非线性模型提供了更好的预测, P 值为 0.03。因此,在估计西班牙失业率时,对数平滑转移自回归模型优于线性模型。

通过广义脉冲响应函数研究了模型的动态特性,非线性模型中脉冲响应考察正负冲击效应的不对称性,并捕捉响应过程的持续性(滞后性)。图 1.3 中报告了失业对不同规模(估计误差的 0.5、3 和 5 个标准差)和不同数量级(50%、75%和 90%)冲击的非对称脉冲响应。图表的绘制过程如下:对于给定的冲击大小,我们生成 10 000 个冲击并计算相应的响应;然后根据冲击响应的符号将响应分为正响应和负响应,计算相应的量化值并绘制它们的差值。由于内生变量是失业率,正响应意味着冲击后失业率上升,即负面冲击对经济的影响。因此,图 1.3 中的正值意味着一定规模的负向冲击的影响大于同等规模的正向冲击的影响,即当经济受到负向冲击时,失业率上升得更快,而不是当发生正向冲击时失业率下降得更快,这一结果在不同程度的冲击下是一致的。从图 1.3 中可以发现,5 个标准差的冲击比 0.5 个标准差的冲击表现出更持久的影响,因此,较小的冲击(无论

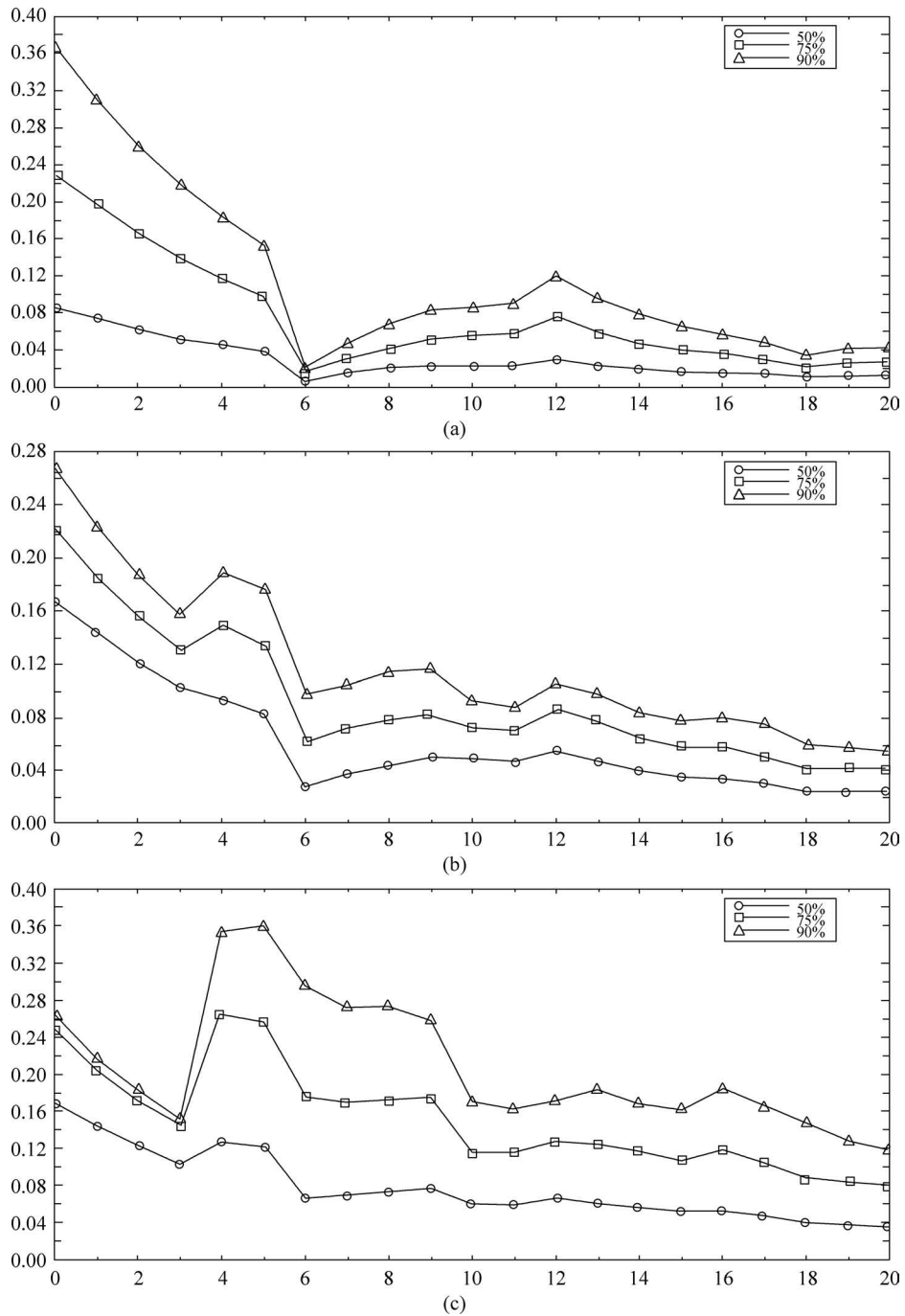


图 1.3 分位数的不对称性

(a) 0.5个标准差; (b) 3个标准差; (c) 5个标准差

是正冲击还是负冲击)比较大的冲击吸收得更快。

1.4 自激励门限自回归模型

1.4.1 自激励门限自回归模型概述

Tsay(1989)定义了自激励门限自回归模型,SETAR 模型的特点是门限变量是因变量本身或它的滞后项。Bake 和 Fomby(1997)列举的用于描述 z_t 的几种特定的 TAR 模型,包括 EQ-TAR 模型、Band-TAR 模型、趋回漂移门限自回归(RD-TAR)模型,均属于 SETAR 模型范畴,因为以上这 3 个 TAR 模型中,门限变量均被设为 z_{t-1} ,即 z_t 序列中的滞后一期值。在此基础上,Granger 和 Enders(1998)又提出了冲量门限自回归(momentum threshold autoregression, M-TAR)模型。这类模型采用 z_t 的滞后一期差分作为门限变量。

1.4.2 自激励门限自回归模型的设定

SETAR 模型是 TAR 模型的一种特殊情形。

一个简单的二机制 SETAR 模型的表达式为

$$y_t = \left(\mu_1 + \sum_{i=1}^{k_1} \alpha_{1i} y_{t-i} \right) I(y_{t-d}; c) + \left(\mu_2 + \sum_{i=1}^{k_2} \alpha_{2i} y_{t-i} \right) [1 - I(y_{t-d}; c)] + \xi_t \quad (1.40)$$

式中, y_t 为被研究时间序列; c 为门限变量; d 为延迟参数,是一个大于 0 的正整数; y_{t-d} 为过渡变量; k_1 和 k_2 分别为不同的制度下作为解释变量的滞后因变量的滞后步长。

假设误差项 $\xi_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2)$, 令指示函数 $I(y_{t-d}; c)$ 为

$$I(y_{t-d}; c) = \begin{cases} 1, & y_{t-d} < c \\ 0, & y_{t-d} \geq c \end{cases} \quad (1.41)$$

因此,指示函数等于 0 和 1 分别对应于两种不同的数据生成过程,或两种不同的制度。自激励门限自回归模型是平滑转移自回归模型的特殊情形,故参数值的估计和假设检验与门限自回归模型一致。

1.4.3 案例二:石油非线性效应对主权信用风险的影响^①

1. 研究背景

由于信贷在各国经济发展中发挥着重要作用,同时考虑到信贷市场在加剧金融不稳定性方面所扮演角色的不确定性急剧增强,学术界和非学术界的研究人员越来越有兴趣了解信用风险的主要驱动因素,特别是信用违约互换(CDS)的价差。由于 CDS 市场不仅

^① SABKHA S, DE PERETTI C, HMAIED D. Nonlinearities in the oil effects on the sovereign credit risk: a self-exciting threshold autoregression approach[J]. Research in international business and finance, 2019, 50: 106-133.

反映了信用状况,而且量化了投资者的风险厌恶程度,并能洞察系统性风险的转移,因此,研究信用风险的决定因素对全球监管机构和市场参与者在极端情况下发现风险源并适当调整政策决策具有重要意义,旨在研究控制当地和全球经济整体因素后,石油价格和石油市场波动是否有助于解释主权 CDS 的条件波动。

2. 模型构建

由于石油价格、石油市场波动性以及其它控制变量可能随着时间的推移发挥作用的非恒定,会发生结构性变化,因此,构建出二机制 SETAR 模型,具体公式如下:

$$y_t = (\omega_1 + \sum_{i=1}^k \theta_{1,i} y_{t-i} + \sum_{j=1}^n \Phi_{1,j} z_{j,t} + \xi_{1,t}) \zeta(y_{t-h} \leq \lambda) + (\omega_2 + \sum_{i=1}^k \theta_{2,i} y_{t-i} + \sum_{j=1}^n \Phi_{2,j} z_{j,t} + \xi_{2,t}) \zeta(y_{t-h} > \lambda) \quad (1.42)$$

式中, y_t 为信用违约互换波动率; k 和 n 分别为模型中自回归过程的滞后阶数和外生变量个数; $z_{j,t}$ 为石油价格、石油波动率等控制变量; $\xi_{1,t}$ 和 $\xi_{2,t}$ 为残差; $\zeta(\cdot)$ 为示性函数,如果括号中的条件得到满足,则其值为 1,否则为 0; h 为延迟参数; λ 为根据 Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno(BFGS)方法进行数值优化后自动选择的门限值。

信用违约互换波动率指标说明:在深入研究石油波动与主权信用风险之间关系的研究中,没有使用 CDS 利差作为信用度指标,而是使用 CDS 波动率。事实上,用 CDS 波动率来衡量信用风险似乎比其一阶差分更合适,原因有以下两方面:一方面,CDS 利差最初是为对冲政府债务而开发的,与参考实体的违约概率密切相关,因此其数值似乎适合衡量一个国家的风险程度。然而,随着时间的推移,赤裸的 CDS 越来越多地被用于投机,这使得其价差水平与内在的信用风险程度相脱离。以获利为目的使用主权 CDS 可能会产生不正常的影响。特别是在希腊的情况下,投资者大量购买希腊 CDS(即使这种预期并不合理)来押注该国违约概率的增加,从而导致利差水平的上升。这样一来,由于市场需求增加,希腊债务保护的价格实际上也提高了。因此,希腊利率上升的原因是这种投机机制,而不是其公共财政恶化。CDS 利差对投资者来说似乎是一个有争议的风险衡量标准,因为高利差并不一定意味着发生信贷事件的可能性大,而是意味着投机量大。另一方面,偿付能力风险不应局限于政府违约的可能性,还应考虑到市场的不稳定性和投资者风险认知的不确定性。因此,衡量这种“补充性”市场风险,以正确评估各国的信用度。在 2011 年上半年,法国 CDS 的演变出现了某种悖论。在此期间,法国的信用状况有所改善,其债券利率也有所下降,但其 CDS 利差(达到 190 个基点)超过了巴西或菲律宾等一些风险更高的国家。尽管法国的基本面良好,法国的债务仍然受到投资者的追捧,但法国利差的上升似乎与法国主权评级恶化的传言导致的高流动性有关。因此,这种情况反映了 CDS 利差作为信用风险衡量标准的局限性,尤其是在高风险规避和长期谣言的时期。简而言之,CDS 利差代表了投资者对违约概率的看法;而 CDS 波动率则代表了投资者对这一概率的不确定性的看法,因此是一种补充性——而非替代性——风险度量。

由于被解释变量和解释变量经过 ADF(augmented Dickey-Fuller,增广迪基-富勒)检验以后均为非平稳序列,采用数学方法进行平稳化处理,具体做法为

$$z_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) \quad (1.43)$$

式中, p_t 表示 t 时刻的变量值。

3. 模型检验

根据 Bai 和 Perron(2003)提出的结构突变检验,只考虑二机制门限模型:第一,稳定机制对应低条件波动率;第二,风险机制对应高条件波动率。由表 1.6 可知,在 5% 的显著性水平上所有国家均拒绝了零门限值的假设。因此,所研究的 38 个国家的 CDS 波动率序列随着时间的推移具有显著的非线性特征,这证明使用 SETAR 模型是合理的。

表 1.6 门限值 F -statistics(0 或 1 检验)

国家	F -statistic	Scaled F -statistic	国家	F -statistic	Scaled F -statistic
石油生产国					
挪威	38.60	463.17 **	日本	37.61	488.97 **
英国	17.86	232.23 **	拉脱维亚	8.63	112.13 **
美国	34.78	452.16 **	立陶宛	7.12	92.59 **
巴西	13.97	181.60 **	荷兰	34.47	448.08 **
中国	7.66	99.62 **	葡萄牙	21.49	279.41 **
墨西哥	16.50	214.53 **	斯洛伐克	10.16	132.12 **
卡塔尔	13.03	143.28 **	斯洛文尼亚	10.65	138.51 **
泰国	11.70	152.13 **	西班牙	30.35	394.6 **
印度尼西亚	3.83	49.79 **	瑞典	20.34	264.47 **
俄罗斯	11.44	148.67 **	菲律宾	21.81	283.55 **
委内瑞拉	24.13	265.47 **	土耳其	32.52	422.71 **
石油消费国			保加利亚	8.71	113.26 **
澳大利亚	21.74	282.6 **	克罗地亚	16.05	208.65 **
比利时	14.84	192.92 **	捷克	14.58	189.56 **
丹麦	26.37	342.81 **	匈牙利	10.60	137.79 **
芬兰	16.33	212.30 **	希腊	174.22	2 264.9 **
法国	42.33	550.27 **	波兰	8.66	112.6 **
德国	43.00	558.94 **	罗马尼亚	9.10	118.35 **
爱尔兰	24.69	320.95 **	乌克兰	12.46	161.98 **
意大利	17.68	229.82 **			

注: ** 表示在 5% 的水平上显著。

由于模型回归系数不是随时间变化,所以最小化残差平方和与最小信息准则的结果相同。根据残差平方和最小原则来确定门限值与最优滞后阶数。由表 1.7 可知,最优滞后阶数在不同国家是不同的,但所有研究国家的门限值均为正。法国的门限值最高,为 0.016 8,这意味着 CDS 市场需要比其他市场产生更大的波动才能跨越到第二机制。而比利时(0.000 1)、荷兰(0.000 2)、希腊(0.000 3)和罗马尼亚(0.000 2)门限值很低使这些国家易转变为第二机制。

表 1.7 最优门限值选择

残差平方和						
	VOL_{t-1}	VOL_{t-2}	VOL_{t-3}	VOL_{t-4}	VOL_{t-5}	VOL_{t-6}
石油生产国						
挪威	0.003 0	0.003 1	0.003 1	0.003 1	0.003 1	0.003 1
英国	0.006 4	0.006 5	0.006 5	0.006 5	0.006 6	0.006 4
美国	0.109 6	0.112 6	0.112 6	0.116 2	0.115 1	0.116 8
巴西	0.000 3	0.000 3	0.000 3	0.000 3	0.000 3	0.000 3
中国	0.000 3	0.000 3	0.000 3	0.000 3	0.000 3	0.000 3
墨西哥	0.003 1	0.003 1	0.003 1	0.003 1	0.003 1	0.003 2
卡塔尔	0.000 9	0.000 9	0.000 9	0.000 9	0.000 9	0.000 9
泰国	0.002 6	0.002 5	0.002 6	0.002 6	0.002 6	0.002 6
印度尼西亚	0.000 3	0.000 3	0.000 3	0.000 3	0.000 3	0.000 3
俄罗斯	0.012 7	0.012 8	0.012 9	0.012 9	0.012 7	0.012 8
委内瑞拉	0.008 2	0.008 3	0.008 3	0.008 3	0.008 4	0.008 5
石油消费国						
澳大利亚	0.007 6	0.007 4	0.007 2	0.007 4	0.007 2	0.007 4
比利时	0.000 1	0.000 1	0.000 1	0.000 1	0.000 1	0.000 1
丹麦	0.004 9	0.004 9	0.004 9	0.005 0	0.005 0	0.005 0
芬兰	0.012 6	0.012 2	0.012 6	0.012 6	0.012 6	0.012 6
法国	0.593 5	0.573 3	0.587 3	0.592 0	0.586 4	0.584 9
德国	1.790 2	1.610 9	1.689 7	1.811 4	1.759 9	1.775 6
爱尔兰	2.155 1	1.923 2	2.098 0	2.081 1	2.150 5	2.156 6
意大利	0.025 7	0.024 7	0.025 8	0.025 1	0.025 9	0.025 7
日本	0.008 6	0.008 5	0.008 6	0.008 6	0.008 7	0.008 7
拉脱维亚	0.075 2	0.075 5	0.074 9	0.074 8	0.075 8	0.075 2
立陶宛	0.043 2	0.043 1	0.043 4	0.043 4	0.043 4	0.043 5
荷兰	0.004 2	0.004 2	0.004 3	0.003 8	0.003 9	0.004 1
葡萄牙	0.149 5	0.146 8	0.147 2	0.147 9	0.146 2	0.148 4
斯洛伐克	0.088 2	0.089 1	0.089 0	0.090 2	0.090 4	0.090 0
斯洛文尼亚	0.020 4	0.020 4	0.020 7	0.020 7	0.020 9	0.020 9
西班牙	0.067 9	0.061 2	0.067 1	0.067 4	0.067 5	0.065 5
瑞典	0.001 9	0.001 9	0.002 0	0.001 9	0.002 0	0.002 0
菲律宾	0.066 1	0.067 5	0.068 2	0.069 0	0.070 1	0.069 8
土耳其	0.002 1	0.002 0	0.002 1	0.002 0	0.002 1	0.002 2
保加利亚	0.121 0	0.121 5	0.119 7	0.120 9	0.121 1	0.121 4
克罗地亚	0.016 0	0.015 6	0.016 1	0.016 3	0.016 3	0.016 1
捷克	0.013 9	0.013 9	0.013 9	0.014 0	0.014 0	0.014 2

续表

石油消费国						
匈牙利	0.082 9	0.081 8	0.081 7	0.082 0	0.082 7	0.082 5
希腊	0.004 9	0.002 8	0.002 8	0.004 7	0.004 9	0.004 9
波兰	0.025 8	0.025 6	0.026 0	0.025 9	0.025 8	0.025 8
罗马尼亚	0.000 1	0.000 1	0.000 1	0.000 1	0.000 1	0.000 1
乌克兰	0.034 6	0.033 9	0.033 9	0.033 9	0.033 9	0.034 0

4. 模型估计结果

模型估计结果见表 1.8。在稳定期(机制 1),石油价格和石油波动性对信用风险水平的影响十分微弱,在研究的 38 个国家中,只有保加利亚和其他 7 个国家受到了显著影响,且这 8 个国家均不是石油生产国。石油价格的影响作用在机制 2 更为重要,在风险期(机制 2),石油价格对 25 个国家的 CDS 波动率具有显著影响,约占样本总数的 66%。尤其是石油生产国的 CDS 波动率对石油价格的波动更为敏感,其中有 10 个国家的回归系数显著。同样,在风险期,CDS 波动率对石油市场波动性的敏感程度也有所增加。因此,相比于稳定期,在 CDS 市场风险期内石油市场波动性对信用风险水平的影响更大。

表 1.8 石油生产国 SETAR(1)估算结果

国家	挪威		英国	
滞后阶数	VOL_{t-1}		VOL_{t-6}	
门限值	0.001 4		0.001 0	
	机制 1	机制 2	机制 1	机制 2
石油价格	-0.001 2 *	-0.001 2 *	-0.000 5	-0.006 7 **
	(-0.001 1)	(-0.002 1)	(-0.001 5)	(-0.003 2)
石油波动指数	—	—	-3.2E-06	-1E-05
	—	—	(-0.000 003 75)	(-0.000 008 19)
国家	美国		巴西	
滞后阶数	VOL_{t-1}		VOL_{t-2}	
门限值	0.009 0		0.001 3	
	机制 1	机制 2	机制 1	机制 2
石油价格	0.006	0.035 6 **	0.000 5	0.003 8 ***
	-0.006	-0.016 5 **	(-0.000 3)	(-0.000 6)
石油波动指数	6.1E-06	-0.000 1	-8.4E-07	-0.000 003 77 *
	(-0.000 015 1)	(-0.000 038 9)	(-0.000 000 889)	(-0.000 001 98)
国家	中国		墨西哥	
滞后阶数	VOL_{t-4}		VOL_{t-2}	
门限值	0.001 2		0.001 8	
	机制 1	机制 2	机制 1	机制 2
石油价格	0.000 1	-0.001 7 ***	-0.001 1	-0.012 8 ***
	(-0.000 3)	(-0.000 5)	(-0.001 1)	(-0.001 8)

续表

国家	中国		墨西哥	
石油波动指数	4.8E-07	−9.9E-07	4.7E-08	−0.000 028 9***
	(−0.000 000 8)	(−0.000 001 98)	(−0.000 002 82)	(−0.000 005 39)
国家	卡塔尔		泰国	
滞后阶数	VOL _{<i>t</i>−5}		VOL _{<i>t</i>−2}	
门限值	0.000 7		0.001 8	
	机制 1	机制 2	机制 1	机制 2
石油价格	−0.000 4	−0.004 2***	−0.000 1	0.827 2***
	(−0.000 6)	(−0.000 9)	(−0.001)	(−0.001 5)
石油波动指数	−1.2E-06	−0.000 025 1***	−1E-06	0.000 6
	(−0.000 001 38)	(−0.000 003 68)	(−0.000 002 27)	(−0.000 006 51)
国家	印度尼西亚		俄罗斯	
滞后阶数	VOL _{<i>t</i>−2}		VOL _{<i>t</i>−5}	
门限值	0.001 1		0.002 5	
	机制 1	机制 2	机制 1	机制 2
石油价格	0.000 1	−3.9E-05	−0.000 6	−0.025***
	(−0.000 3)	(−0.000 6)	(−0.002 3)	(−0.003 7)
石油波动指数	−1.8E-07	0.000 006 41***	−5.3E-06	−1E-05
	(−0.000 000 818)	(−0.000 002 43)	(−0.000 005 63)	(−0.000 011)
国家	委内瑞拉			
滞后阶数	VOL _{<i>t</i>−1}			
门限值	0.001 8			
	机制 1	机制 2		
石油价格	−0.001 3	−0.023 3***		
	(−0.001 7)	(−0.002 8)		
石油波动指数	−4.7E-10	1.2E-08		
	(1.86E-09)	(7.67E-09)		

注：由于篇幅限制，书中仅展示石油生产国的 SETAR(1) 估算结果。括号内是标准误，***、** 和 * 分别表示在 1%、5% 和 10% 的水平显著。

以机制 2 的石油生产国为例。尽管影响程度存在差异，但石油价格在大多数情况下都对信用风险水平产生了负面影响（只有美国、巴西和泰国表现为正向）。其中，泰国石油价格对 CDS 波动率的影响最大，石油价格每上涨 1%，CDS 波动率就会增加 82.72%，但这种正向影响与理论预期不符。这可能是因为近年来泰国的石油产量不断增加，但仍不能满足其消费需求。为了满足消费需求，泰国不得不进口石油，这削弱了其公共财政，从而削弱了其偿还债务的能力。值得注意的是，在机制 2 中，石油市场波动性对 CDS 波动率的影响大多是负面的。理论上，石油市场波动性的增强应该会提高主权信用风险，但实证研究却出现了相反的结果。这可能是因为 CDS 市场和石油市场频繁出现危机期后投资者的非理性行为造成的虚假影响。

1.4.4 软件操作步骤

由于上述案例数据难以获得,因此,采用常规数据来演示 SETAR 模型的具体操作步骤。

选取 2001 年 1 月到 2021 年 12 月中国居民消费价格指数(上个月=100)作为样本数据(数据来源于国家统计局),构建 SETAR 模型,具体公式如下(以二机制 SETAR 模型公式为例):

$$y_t = I_t \left(\alpha_{10} + \sum_{k=1}^p \alpha_{1k} y_{t-k} \right) + (1 - I_t) \left(\alpha_{20} + \sum_{n=1}^r \alpha_{2n} y_{t-n} \right) + u_t \quad (1.44)$$

接下来演示 EViews 的具体操作步骤。

第一步,进行单位根检验。导入数据后,先单击 View 按钮,然后单击 Unit Root Tests 中的 Standard Unit Root Tests 选项(图 1.4)。

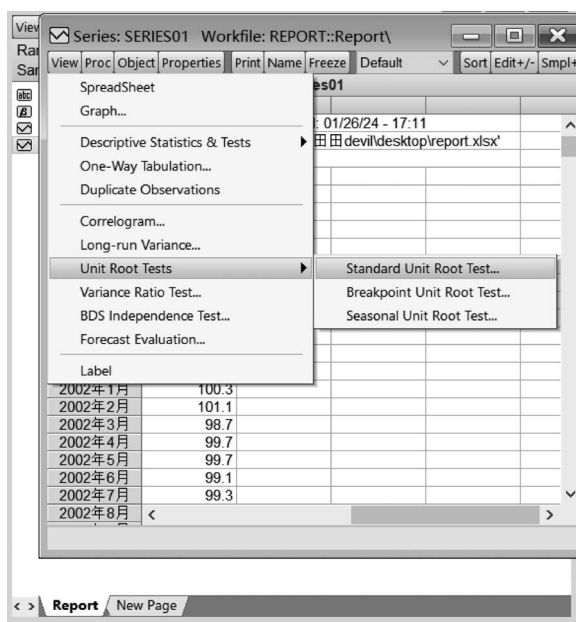


图 1.4 View 窗口 1

单击 Standard Unit Root Tests 选项后,将会出现图 1.5 所示窗口。

选择 Testtype 中的 Augmented Dickey-Fuller,其余选项全部默认。单击 OK 按钮即可得到单位根检验结果(图 1.6)。

由检验结果可知,时间序列在 5% 的显著性水平上拒绝了原假设,即时间序列平稳。

第二步,在数据导入的界面,将时间序列数据重命名。右击 series01 后,单击 Rename 选项,将 series01 命名为 y(图 1.7)。

第三步,双击打开命名好的时间序列 y,单击 Quick 按钮中的 Estimate Equation 选项(图 1.8)。

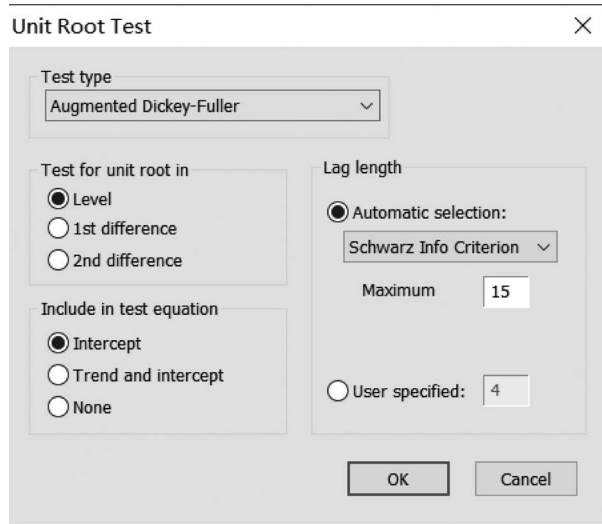


图 1.5 Standard Unit Root Tests 窗口

Null Hypothesis: SERIES01 has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 11 (Automatic - based on SIC, maxlag=15)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-3.092211	0.0285
Test critical values: 1% level	-3.457515	
5% level	-2.873390	
10% level	-2.573160	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(SERIES01)
 Method: Least Squares
 Date: 01/26/24 Time: 17:27
 Sample (adjusted): 13 252
 Included observations: 240 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SERIES01(-1)	-0.630523	0.203907	-3.092211	0.0022
D(SERIES01(-1))	-0.215273	0.194959	-1.104192	0.2707
D(SERIES01(-2))	-0.230303	0.179802	-1.280869	0.2015
D(SERIES01(-3))	-0.275958	0.166670	-1.655715	0.0992
D(SERIES01(-4))	-0.309113	0.154371	-2.002409	0.0464
D(SERIES01(-5))	-0.285963	0.141905	-2.015182	0.0451
D(SERIES01(-6))	-0.348808	0.127941	-2.726318	0.0069
D(SERIES01(-7))	-0.351223	0.116326	-3.019299	0.0028
D(SERIES01(-8))	-0.376046	0.102353	-3.673998	0.0003
D(SERIES01(-9))	-0.433042	0.087317	-4.959447	0.0000
D(SERIES01(-10))	-0.548225	0.073578	-7.450971	0.0000
D(SERIES01(-11))	-0.366549	0.061286	-5.980965	0.0000
C	63.17885	20.43020	3.092425	0.0022
R-squared	0.531410	Mean dependent var	-0.001667	
Adjusted R-squared	0.506639	S.D. dependent var	0.725101	
S.E. of regression	0.509308	Akaike info criterion	1.541118	
Sum squared resid	58.88265	Schwarz criterion	1.729653	
Log likelihood	-171.9342	Hannan-Quinn criter.	1.617084	
F-statistic	21.45271	Durbin-Watson stat	1.990359	
Prob(F-statistic)	0.000000			

图 1.6 单位根检验结果 1

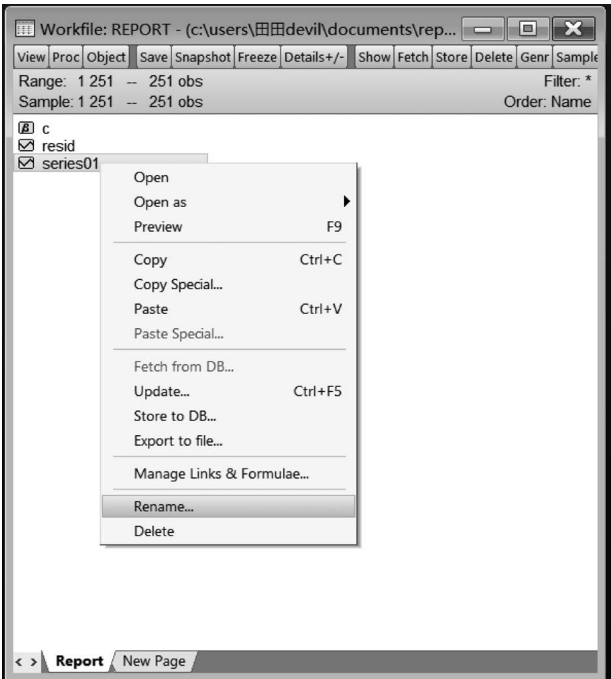


图 1.7 时间序列数据重命名

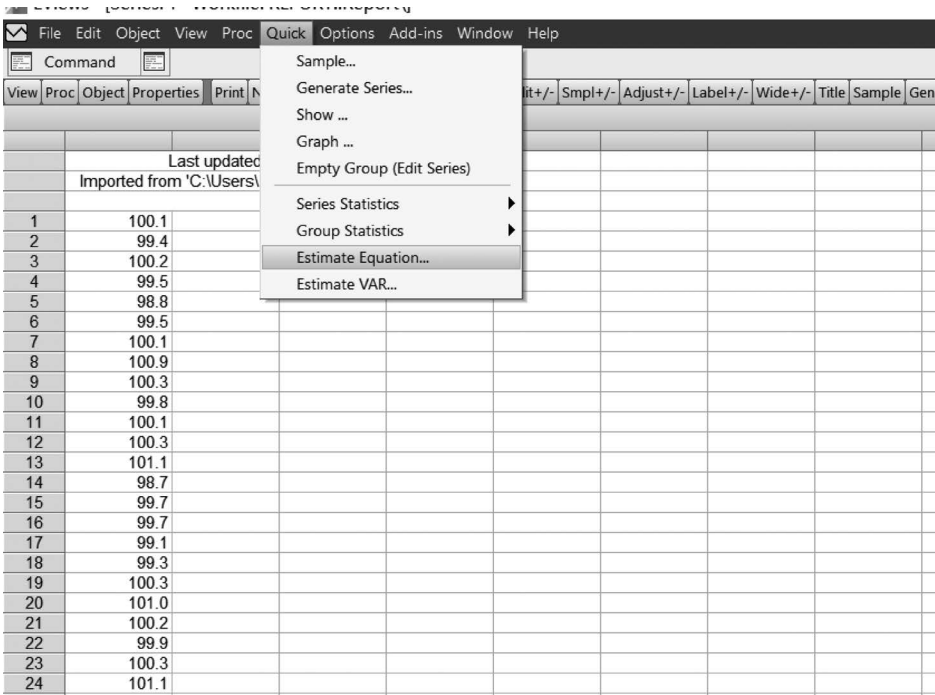


图 1.8 Quick 窗口 1

完成上述操作后就会出现公式输入界面,选择 Method 中 THRESHOLD-Threshold Regression 模型(图 1.9)。

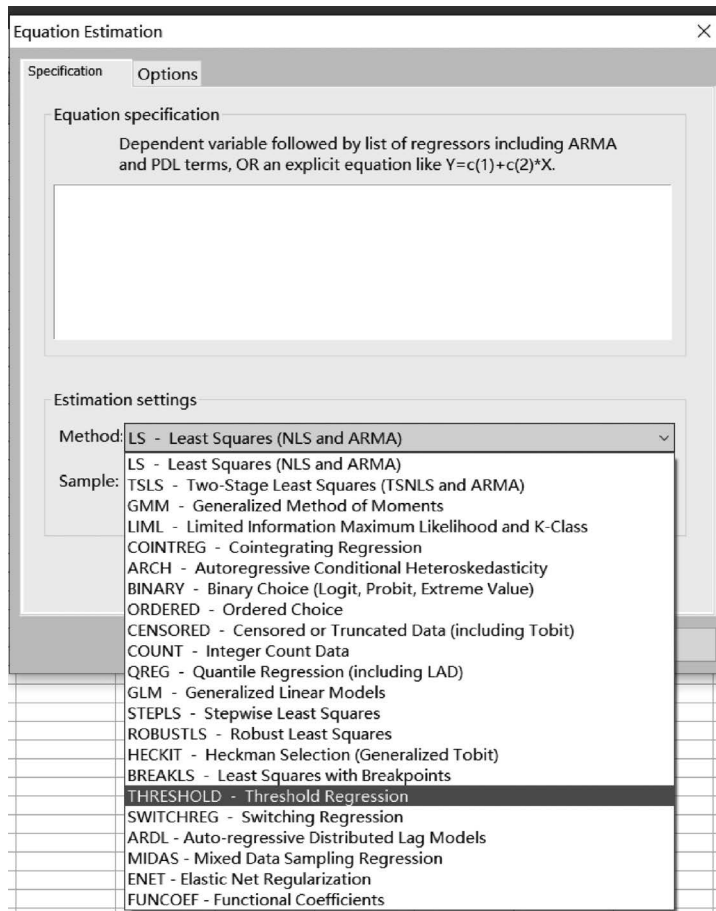


图 1.9 Method 窗口

第四步,在 Dependent variable followed by list of threshold varying regressors 中输入模型所需的变量(根据 AIC 确定滞后阶数为 4 期)(图 1.10)。

依次输入 y c $y(-1)$ $y(-2)$ $y(-3)$ $y(-4)$ 。由于 EViews 可自主寻找最优门限值 and 门限数,因此 Multiple values indicate model selection 中只需要输入 1 即可。然后单击确定按钮即可得到 SETAR 模型结果(图 1.11)。

第五步,由结果可知,建立的模型通过了双门限检验,第一个门限值为 100.299 99,第二个门限值为 100.5,门限值上下的回归系数变化巨大,这也进一步验证了采取 SETAR 模型的必要性,如图 1.12 所示。

门限机制检验结果,需要单击 View 的 Threshold Specification 选项查看(图 1.13)。

由门限检验结果可知,双门限值在 5% 的水平上拒绝了原假设,故最终模型确定为三机制 SETAR 模型(图 1.14)。

The dialog box is titled "Equation Estimation" and has two tabs: "Specification" and "Options". The "Specification" tab is active. It contains three main sections: "Equation specification" with a text input field for the dependent variable and threshold varying regressors; "List of threshold non-varying regressors:" with an empty text input field; and "Threshold variable specification" which includes a text input field for the threshold variable, a "Threshold type:" section with radio buttons for "Discrete (ex: TAR)" (selected) and "Smooth (ex: STAR)", and an "Estimation settings" section with a "Method:" dropdown menu set to "THRESHOLD - Threshold Regression" and a "Sample:" input field containing "1 251". At the bottom right are "确定" (OK) and "取消" (Cancel) buttons.

图 1.10 模型输入窗口

This dialog box is identical in layout to Figure 1.10 but contains example data. In the "Equation specification" text field, the text "y c y(-1) y(-2) y(-3) y(-4)" is entered. In the "Threshold variable specification" section, the text "1" is entered in the threshold variable field. The "Threshold type:" section remains with "Discrete (ex: TAR)" selected. The "Estimation settings" section remains the same with "Method:" set to "THRESHOLD - Threshold Regression" and "Sample:" set to "1 251". The "确定" (OK) and "取消" (Cancel) buttons are at the bottom right.

图 1.11 模型输入示例

Dependent Variable: Y
Method: Discrete Threshold Regression
Date: 01/28/24 Time: 17:06
Sample (adjusted): 5 251
Included observations: 247 after adjustments
Selection: Trimming 0.15, Max. thresholds 5, Sig. level 0.05
Threshold variable: Y(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Y(-1) < 100.29999 -- 138 obs				
C	72.65590	17.42643	4.169293	0.0000
Y(-1)	0.421321	0.130681	3.224034	0.0014
Y(-2)	-0.008853	0.070719	-0.125193	0.9005
Y(-3)	-0.024739	0.068692	-0.360139	0.7191
Y(-4)	-0.112951	0.069361	-1.628453	0.1048
100.29999 <= Y(-1) < 100.5 -- 32 obs				
C	268.1828	209.5405	1.279861	0.2019
Y(-1)	-1.443495	2.068134	-0.697970	0.4859
Y(-2)	-0.525828	0.271517	-1.936630	0.0540
Y(-3)	0.022057	0.307584	0.071712	0.9429
Y(-4)	0.276134	0.263070	1.049656	0.2950
100.5 <= Y(-1) -- 77 obs				
C	162.3800	21.30130	7.623008	0.0000
Y(-1)	-0.537299	0.173324	-3.099777	0.0022
Y(-2)	-0.206590	0.188190	-1.097771	0.2734
Y(-3)	-0.163780	0.179768	-0.911065	0.3632
Y(-4)	0.293440	0.141971	2.066897	0.0399
R-squared	0.277378	Mean dependent var	100.1891	
Adjusted R-squared	0.233771	S.D. dependent var	0.595650	
S.E. of regression	0.521399	Akaike info criterion	1.594204	
Sum squared resid	63.07062	Schwarz criterion	1.807325	
Log likelihood	-181.8842	Hannan-Quinn criter.	1.680009	
F-statistic	6.360925	Durbin-Watson stat	1.951440	
Prob(F-statistic)	0.000000			

图 1.12 SETAR 模型估计结果

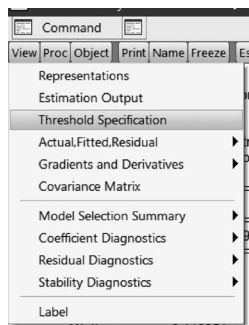


图 1.13 View 窗口 2

Discrete Threshold Specification
Description of the threshold specification used in estimation
Equation: UNTITLED
Date: 01/28/24 Time: 17:11

Summary			
Threshold variable: Y(-1)			
Estimated number of thresholds: 2			
Method: Bai-Perron tests of L+1 vs. L sequentially determined thresholds			
Maximum number of thresholds: 5			
Threshold data values: 100.3, 100.5			
Adjacent data values: 100.2, 100.4			
Thresholds values used: 100.29999, 100.5			
Current threshold calculations:			
Multiple threshold tests			
Bai-Perron tests of L+1 vs. L sequentially determined thresholds			
Date: 01/28/24 Time: 17:11			
Sample: 5 251			
Included observations: 247			
Threshold variable: Y(-1)			
Threshold varying variables: C Y(-1) Y(-2) Y(-3) Y(-4)			
Threshold test options: Trimming 0.15, Max. thresholds 5, Sig. level 0.05			
Sequential F-statistic determined thresholds: 2			
Threshold Test	F-statistic	Scaled F-statistic	Critical Value**
0 vs. 1 *	11.30640	56.53200	18.23
1 vs. 2 *	4.916663	24.58331	19.91
2 vs. 3	1.826135	9.130677	20.99
* Significant at the 0.05 level.			
** Bai-Perron (Econometric Journal, 2003) critical values.			
Threshold values:			
	Sequential	Repartition	
1	100.2999999...	100.29999999999996	
2	100.5	100.5	

图 1.14 门限检验结果

1.5 门限自回归移动平均模型

近年来,时间序列的理论及应用得到了很大的发展,各种模型也应运而生。人们在实际应用中越来越感到现有的线性模型,如 AR、ARMA 模型等,难以很好地刻画复杂的物理现象。因此,对非线性模型的讨论越来越活跃,已经提出了一些非线性模型。但这些模型一般都较复杂,局限性强,建立模型很麻烦,致使难以推广。Tong(1978)提出的 TAR 模型,较好地克服了这些缺点,它的计算复杂性与一般的 AR 模型相当,且能刻画线性模型难以刻画的物理现象。基于这一思想,进一步发展了这一模型,提出了一种新的非线性模型——门限自回归移动平均(TARMA)模型。

1.5.1 门限自回归移动平均模型设定

记时间序列 $\{x_t, t \geq 1\}$, 若该时间序列满足式(1.45), 称其为门限自回归移动平均模型:

$$x_t = \mu^{(J_t)} + \sum_{i=1}^{p(J_t)} \varphi_i^{(J_t)} x_{t-i} + \epsilon_t^{(J_t)} + \sum_{i=1}^{q(J_t)} \theta_i^{(J_t)} \epsilon_{t-i}^{(J_t)}, \quad \gamma_{(J_{t-1})} \leq x_{t-d} \leq \gamma_{(J_t)} \quad (1.45)$$

式中, $\{J_t, t \geq 1\}$ 为时间序列, J_t 取整值 $1, 2, \dots, L$, L 取正整数, 为门限个数。 $R = \{\gamma_0, \dots, \gamma_L\}$ 为一实数集, 且 $-\infty = \gamma_0 < \gamma_1 < \dots < \gamma_{L-1} < \gamma_L = \infty$, 为门限值, P 和 Q 均为整数集, $P = \{p_1, p_2, \dots, p_L\}$, $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_L\}$; Φ, Θ 为实数集, $\Phi = \{\mu^{(i)}, \varphi_1^{(i)}, \dots, \varphi_{p_i}^{(i)}, \sigma_{\epsilon}^{2(i)}, i=1, 2, \dots, L\}$, $\Theta = \{\theta_1^{(i)}, \theta_2^{(i)}, \dots, \theta_{q_i}^{(i)}, i=1, 2, \dots, L\}$ 是第 J_t 个门限区间模型的自回归系数与第 J_t 个门限区间模型的移动平均系数。 $\{\epsilon_t\}$ 为独立同分布的白噪声序列。

可见, 若 $L=1$, 则它就是一般的 ARMA 模型。若 $Q = \{0, 0, \dots, 0\}$, 则它是一般的 TAR 模型。若 $L=1, Q = \{0, 0, \dots, 0\}$, 则它是 AR 模型。因此, 可以说 TARMA 模型是这几种模型的推广。

TARMA 模型也可以看成分段的 ARMA 模型, 它指定每个状态中的 ARMA 子模型。此外, 假设自回归多项式和移动平均多项式没有公共根。时间序列除了受到前期值影响外还受到当期和前期的误差的影响。

1.5.2 门限自回归移动平均模型的估计

设 $x_1, \dots, x_N$ 为 N 个预测值, 记 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N)^T$, $\boldsymbol{\beta}_j = (\beta_1^{(j)}, \dots, \beta_{p_j+q_j+1}^{(j)})^T = (\varphi_1^{(j)}, \dots, \varphi_{p_j}^{(j)}, \theta_1^{(j)}, \dots, \theta_{q_j}^{(j)}, \mu^{(j)})^T$, $j = 1, 2, \dots, L$, $T_j = \{t \mid M_j = \max\{p_j, D\}, t \in \{M_j+1, 6, N\}, x_{t-d} \in I_j\}$, $I_j = (\gamma_{j-1}, \gamma_j]$, $j = 1, 2, \dots, L$ 。

$\mathbf{U}_i$ 为 $n_i \times (p_i + q_i + 1)$ 维矩阵, $\mathbf{U}_j = (u_{jk,s}^{(j)})$ 为

$$u_{jk,s}^{(j)} = \begin{cases} [x_{jk-s}] + \sum_i^{q_j} \theta_i^{(j)} u_{jk-i,s}^{(j)}, & 1 \leq s \leq p_j \\ [\epsilon_{jk-i,s}^{(j)}] + \sum_i^{q_j} \theta_i^{(j)} u_{jk-i,s}^{(j)}, & p_j + 1 \leq s \leq p_j + q_j \\ 1 + \sum_i^{q_j} \theta_i^{(j)} u_{jk-i,s}^{(j)}, & s = p_j + q_j + 1 \end{cases} \quad (1.46)$$

式中, $k=1, \dots, n_j$; $[\]$ 表示预报值。 Φ, Θ 的估计方法如下:

$$\begin{cases} \beta_j^{(0)} \\ u_{t,k}^{(j)} = 0, t=1, \dots, M_j; k=1, 2, \dots, p_j + q_j + 1 \\ [\epsilon_t^{(j)}] = 0, t=1, \dots, M_j \\ [x_t] = x_t, t=1, \dots, N \\ [\epsilon_t^{(j)}] = -\mu^{(j)} + [x_t] - \sum_{i=1}^{p_j} \varphi_i^{(j)} [x_{t-i}] + \sum_{i=1}^{q_j} \theta_i^{(j)} [\epsilon_{t-i}^{(j)}], t=M_j+1, \dots, N \\ \beta_j^{(k)} = \beta_j^{(k-1)} + \Delta \beta_j^{(k)} \\ \beta_j = \beta_j^* \\ \sigma_{\epsilon}^{2(j)} = [\epsilon_j]^{kT} [\epsilon_j]^k / n_j, j=1, 2, \dots, L \end{cases} \quad (1.47)$$

对各参数进行 k 次迭代再代入其中, $[\epsilon_j]^* U_j^*$ 即为迭代停止时参数。

P, Q 的估计方法如下: 记 $S^* = U_j^{*T} U_j^* + \alpha^* I_j$, 则有

$$\begin{cases} \text{BIC}_{D, (L, R)}(\hat{p}_j, \hat{q}_j) = \max_{\substack{1 \leq p_i \leq MP \\ 1 \leq q_i \leq MD}} \text{BIC}_{D, (L, R)}(p_j, q_j) \\ \text{BIC}_{D, (L, R)}(p_j, q_j) = -(n_j - p_j - q_j - 2) \log \hat{\sigma}_{\epsilon}^{2(i)} - \log |S^*| + \\ (n_j - p_j - q_j) \log \left(\frac{n_j - p_j - q_j - 2}{2} \right) + (p_j + q_j) \log(2e\pi n_j) \end{cases} \quad (1.48)$$

式中, $\hat{p}_j, \hat{q}_j$ 为 p_j, q_j 的估计值, $j=1, 2, \dots, L$ 。

L, R 的估计方法如下:

$$\text{BIC}_{D, (L, R)}(\hat{L}, \hat{R}) = \max_{\substack{1 \leq L \leq ML \\ R \subset MR}} \sum_{j=1}^L \frac{n_j}{N} \text{BIC}_{D, (L, R)}(\hat{p}_j, \hat{q}_j) \quad (1.49)$$

式中, $\hat{L}, \hat{R}$ 为 L, R 的估计值。

D 的估计方法如下:

$$\text{BIC}(\hat{D}) = \max_{1 \leq D \leq MD} \text{BIC}_D(\hat{L}, \hat{R}) \times \frac{N - \max(D, \hat{P}_{\max})}{N} \quad (1.50)$$

$$\hat{P}_{\max} = \max_{1 \leq j \leq \hat{l}} \hat{p}_j \quad (1.51)$$

式中, $\hat{D}$ 为 D 的估计。

1.6 门限自回归条件异方差模型

在资本市场中,经常发现,负的冲击比正的冲击更容易增加波动,即好消息和坏消息表现出非对称效应。这种非对称性是十分有用的,因为它允许波动率对市场下跌的反应比对市场上升的反应更加迅速。由于目前模型不能反映非对称性,为了衡量时间序列波动性对于其自相关程度的差异性,以及对于正负冲击的差异性,建立描述时间序列波动性非对称性的门限自回归条件异方差模型(TAR-GARCH)模型。

1.6.1 门限自回归条件异方差模型的设定

ARCH 模型由 Engle(1982)提出,用来刻画金融市场上收益波动的行为。ARCH 假设自回归过程中的误差项 ϵ 的方差取决于给定的历史信息集 X ,因而用条件方差来描述,模型设定为

$$y_t = x_t' \phi + \epsilon_t, \epsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (1.52)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 \quad (1.53)$$

式中, $\sigma_t^2 = \text{Var}(\epsilon_t \mid X_{t-1})$, X_{t-1} 是时刻 $t-1$ 及 $t-1$ 之前的全部信息集。

金融市场中波动影响的持续期限一般相当长,这使 ARCH 模型的滞后阶数不得不取较大的值,而待估参数过多影响了估计效率。因此, Bollerslev(1986)提出了 GARCH 模型,在条件波动率的方程中引进了条件波动率自身的滞后项:

$$y_t = x_t' \phi + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (1.54)$$

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j = 1 \quad (1.55)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (1.56)$$

式中, $p \geq 0, q \geq 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0, \sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j$ 称为持续性参数。第一个方程称为条件均值方程,第二个方程称为条件方差方程,用以揭示条件异方差的生成过程,持续性参数越接近于 1,则时间序列波动率的持续性越强,外界冲击对时间序列波动率的影响越持久。

Zakoian(1994)及 Glosten 等(1993)提出了门限 GARCH(TGARCH)模型,以刻画外界冲击对时间序列波动率的非对称的影响。其一般的模型形式为

$$y_t = x_t' \phi + \epsilon_t, \epsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (1.57)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q (\alpha_i + \gamma_i d_{t-1}) \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (1.58)$$

式中,设立了一个 d_t 为门限值,用其来描述外界冲击的影响,当 $d_t=0$ 时为负向冲击,当 $d_t=1$ 时则为正向冲击。

在 TGARCH 波动率方程中,前一期的消息 ϵ_{t-1} ,只影响 ARCH 项,而并不影响 GARCH 项。然而,不同的信息可能对波动率方程的 GARCH 项也产生不同的影响。甚至外界冲击 ϵ_t 在不同的范围内时,波动率方程也将有不同的 GARCH 表达式,设立 TAR-GARCH 模型如下:

$$\sigma_t^2 = \omega_1 + \sum_{i=1}^q \alpha_{1i} \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_{1j} \sigma_{t-j}^2 + (\omega_2 + \sum_{i=1}^q \alpha_{2i} \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_{2j} \sigma_{t-j}^2) d_t \quad (1.59)$$

式中,当 $\epsilon_t > 0$ 时, $d_t = 1$, 否则 $d_t = 0$; ϵ_t 服从标准正态分布。

1.6.2 门限自回归条件异方差模型的估计

贝叶斯方法将先验的思想与数据结合,得到后验分布,然后基于后验分布进行统计推断。近年来,马尔可夫链蒙特卡罗(MCMC)算法的发展大大改善了贝叶斯分析的可行性。在大多数情况下,贝叶斯方法得到的结果要优于或者至少与经典估计方法得到的结果相当。Gibbs 抽样方法是贝叶斯计算中最为人们熟悉的 MCMC 算法。Gibbs 抽样思想由 Grenander (1983)提出,而正式术语是由 Geman 等(1984)引进的。

Gibbs 抽样的基本思想是对高维参数进行后验推断时,通过参数向量 θ 的分量的条件分布族来构造马尔可夫链 $\{\theta^{(i)}\}$,使它的不变分布为目标分布。设 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)'$ 是 p 维参数向量, $\pi(\theta | D)$ 是观察到数据集 D 后 θ 的后验分布,则基本 Gibbs 抽样方法如下。

第 0 步,任意选取一个初始点 $\theta^{(0)} = (\theta_{1,0}, \theta_{2,0}, \dots, \theta_{p,0})'$ 并置 $i=0$ 。

第 1 步,按下列方法:

生成 $\theta^{(i+1)} = (\theta_{1,i+1}, \theta_{2,i+1}, \dots, \theta_{p,i+1})'$

生成 $\theta_{1,i+1} \sim \pi(\theta_1 | \theta_{2,i}, \dots, \theta_{p,i}, D)$

生成 $\theta_{2,i+1} \sim \pi(\theta_2 | \theta_{1,i+1}, \theta_{3,i}, \dots, \theta_{p,i}, D)$

.....

生成 $\theta_{p,i+1} \sim \pi(\theta_p | \theta_{1,i+1}, \theta_{2,i+1}, \dots, \theta_{p-1,i+1}, D)$

第 2 步,置 $i=i+1$,并返回到第 1 步。

在这个算法过程中, θ 的每一个分量按照自然顺序生成,每一个循环需要生成 p 个随机变量。由此可得各参数估计值。

1.6.3 案例三: 股票收益率与波动性的实证分析^①

1. 研究背景

自 1992 年 10 月股市崩盘和 1997 年 7 月亚洲危机以来,大量研究致力于调查股票

^① Empirical analysis of stock returns and volatility: evidence from seven asian stock markets based on TAR-GARCH model[J]. Review of quantitative finance and accounting, 2001, 17(3): 301-318.

收益率对风险的敏感性以及不同市场股票收益率的协方差。积累的经验证据表明,除了传统的经济力量(Chen 等,1986)外,股票回报率的分析通常采用时间序列模型。这些研究方法可分为两种:①研究时间序列模式和交叉相关性;②研究股票收益率与条件方差之间的关系。第一种方法主要关注的是检测股票收益序列是否存在可预测的模式。可预测的模式意味着有利可图的交易规则,从而否定了有效市场假说。研究股票序列的第二种方法是将股票收益与风险因素联系起来。据观察,股票波动率表现出一种聚类现象,即大的变化往往紧跟着大的变化,而小的变化往往紧跟着小的变化。在对这一市场现象进行建模时,采用了自回归条件异方差模型和扩展的广义自回归条件异方差(GARCH)模型(Bollerslev,1986)。根据 Bollerslev 等(1992)的报告,GARCH(1,1)模型足以描述股票收益序列的波动演化。但是 GARCH 模型未能考虑股票正收益和负收益之间的非对称效应,而门限自回归 GARCH 模型(Glosten et al.,1993)强调了收益率的负向冲击比同等程度的正向冲击会产生更大的波动性,从而突出了非对称效应。

近期亚洲市场现象发展的推动的原因,触发了进一步研究亚洲股票市场的兴趣。首先,除日本、中国香港和新加坡外,亚洲股票市场的国民生产总值迅速增长,导致储蓄大幅增加,从而增加了可贷资金的供应。因此,对国际金融资产的需求增加。其次,由于近年来大多数亚洲地区放松了对金融业的管制,股票价格和资本流动对新闻、回报率差异、技术创新、商业条件变化以及地区内市场和外部的政治事件都很敏感。因此,资产收益的波动行为会通过传染效应或其他传导渠道与世界其他地区的冲击发生动态互动。波动问题不仅是一个地区现象,也是全球风险分析的一个组成部分。为了提供更准确的信息,帮助全球投资组合管理者实现有效的均值-方差前沿,并为政策制定者提供更明确的依据,以制定适当的风险管理战略,对股票收益对风险的反应进行实证调查是很有意义的。基于此,采用 TAR-GARCH 模型研究了七个亚洲股票市场(中国香港、马来西亚、菲律宾、新加坡、韩国、泰国和中国台湾)的时间序列行为,特别关注了股票回报率和波动率之间的经验关系。其具体工作为:首先,使用从 1987 年“股灾”后开始的较新的每日数据,并重点研究了七个亚洲市场。其次,除了研究股票收益率与预测/未预测波动率之间的关系(French et al.,1987),还研究了时变波动率过程中的不对称性。最后,使用低频数据和高频数据来检验方程,区分不同数据频率下的表现。最后,采用 Engle 和 Ng(1993)提出的诊断方法来评估模型的稳健性。

2. 描述性统计

为了对每个市场收益率的性质有一个总体了解,在表 1.9、表 1.10 和表 1.11 中分别列出了每日、每周和每月收益率的汇总统计数据。这些统计数据包括平均回报率、标准差、偏度值、过度峰度、自相关性以及回报率和回报率平方的 Ljung-BoxQ(12)值。

根据不同的频率衡量标准,在七个亚洲股票市场中,中国香港的平均值最高,其次是中国台湾,而韩国的平均值最低。不过,在 1988—1998 年,美国股市的表现比中国香港还要好。总体而言,亚洲股市的特点是波动性高于美国和日本等发达市场。中国台湾似乎是波动最大的市场,而新加坡则是最稳定的市场。在大多数情况下,较高的平均回报率与较高的波动性相匹配。

表 1.9 每日市场收益率的样本统计: 1988 年 1 月 4 日至 1998 年 6 月 30 日 (2 738 次观察)

变量	中国香港	韩国	马来西亚	菲律宾	新加坡	中国台湾	泰国	日本	美国
平均值	0.000 48	-0.000 2	0.000 2	0.000 28	0.000 09	0.000 43	-0.000 03	-0.000 11	0.000 54
标准差	0.016 5	0.016 5	0.014 4	0.017 1	0.011 5	0.021 3	0.017 1	0.013 6	0.008 2
偏度值	-1.37**	0.14**	1.07**	-0.02	-0.15**	-0.10*	0.10*	0.35**	-0.51**
过度峰度	30.05**	5.71**	24.83**	18.29**	16.49**	2.76**	5.99**	5.77**	7.02**
ACF									
P_1	0.001 8	0.054 4**	0.156 0**	0.124 6**	0.167 7**	0.068 1**	0.152 4**	-0.002 2	0.004 2
P_2	-0.033 7	0.006 8	0.036	0.025 3	0.044 1*	0.065 8**	0.012 4	-0.065 6**	-0.021 6
P_3	0.108 2**	-0.033 4	-0.021 7	0.004 4	0.015 5	0.041 4*	0.031 9	0.000 3	-0.058 0**
P_4	-0.018 8	-0.029	-0.015 5	0.031 1	-0.011 8	0.003 2	0.027 2	0.024 3	-0.015
P_5	-0.050 1**	-0.019 3	-0.021 3	0.008 5	-0.041 7*	-0.009 1	0.015 3	-0.025 4	-0.014 3
P_6	-0.013 2	-0.032	-0.035 2	-0.044 6*	-0.009	0.005 4	-0.033 2	-0.011 6	-0.029 9
P_9	-0.007 4	0.020 4	0.017	0.026 1	0.012	-0.004 5	0.047 3*	0.051 5**	0.026 8
P_{12}	0.003 4	-0.028 9	-0.000 2	0.075 8**	0.035 5	0.050 6**	0.006 3	0.000 8	0.031 1
$Q(12)$	60.36**	29.28**	88.66**	73.16**	111.58**	54.96**	87.38**	27.59**	30.94**
$Q^2(12)$	348**	1 402**	276**	489**	664**	2 068**	1 084**	437**	137**

注: * 和 ** 分别表示在 5% 和 1% 的水平上具有统计显著性, 下同。

表 1.10 每周市场收益率的样本统计：1988 年 1 月 4 日至 1998 年 6 月 30 日 (547 次观察)

变量	中国香港	韩国	马来西亚	菲律宾	新加坡	中国台湾	泰国	日本	美国
平均值	0.002 4	-0.001	0.001	0.001 4	0.000 5	0.002 2	-0.000 2	-0.000 6	0.002 7
标准差	0.037 1	0.036 4	0.036 4	0.017 1	0.028 6	0.053 2	0.043 1	0.029 1	0.017
偏度值	-1.52**	-0.08	-0.76**	-0.62**	-0.53**	-0.44**	-0.62**	-0.33**	-0.35**
过度峰度	7.79**	5.03**	8.59**	3.77**	8.05**	2.72**	4.82**	3.01**	1.22**
ACF									
P_1	0.010 6	-0.035 8	-0.037 1	0.074 2	0.020 3	0.014 9	0.067 4	-0.042 2	-0.085 7*
P_2	0.117	0.125 7**	-0.015 9	0.069 9	0.077 3	0.172 9**	0.075 4	0.093 5*	0.044
P_3	-0.052 3	0.053 2	0.064 8	0.046 9	0.043 2	0.006 7	0.051 1	0.052 6	-0.011
P_4	-0.058 8	0.055 5	0.030 1	-0.063 4	-0.046 9	0.016 8	0.096 7*	-0.059 5	-0.038
P_5	-0.048	-0.028	0.025	0.071 2	-0.037 5	0.021 3	0.015 3	0.002 6	-0.063 1
P_6	-0.045 7	0.054 7	-0.042 5	0.034 3	0.069 6	0.020 7	0.087 2*	-0.018 6	0.001 4
P_9	0.077	-0.052 7	-0.045	-0.091 9*	-0.041 1	-0.022 3	-0.003 1	0.011 9	0.043 6
P_{12}	-0.000 2	-0.020 8	0.032 9	-0.039 5	-0.001 7	0.015 4	-0.026 9	-0.060 4	-0.051
$Q(12)$	20.06	34.28**	27.85**	29.16**	14.86	19.51	20.57	14.7	16.3
$Q^2(12)$	37**	280**	179**	49**	95**	506**	120**	120**	48**

表 1.11 月度市场回报率的样本统计：1988 年 1 月 4 日至 1998 年 6 月 30 日 (126 次观察)

变量	中国香港	韩国	马来西亚	菲律宾	新加坡	中国台湾	泰国	日本	美国
平均值	0.010 5	-0.004 4	0.004 4	0.006 1	0.002 1	0.009 3	-0.000 6	-0.002 3	0.011 8
标准差	0.080 5	0.087 4	0.079	0.094 8	0.066 4	0.124 3	0.103 1	0.067 7	0.034 4
偏度值	-0.58**	0.49*	-0.28	-0.24	-0.46*	-0.39	-0.18	-0.27	-0.23
过度峰度	3.23**	3.99**	1.69**	1.44**	2.60**	1.53**	0.82	0.75	0.45
ACF									
P_1	-0.067 1	0.071 5	0.035 5	0.086 2	0.008 9	0.138 3	0.158 3	-0.029	-0.157 4
P_2	0.048 4	0.029 5	0.205 0*	0.019 2	0.056 7	0.012 7	0.118 4	-0.038 9	0.058 7
P_3	-0.029 7	-0.205 2*	-0.106 9	-0.015 4	0.012 8	0.035 6	-0.053 7	-0.008 3	-0.015 7
P_4	-0.166 6	-0.073 6	-0.124	0.020 2	-0.071 7	0.058 2	-0.093 6	-0.021 6	-0.072 7
P_5	-0.054 2	0.028 4	0.037 1	-0.045 3	0.03	-0.076 7	-0.141 5	0.108 8	-0.006
P_6	-0.118 6	0.089 7	-0.058 9	-0.200 4*	-0.008 5	-0.056 2	0.005 8	-0.105 2	-0.130 9
P_9	0.113 5	0.166 8	0.060 4	0.004 6	0.060 7	0.088 3	0.025 6	0.022 9	0.004 8
P_{12}	-0.063 3	-0.012 9	0.062 6	0.013 1	0.120 9	-0.078 7	0.077 5	-0.049 3	-0.104 5
$Q(12)$	22.81*	14.3	19.63	10.83	5.42	8.31	22.48*	4.53	13.6
$Q^2(12)$	8.51	22.31*	46.54**	15.01	58.38**	46.15**	23.79*	26.62**	25.47*

股票收益序列的另一个特点是峰度值较高,尤其是在表 1.9 和表 1.10 所示的高频数据中。这表明,对这些市场而言,无论哪种符号的大冲击都更有可能出现,股票收益序列可能不是正态分布。股票收益率的独立性也受到了挑战,这可以从每日数据不存在一阶自相关性看出。Ljung-Box 统计量[用 $Q(12)$ 表示]用于检验股票收益率序列 12 阶以内的独立性。然而,在周收益率序列中,有 4 个市场拒绝了这一零假设,而在月度数据中则减少到 2 个市场。可以看出,这些收益率自相关现象的部分原因是部分亚洲市场对股票价格变动实行每日限价。最后,使用 Ljung-Box 统计量来检验平方收益率的依赖性。如表 1.9、表 1.10 和表 1.11 所示,几乎在所有情况下都拒绝了零值。不过,日数据的 $Q^2(12)$ 统计量明显较高;随着数据频率向周和月转移, $Q^2(12)$ 统计量值有所下降。这表明波动率的依赖性在较高频率的数据中更为明显,这意味着 GARCH 模型更适合对每日和每周的收益率进行建模。

French 等(1987)对超额收益与波动之间的关系进行了直接检验。他们的研究表明,市场超额收益与股票收益的预期波动率呈正相关,但与股票收益的意外波动率呈负相关。1987 年的股灾为这一流行假说增添了更多证据,因为它表明低于平均水平的回报率会诱发更多的投机活动,从而增强市场波动性。因此,该假说认为预期收益率与意外波动率之间存在负相关关系。然而,预期收益率与预期波动率之间的正相关关系是可靠的,因为当波动率相对较高时,需要更高的预期收益率来补偿风险。

使用以下方法检验了各市场股票收益率与标准差之间的关系:

$$R_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\sigma}_{it}^e + \epsilon_{it} \quad (1.60)$$

$$R_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\sigma}_{it}^u + \epsilon_{it} \quad (1.61)$$

式(1.60)和式(1.61)中, $\hat{\sigma}_{it}^e$ 和 $\hat{\sigma}_{it}^u$ 分别是第 i 个国家市场回报的预期和意外月度标准差。

每月收益方差的计算方法是:每日收益平方和加上相邻收益乘积之和的两倍。计算公式为

$$\sigma_{it}^2 = \sum_{j=1}^{N_t} R_{i,j,t}^2 + 2 \sum_{j=1}^{N_t-1} R_{i,j,t} R_{i,j+1,t} \quad (1.62)$$

式中,第 t 个月有 N_t 个日收益率 $R_{i,j,t}$, σ_{it}^2 为第 t 个月第 i 个股票指数的方差估计值。式(1.62)的第二项考虑了非同步交易导致的股票收益率一阶自相关性。

为了降低波动的不稳定性,方差序列通过自然对数进行了转换。假定股票收益率标准差的预期值可以通过使用最优预测方案来预测,那么预期标准差就可以通过使用 Box 和 Jenkins(1976)方法将数据拟合到 ARIMA 过程中来获得。

$$\sigma_{it} = [\theta(B) / \Phi(B)] \epsilon_{it} \quad (1.63)$$

式中, $\Phi(B) = (1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \cdots - \alpha_p B^p)$; $\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)$; B 为后移算子, ϵ_{it} 为白噪声。意外标准差 $\hat{\sigma}_{it}^u$ 取实际标准差与预期标准差之差,即 $\hat{\sigma}_{it}^u = \sigma_{it} - \hat{\sigma}_{it}^e$ 。

表 1.12 列出了式(1.60)和式(1.61)的估计值。统计数据并不支持股票收益率与预期

表 1.12 月度回报率 and 标准差的预期部分/意外部分的估计结果

市场	常数项	$\hat{\sigma}_{it}^e$	$\hat{\sigma}_{it}^u$	R^2	D. W.	$Q(12)$
中国香港	(3)	0.065 5 * (2.35)	-0.834 4 * (2.08)	-0.776 2 ** (3.44)	0.04	2.17
	(4)	0.01 (1.39)			0.09	2.29
	(3)	0.02 (0.64)	-0.340 8 (0.92)		0.01	1.82
	(4)	-0.006 2 (0.80)		-0.204 7 (0.92)	0.01	1.87
马来西亚	(3)	0.02 (1.14)	-0.282 5 (1.02)		0.01	1.93
	(4)	0.00 (0.57)		-0.462 9 * (2.08)	0.03	2.00
	(3)	-0.020 3 (0.52)	0.34 (0.72)		0.00	1.81
	(4)	0.01 (0.80)		-0.292 1 (1.22)	0.01	1.83
新加坡	(3)	-0.002 5 (0.11)	0.07 (0.15)		0.00	1.92
	(4)	0.00 (0.29)		-0.868 7 ** (4.64)	0.15	1.98
						4.38
						7.62

续表

市场		常数项	$\hat{\sigma}_{it}^e$	$\hat{\sigma}_{it}^u$	R^2	D. W.	$Q(12)$
中国台湾	(3)	0.01 (0.46)	-0.0873 (0.28)		0.00	1.76	10.65
	(4)	0.01 (0.55)		-0.9593** (3.35)	0.08	1.69	16.17
	(3)	0.0702* (2.11)	-0.9296* (2.24)		0.04	1.70	18.65
	(4)	-0.0014 (0.15)		-0.2819 (1.17)	0.01	1.75	19.19
日本	(3)	-0.0037 (0.17)	0.01 (0.02)		0.00	2.08	4.99
	(4)	-0.0033 (0.55)		-0.3587 (1.16)	0.02	2.19	6.32
	(3)	0.01 (0.34)	0.18 (0.36)		0.00	2.31	13.18
	(4)	0.0120** (3.87)		-0.3230 (1.24)	0.01	2.33	12.49

波动率之间的关系。尽管中国香港和泰国的系数在统计上是显著的,但它们的符号都是错误的。数据更符合式(1.61)的说明。具体而言, t 统计量表明,除韩国、菲律宾和泰国外,意外标准差对股市回报率的解释作用显著,且系数的符号为负。这种负相关关系的发现与 French 等(1987)报告的美国证据相一致。

3. 门限自回归-GARCH(1,1)均值模型构建

在研究股票收益率与波动率之间的关系时,一个关键的问题是模型没有考虑到时变风险(Merton,1980)。为了解决异方差的问题,许多实证研究都表明波动率序列表现出聚类现象,即大的变化往往紧跟着大的变化,而小的变化往往紧跟着小的变化。如表 1.9、表 1.10 和表 1.11 所示,相对较大的峰度统计量值表明相关的时间序列与正态分布相比是左偏的,或者说是重尾的,并且在均值附近有明显的峰值。由于所有 GARCH 类型的模型都具有“峰度”这一特性,因此可以更准确地模拟方差行为。经验证据表明,新闻的影响可能是“非对称”的。具体来说,好消息和坏消息对预测未来波动性的影响可能是不同的。指数 GARCH(EGARCH)模型和 TAR-GARCH 模型的研究对这种对条件方差的非对称影响进行了广泛的研究。由于需要估计的参数较少,所以 TAR-GARCH 模型具有很大的优势。为了将这一特点纳入对七个亚洲股票市场的股票收益率与条件波动率之间关系的研究中,建立了 TAR-GARCH(1,1)均值模型,具体公式如下:

$$R_{it} = a_0 + \sum_{j=1}^n b_j R_{i,t-j} + \gamma h_{it}^{1/2} + \epsilon_{it}$$

$$\epsilon_{it} / \Omega_{t-1} \sim N(0, h_{it}) \quad (1.64)$$

$$h_{it} = \bar{\omega} + \beta h_{i,t-1} + (\alpha + \eta I_{t-1}) \epsilon_{i,t-1}^2 \quad (1.65)$$

假定市场收益率 R_{it} 与其自回归部分和自身条件标准差 $h_{it}^{1/2}$ 呈线性关系。 ϵ_{it} 以信息集 Ω_{t-1} 为条件,均值为零,方差为 h_{it} 。估计系数 γ 反映了波动率对股票收益率的影响。如果 γ 系数为正且显著,则意味着投资者将因承担更高的风险而获得更高的回报,而如果 γ 系数为负且显著,则意味着投资者将因承担风险而受到惩罚。

式(1.65)中的条件方差假定由先前方差 h_{t-1} 和滞后冲击项 ϵ_{t-1}^2 的平方预测。式(1.64)与传统 GARCH(1,1)模型(Bollerslev,1986)的不同之处在于,正向冲击和负向冲击是通过指标变量 I_{t-1} 来区分的。当前一个冲击为负值时,它的值为 1,否则为 0。通过这种方法,可以检验波动率与 ϵ_{t-1} 的不对称。正的 η 意味着负的创新会增加条件波动率。式(1.64)和式(1.65)可以看作是一个一般的模型,因为标准的 GARCH(1,1)均值模型可以通过限制 $\eta=0$ 来实现。

4. 结果分析

TAR-GARCH(1,1)均值模型是通过采用 Berndt 等(1974)的适当最大似然法进行联合估计。施加限制条件 $\bar{\omega} > 0$ 、 $\alpha \geq 0$ 和 $\beta \geq 0$,以确保式(1.65)中的条件方差为正。表 1.13、表 1.14 和表 1.15 分别以日、周和月收益率序列为基础,报告了对七个亚洲股票市场的 TAR-GARCH(1,1)均值模型的估计结果。

表 1.13 股票日收益率的 TAR-GARCH(1,1)均值模型估计结果

变量	中国香港	韩国	马来西亚	菲律宾	新加坡	中国台湾	泰国	日本	美国
A. 回归方程									
a_0	0.001 2 (1.48)	0.001 3 (1.59)	0.000 2 (0.42)	0.007 4 (0.58)	0.000 5 (0.58)	0.000 6 (0.57)	0.000 9 (1.14)	0.000 2 (0.41)	0.000 6 (0.51)
b_1	0.046 9* (2.40)	0.056 3* (2.39)	0.238 2** (10.46)	0.196 9** (8.77)	0.197 4** (9.00)	0.058 6* (2.50)	1.161 6** (7.49)		-0.036 5* (1.98)
b_2	-0.065 0** (3.56)			0.054 9** (3.28)		0.077 4** (3.93)			
b_3						0.033 8* (1.90)			
γ	-0.03 (0.46)	0.07 (1.12)	0.05 (0.89)	0.05 (0.54)	0.06 (0.64)	0.06 (0.89)	-0.06 (0.97)	-0.01 (0.21)	0.15 (0.98)
lags	(3.5)	(1.00)	(1.00)	(1.12)	(1.00)	(1.2,12)	(1.00)		(3.00)
B. 方差方程									
ω	0.000 0** (18.08)	0.000 0** (11.93)	0.000 0** (30.77)	0.000 0** (15.87)	0.000 0** (27.13)	0.000 0** (11.86)	0.000 0** (13.32)	0.000 0** (9.81)	0.000 0** (12.91)
α	0.073 6** (7.01)	0.138 0** (12.31)	0.110 4** (8.01)	0.165 1** (10.39)	0.059 6** (5.39)	0.079 3** (6.68)	0.100 8** (10.45)	0.088 2** (9.03)	0.00 (0.07)
β	0.750 1** (81.21)	0.731 8** (59.85)	0.792 5** (115.54)	0.667 5** (38.92)	0.703 2** (72.49)	0.783 8** (67.21)	0.787 7** (136.32)	0.779 9** (88.06)	0.541 2** (17.16)
η	0.218 7** (12.59)	0.128 7** (5.19)	0.115 5** (6.49)	0.093 9** (3.77)	0.208 5** (10.14)	0.155 1** (7.47)	0.153 1** (8.10)	0.230 4** (11.48)	0.263 7** (10.80)
C. 标准化残差诊断									
$Q(12)$	43.01**	10.75	8.76	8.67	17.01	19.43	27.71**	10.62	21.80*
$Q^2(12)$	12.63	33.61**	2.78	0.48	0.74	34.22**	11.73	14.68	18.90
Sign	1.17	0.26	0.25	0.73	1.41	1.16	0.70	1.13	0.29
Negative	-0.98	1.21	0.85	0.20	-0.11	1.69	0.75	1.03	1.58
Positive	-1.30	-0.76	-0.27	-0.61	-0.29	-1.81	-0.41	-2.25*	-0.51

表 1.14 股票周收益率的 TAR-GARCH(1,1)均值模型估计结果

变量	中国香港	韩国	马来西亚	菲律宾	新加坡	中国台湾	泰国	日本	美国
A. 回归方程									
a_0	0.004 0	-0.003 1	0.005 7	0.000 2	0.000 0	-0.003 7	0.008 4	-0.002 5	0.002 2
	(0.54)	(0.46)	(1.45)	(0.10)	(0.00)	(0.77)	(1.06)	(0.49)	(0.51)
b_1						0.107 7*	1.106 9**		
						(2.29)	(3.63)		
γ	-0.032 7	0.041	-0.130 8	0.027 6	0.042 5	0.109 6	-0.191 5	0.074 1	0.021 8
	(0.14)	(0.19)	(0.93)	(0.67)	(0.26)	(0.89)	(0.90)	(0.36)	(0.02)
lags						(2.00)	(4.00)		
B. 方差方程									
ω	0.000 4**	0.000 4**	0.000 1**	0.001 6	0.000 2**	0.000 2**	0.000 6**	0.000 2**	0.000 3**
	(9.19)	(6.17)	(6.03)	(0.91)	(5.23)	(5.11)	(7.79)	(6.01)	(0.26)
α	0.053 8	0.217 3**	0.309 4**	0.027 1	0.050 1	0.327 6**	0.116 2**	0.061 5	0.048 1
	(1.04)	(4.40)	(5.25)	(0.76)	(1.11)	(4.35)	(3.31)	(1.29)	(0.61)
β	0.428 5**	0.388 3**	0.584 4**	0.001 4	0.487 4**	0.612 4**	0.327 1**	0.506 4**	0.002 9
	(8.93)	(5.91)	(15.09)	0.00	(8.75)	(15.88)	(4.52)	(10.48)	0.00
γ	0.437 3**	0.219 2	0.074 1	-0.022 4	0.503 9**	-0.015 9	0.532 5**	0.418 0**	0.064
	(5.90)	(1.88)	(0.98)	(0.47)	(4.14)	(0.17)	(3.71)	(4.18)	(0.11)
C. 标准化残差诊断									
$Q(12)$	18.37	23.14*	9.06	23.17*	16.8	14.94	16.95	13.51	16.39
$Q^2(12)$	15.64	18.07	20.36	36.98**	20.15	13.35	15.26	32.84**	24.35*
Sign	0.06	-1.06	0.32	1.42	1.05	1.15	0.73	-0.13	0.81
Negative	0.95	1.46	0.84	0.65	1.16	0.18	0.5	1.9	-1.75
Positive	-0.43	1.12	-1.68	0.24	0.74	-1.42	-0.61	0.16	-0.56

表 1.15 股票月收益率的 TAR-GARCH(1,1)均值模型估计结果

变 量	中国香港	韩国	马来西亚	菲律宾	新加坡	中国台湾	泰国	日本	美国
A. 回归方程									
a_0	0.021	-0.044 3*	0.040 0*	0.173 2	0.003	0.028 2	0.305 4	-0.037 6	-0.026 7
	(0.17)	(2.22)	(2.38)	(0.40)	(0.10)	(0.46)	(0.56)	(0.72)	(0.58)
γ	-0.089 8	0.538 4*	-0.429 6	-1.740 2	-0.085 2	-0.222 5	-3.079 4	0.541	1.093 7
	(0.06)	(2.15)	(1.79)	(0.37)	(0.17)	(0.42)	(0.55)	(0.64)	(0.85)
B. 方差方程									
ω	0.006 7**	0.004 3**	0.001 2*	0.008 7**	0.003 0**	0.004 2**	0.009 2**	0.004 0**	0.001 2**
	(5.67)	(3.58)	(2.24)	(7.65)	(7.20)	(2.66)	(6.88)	(6.41)	(5.80)
α	0.000 1	0.000 0	0.461 9	0.012 8	0.141 8	0.000 0	0.062 4	0.000 0	0.000 1
	(0.00)	(0.00)	(1.95)	(0.14)	(1.18)	(0.00)	(0.64)	(0.00)	(0.00)
β	0.034 2	0.009	0.324 5**	0.000 0	0.000 0	0.549 6**	0.000 0	0.000 0	0.000 0
	(0.40)	(0.05)	(3.57)	(0.00)	(0.00)	(4.25)	(0.00)	(0.00)	(0.01)
η	0.169 2	0.959 2**	0.376 2	0.079 8	0.382 7	0.440 1	0.066 3	0.282 2	0.227 8
	(0.64)	(2.81)	(1.26)	(0.55)	(1.32)	(1.56)	(0.37)	(1.11)	(0.83)
C. 标准化残差诊断									
$Q(12)$	21.68*	12.71	18.33	9.81	9.98	10.61	15.73	6.88	11.93
$Q^2(12)$	7.92	4.28	14.28	12.25	10.22	10.32	14.68	9.11	15.14
Sign	-0.1	0.75	0.74	0.19	-0.85	-0.74	0.35	1.66	-0.27
Negative	-0.24	-0.04	0.32	-0.32	0.02	0.52	0.32	-0.29	0.39
Positive	-0.73	0.37	-1.65	-0.15	0.05	-0.54	0.41	-0.63	0.08

在总结估计结果时,首先考虑均值方程。日收益率序列的证据表明,所有亚洲股票收益率都显示出正向序列相关性。中国台湾市场的滞后期更长,这可能与台湾实施限价政策有关。显然,这些亚洲市场的每日数据无法支持随机漫步假说。然而,从周数据和月数据得出的结果表明,几乎没有证据支持 AR 部分的显著性,而在周数据中,只有中国台湾和泰国股票收益率的系数是显著的。与文献中的结论一致,在收益方程中加入条件方差项也未能发现任何统计意义,但月度序列中的韩国市场收益除外。由此可见,在任何数据频率下,估计的条件波动率都无法预测亚洲七个股票市场的未来预期收益率。关于方差方程的估计值,日序列的证据表明所有的 GARCH 参数在统计上都是显著的。由于条件方差方程中 β 系数的估计值远远大于 α 系数的估计值,这意味着对波动率的预测是由 AR 部分主导的。方差方程得出的一个显著结果是,在高显著性水平上强烈拒绝了无非对称效应的假设($\eta=0$)。此外,估计结果表明,方差方程中的估计系数之和接近于 1,这意味着波动率的演变是持续性的,冲击可能会持续较长时间。

将表 1.13 中的日序列结果与表 1.14 和表 1.15 中的低频序列结果进行比较,除菲律宾外,GARCH(1,1)模型对周数据仍然有效,尽管估计值和估计系数的显著水平较小。然而,如果根据月度数据进行估计,则不存在一般的 GARCH 或 TAR-GARCH 效应。同理,用低频数据进行估计时,非对称效应也会消失。因此 TAR-GARCH(1,1)是否描述条件方差的合适模型取决于数据的频率。最后,计算了 Ljung-Box 统计量来进行诊断检查。除了每日和每周数据中的少数例外情况外,计算得出的 Ljung-Box 值[用 $Q(12)$ 和 $Q^2(12)$ 表示]表明,无法拒绝 12 阶以下不存在自相关的零假设。这说明模型中排除了一些更高阶的相关性。进一步检验 Engel 和 Ng(1993)提出的符号偏差检验,没有证据表明检验统计量是显著的,这表明不存在设定偏误。

1.6.4 软件实操步骤

在 EViews 软件中输入数据 r_t 记为 y,双击序列 Y,打开单独序列窗口,单击 View,单击 Descriptive Statistics & Tests,再单击第一项 Histogram and Stats,具体操作如图 1.15 所示。

操作完成,结果如图 1.16 所示。

其中,Mean 为均值,Median 为中位数,Maximum 为最大值,Minimum 为最小值,Std. Dev. 为标准差,Skewness 为偏度,Kurtosis 为峰度,Jarque-Bera 为 JB 统计量,Probability 为概率。

接下来利用 ADF 检验法对上证综指收益率进行单位根检验,具体操作为:双击序列 Y,打开单独序列窗口,单击 View,单击 Unit Root Test,如图 1.17 所示。

对序列进行自相关性检验,具体操作为:双击序列 Y,打开单独序列窗口,单击 View,单击 Correlogram Specification,如图 1.18

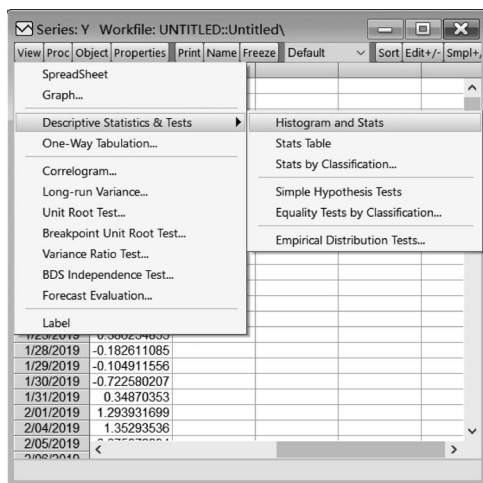


图 1.15 Descriptive Statistics 窗口

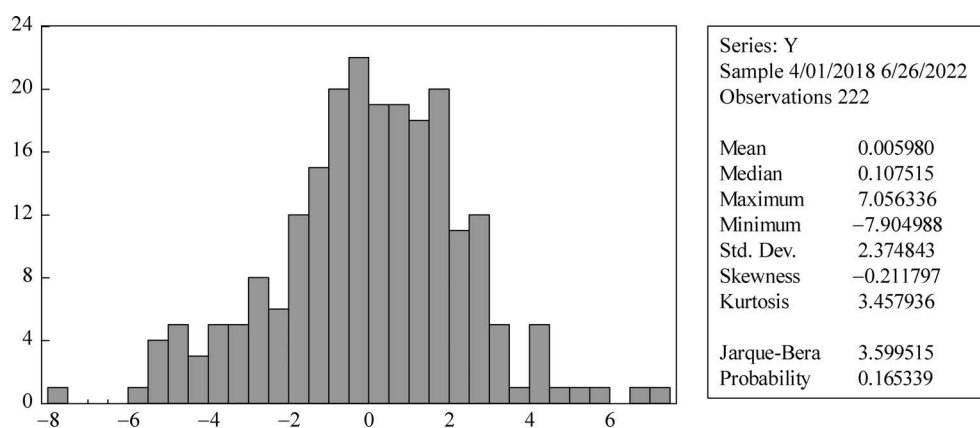


图 1.16 Histogram and Stats 结果

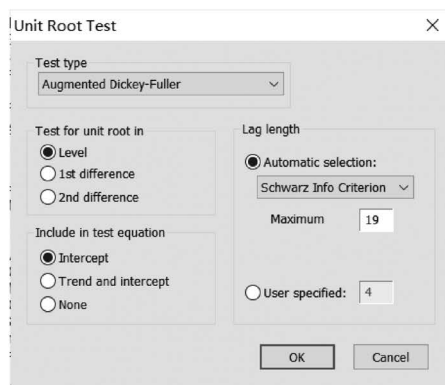
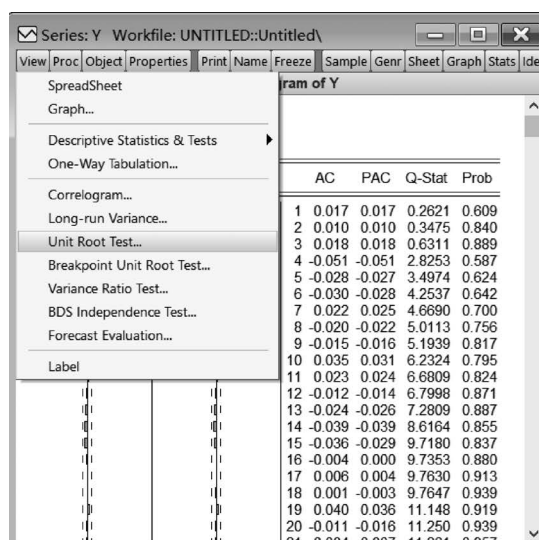


图 1.17 Unit Root Test 窗口

所示。

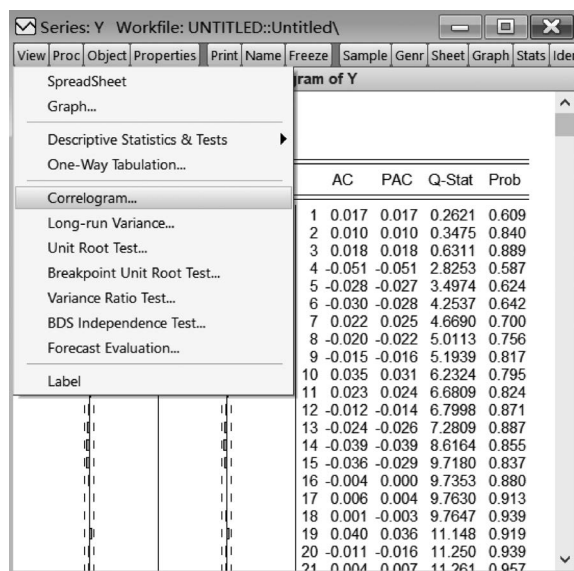


图 1.18 Correlogram Specification 窗口

对模型进行估计,判定模型阶数,具体操作为:单击 Quick,单击 Estimate Equation,如图 1.19 所示。

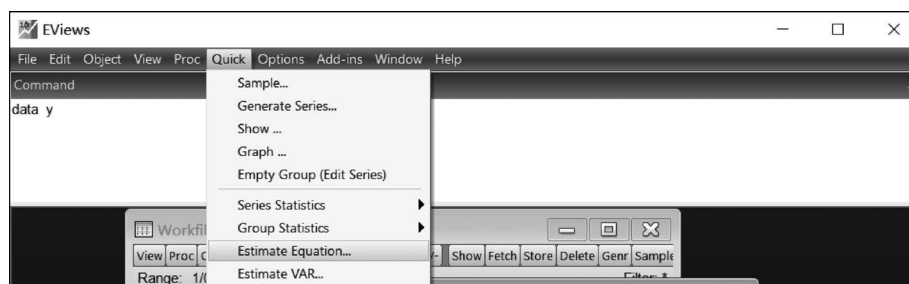


图 1.19 Quick 窗口 2

多次试验建立多个 ARMA 模型,进行比较,选出最优模型,具体操作为:在弹出窗口输入“y c ar(1)”,单击“确定”按钮,如图 1.20 所示。

随后对模型残差进行检验,检验具体操作为:在模型估计结果输出窗口单击 View,选择 Residual Diagnostics,再选择 Correlogram-Q-statistics,如图 1.21 所示。

观察残差平方相关检验图,随后进行 ARCH 效应检验,主要运用拉格朗日乘子方法检验,具体操作为:在模型估计结果输出窗口单击 View,选择 Residual Diagnostics,再选择 Heteroskedasticity Test,如图 1.22 所示。

在“Test Type”中选择 ARCH,滞后阶数输入 1~36 进行检验,如图 1.23 所示。

建立 GARCH 模型,单击 Quick,单击 Estimate Equation,Method 中选择 ARCH,在

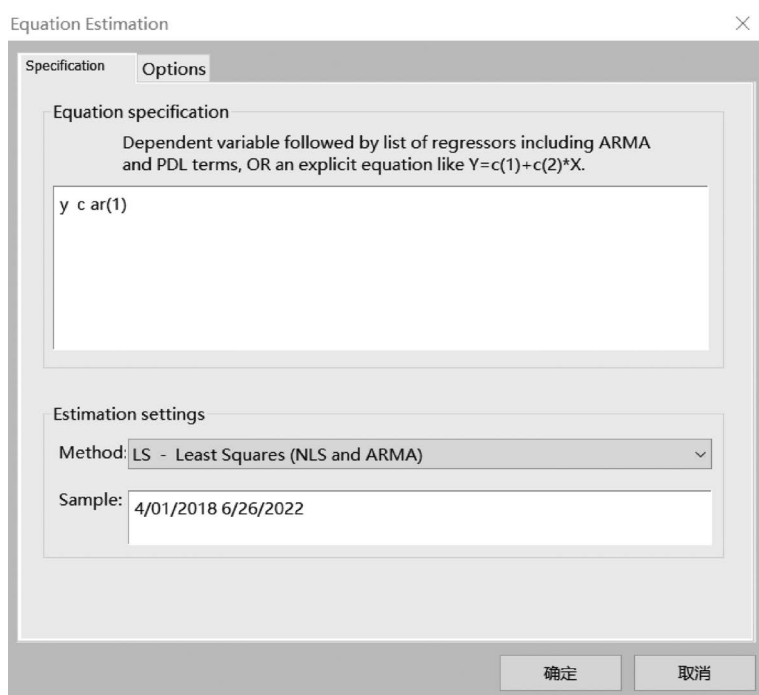


图 1.20 Estimate Equation 窗口

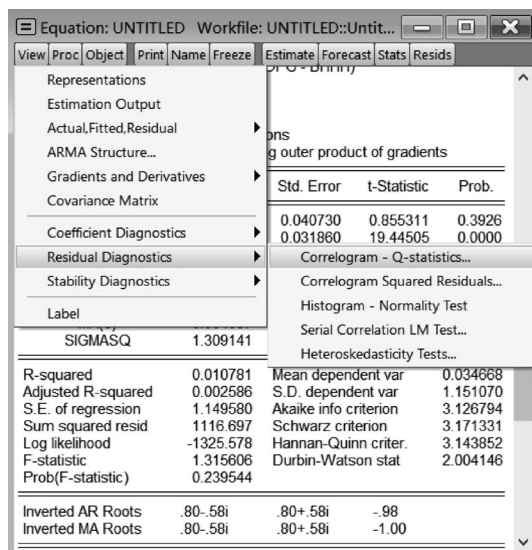


图 1.21 Residual Diagnostics 窗口 1

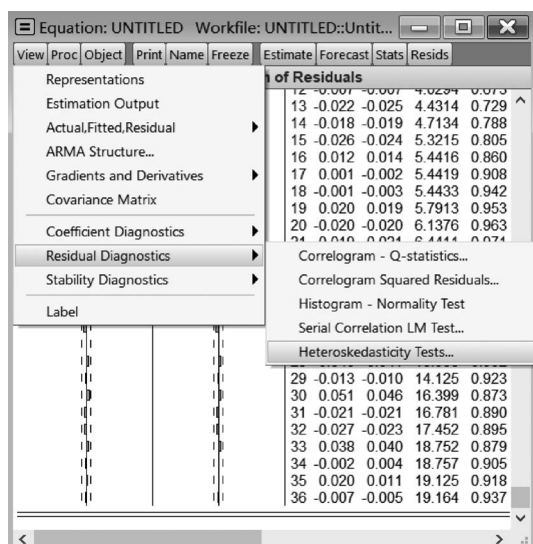


图 1.22 Residual Diagnostics 窗口 2

弹出窗口输入“y c ar(1)”, ARCH, GARCH 后各输入 1, 单击“确定”按钮(图 1.24)。

利用 Winbugs 软件, 进行 MCMC 运算, 具体分为以下步骤。

(1) 程序的编写。其主要包括模型构建、数据导入与参数初始值设定。在模型构建

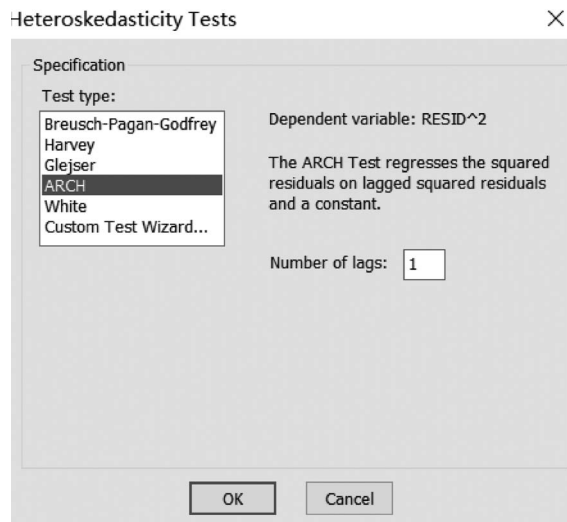


图 1.23 Heteroskedasticity Test 窗口

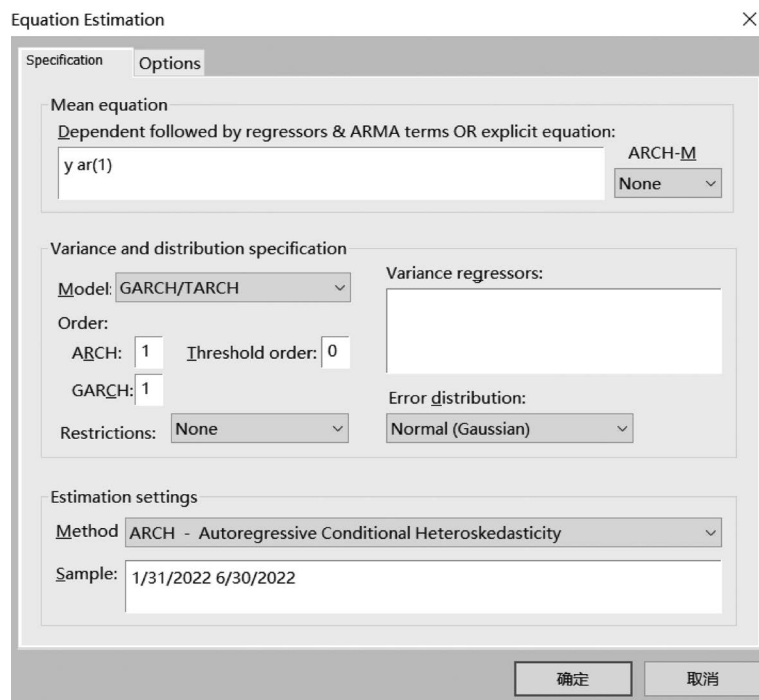


图 1.24 ARCH 模型输入窗口

中,主要包括构建贝叶斯统计模型,设定各参数的先验分布形式及各参数之间的关系等。在数据导入中,通常用 list 指令作为起始,列出各参数的样本观察值及样本的个数。在参数初始值的设定过程,同样运用 list 指令,列出各参数的起始值(图 1.25)。

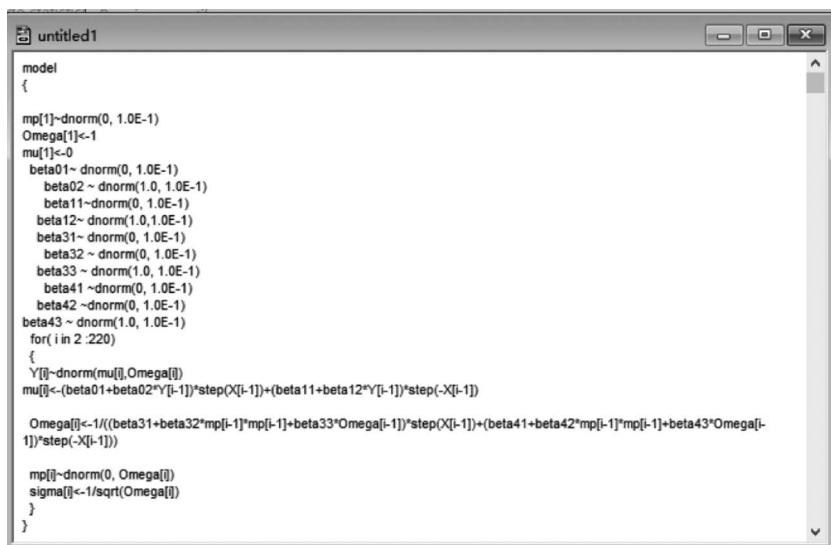


图 1.25 list 指令

(2) 程序的执行。其主要包括程序的语法检查(check)、数据的载入(load data)、模型的编译(compile)和初始值的载入(load initial values)。其具体操作如下。

① 单击 check model 后左下方如果显示 Model is syntactically correct, 则表明模型运行通过, 没有语法错误。

② 选中 list(即原始 data), 单击 load data, 导入数据。左下方显示 data loaded, 则数据导入成功。

③ 单击 compile, 编译模型。

④ 选中 list(初始化的参数), 单击 load inits, 初始化模型, 初始化成功左下方显示 model is initialized。

Specification Tool 设定窗口如图 1.26 所示。

(3) 参数的监控(monitor)。设定我们感兴趣的参数。单击 inference—sample, 出现 Sample Monitor Tools 对话框; 在 node 对话框输入感兴趣的需要模拟的参数。每输入一个参数, 单击 set 设定(图 1.27)。

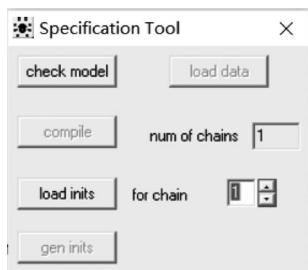


图 1.26 Specification Tool 设定窗口

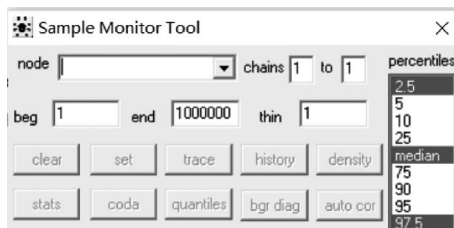


图 1.27 Sample Monitor Tool 设定窗口

(4) 模型的迭代(update the model)。设定模型迭代的次数,通常先设置模型的预迭代次数使马尔可夫链达到一个平稳态。单击 model—update,出现 Update Tool 对话框,设定采样规则,开始采样模拟(图 1.28)。

(5) 显示后验参数仿真数值。为降低起始值的影响,选取返回后较为稳定的资料,因此在分析时常常需要丢弃(burn in)前面较不稳定的资料。这个步骤里,我们就可以得到各参数的后验分布抽样及统计推断结果。inference—sample,在 node 窗口输入感兴趣的参数,输入 * 则显示所有参数的结果(图 1.29)。

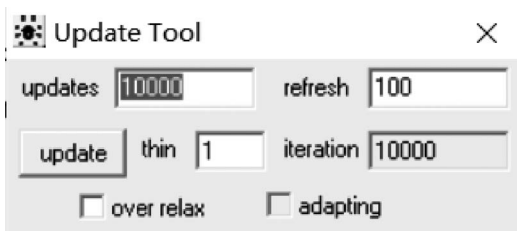


图 1.28 Update Tool 设定窗口

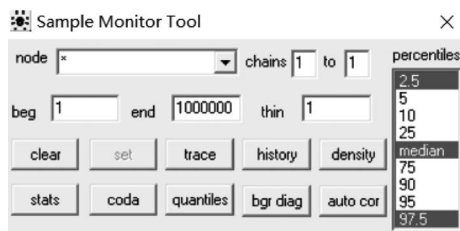


图 1.29 node 设定窗口

1.6.5 操作示例

目前,各学者对指数收益的波动性和信息非对称所产生的杠杆效应已进行了大量研究,而忽略了非对称信息对股市波动所产生影响的持续程度。故本节应用 TAR-GARCH 模型,刻画信息不对称对股市波动率造成的影响的持续程度。本节利用收集到的上证指数 2018 年 4 月 1 日到 2022 年 7 月 1 日的周数据进行股市波动分析。本节主要采用软件为 EViews 与 Winbugs,以 P_t 表示第 t 个收盘指数,收益率 r_t 以百分比对数收益表示,记为 $r_t = 100 \times (\log(P_t) - \log(P_{t-1}))$ 。

图 1.30 列出上证综指收益率序列的基本统计特征,发现收益的分布与正态分布有明显偏差,且样本偏度均不为 0,认为其具有非对称性。

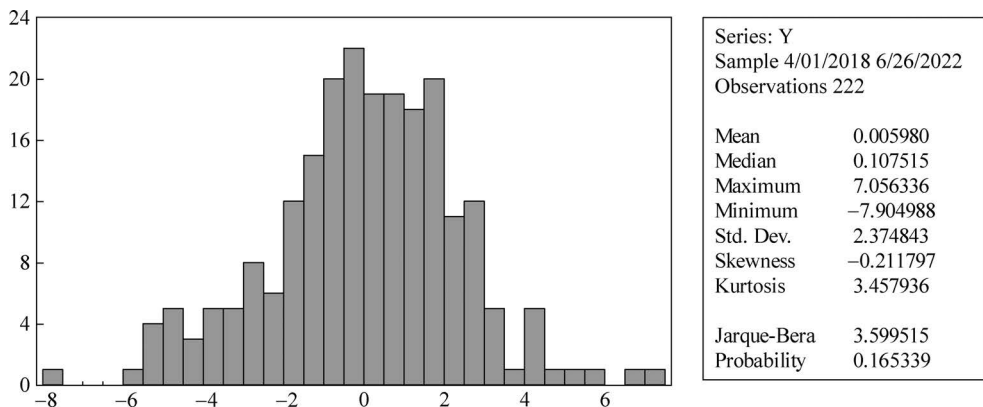


图 1.30 收益率序列统计特征

其中,上证综指收益率均值为 0.005 98,中位数为 0.107 515,最大值为 7.056 336,最小值为 -7.904 988,标准差为 2.374 843,偏度为 -0.211 797,峰度为 3.457 936,JB 统计量为 3.599 515,概率为 0.165 339。

接下来利用 ADF 检验法对上证综指收益率进行单位根检验,得到结果如图 1.31 所示。

Null Hypothesis: Y has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=14)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-15.78405	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.459898	
5% level	-2.874435	
10% level	-2.573719	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

图 1.31 单位根检验结果 2

发现上证综指的收益率序列拒绝存在单位根的假设,即该序列的 ADF 值均明显小于 1% 的显著性临界值,认为上证综指收益率是平稳的金融时间序列。

对序列进行自相关性检验,得到结果如图 1.32 所示。

Correlogram of Y					
Date: 08/30/22 Time: 12:31					
Sample: 4/01/2018 6/26/2022					
Included observations: 222					
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1		-0.060	-0.060	0.7975	0.372
2		0.007	0.003	0.8078	0.668
3		-0.034	-0.033	1.0675	0.785
4		0.075	0.071	2.3481	0.672
5		-0.063	-0.055	3.2520	0.661
6		0.069	0.062	4.3428	0.630
7		-0.001	0.011	4.3430	0.740
8		-0.084	-0.094	5.9923	0.648
9		0.015	0.019	6.0453	0.735
10		-0.031	-0.042	6.2643	0.793
11		0.027	0.026	6.4395	0.842
12		-0.141	-0.132	11.141	0.517

图 1.32 自相关性检验结果

由于 p 值大于 0.1,认为序列存在自相关性。

对模型进行估计,判定模型阶数,多次试验建立多个 AR 模型,进行比较,选出最优模型。其中 AIC 值越小,说明模型越理想。得到结果如图 1.33 所示。

随后对模型残差进行检验,得到结果如图 1.34 所示。

残差的 PAC 与 AC 均落入置信水平 95% 的置信区间,说明残差不显著相关。

观察残差平方相关检验图,随后进行 ARCH 效应检验,主要运用拉格朗日乘子方法检验,本书给出滞后 1 阶结果如图 1.35 所示。

由于其中 R -squared 统计量与 F 统计量的 p 值均小于 0.05,认为 LM 统计量显著,因此序列存在 ARCH 效应。

Dependent Variable: Y
Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)
Date: 08/30/22 Time: 12:36
Sample: 4/01/2018 6/26/2022
Included observations: 222
Convergence achieved after 9 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.007239	0.154924	0.046723	0.9628
AR(1)	-0.059990	0.058258	-1.029728	0.3043
SIGMASQ	5.594331	0.481770	11.61205	0.0000

R-squared	0.003588	Mean dependent var	0.005980
Adjusted R-squared	-0.005512	S.D. dependent var	2.374843
S.E. of regression	2.381379	Akaike info criterion	4.586674
Sum squared resid	1241.941	Schwarz criterion	4.632656
Log likelihood	-506.1208	Hannan-Quinn criter.	4.605239
F-statistic	0.394257	Durbin-Watson stat	1.986715
Prob(F-statistic)	0.674658		

Inverted AR Roots	-.06
-------------------	------

图 1.33 最优模型选择结果

Date: 08/30/22 Time: 12:37
Sample: 4/01/2018 6/26/2022
Included observations: 222
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	1	0.001	0.001	7.E-05	
2	1	0.001	0.001	0.0004	0.985
3	1	-0.029	-0.029	0.1922	0.908
4	1	0.070	0.070	1.3003	0.729
5	1	-0.055	-0.055	1.9818	0.739
6	1	0.066	0.066	2.9745	0.704
7	1	-0.002	0.001	2.9753	0.812
8	1	-0.084	-0.093	4.6160	0.707
9	1	0.008	0.022	4.6324	0.796
10	1	-0.028	-0.042	4.8174	0.850
11	1	0.017	0.020	4.8857	0.899
12	1	-0.138	-0.132	9.3723	0.588

图 1.34 模型残差检验结果

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	6.440483	Prob. F(1,219)	0.0119
Obs*R-squared	6.313625	Prob. Chi-Square(1)	0.0120

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 08/30/22 Time: 12:39
Sample (adjusted): 4/08/2018 6/26/2022
Included observations: 221 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.612186	0.697691	6.610641	0.0000
RESID^2(-1)	0.168802	0.066515	2.537811	0.0119

R-squared	0.028568	Mean dependent var	5.559423
Adjusted R-squared	0.024133	S.D. dependent var	8.870576
S.E. of regression	8.762887	Akaike info criterion	7.187936
Sum squared resid	16816.61	Schwarz criterion	7.218689
Log likelihood	-792.2670	Hannan-Quinn criter.	7.200354
F-statistic	6.440483	Durbin-Watson stat	2.027619
Prob(F-statistic)	0.011850		

图 1.35 LM 检验结果

建立 GARCH 模型,结果如图 1.36 所示。

Dependent Variable: Y
Method: ML ARCH - Normal distribution (OPG - BHHH / Marquardt steps)
Date: 08/30/22 Time: 12:39
Sample (adjusted): 4/08/2018 6/26/2022
Included observations: 221 after adjustments
Failure to improve likelihood (non-zero gradients) after 8 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.018329	0.154731	-0.118455	0.9057
AR(1)	-0.053449	0.082239	-0.649930	0.5157
Variance Equation				
C	3.622590	2.273591	1.593334	0.1111
RESID(-1)^2	0.146105	0.082637	1.768037	0.0771
GARCH(-1)	0.198995	0.403794	0.492813	0.6221
R-squared	0.003228	Mean dependent var	0.022512	
Adjusted R-squared	-0.001323	S.D. dependent var	2.367397	
S.E. of regression	2.368963	Akaike info criterion	4.566083	
Sum squared resid	1229.025	Schwarz criterion	4.642964	
Log likelihood	-499.5521	Hannan-Quinn criter.	4.597126	
Durbin-Watson stat	2.008197			
Inverted AR Roots	-.05			

图 1.36 GARCH 模型估计结果

但模型拟合结果不佳,采用 MCMC 方法得到 TAR-GARCH 模型的估计值。

运用 TAR-GARCH 模型分析上证综指收益率的波动情况。建立模型结构如下:

$$y_t = \begin{cases} \beta_{01} + \beta_{02} y_{t-1} & x_{t-1} > 0 \\ \beta_{11} + \beta_{12} y_{t-1} & x_{t-1} \leq 0 \end{cases} \quad (1.66)$$

$$\sigma_t^2 = \begin{cases} \beta_{31} + \beta_{32} \epsilon_{t-1}^2 + \beta_{33} \sigma_{t-1}^2 & x_{t-1} > 0 \\ \beta_{41} + \beta_{42} \epsilon_{t-1}^2 + \beta_{43} \sigma_{t-1}^2 & x_{t-1} \leq 0 \end{cases} \quad (1.67)$$

其中 $x_{t-1} = y_t - y_{t-1}$, 表示上证综指收益率的变化情况,表示滞后一期市场消息的冲击。

设采用 Gibbs 抽样方法,用马尔可夫链模拟模型参数的后验分布,将最初的 4 000 次迭代样本舍去,消除初始值的影响,确保模型的收敛性,基于 MCMC 方法用从 4 001 次到 10 000 次迭代得到 6 000 个模拟样本去估计模型参数,得到各个参数的仿真图。

建立模型结构如下:

$$y_t = \begin{cases} \beta_{01} + \beta_{02} y_{t-1} & x_{t-1} > 0 \\ \beta_{11} + \beta_{12} y_{t-1} & x_{t-1} \leq 0 \end{cases} \quad (1.68)$$

$$\sigma_t^2 = \begin{cases} \beta_{21} + \beta_{22} \epsilon_{t-1}^2 + \beta_{23} \sigma_{t-1}^2 & x_{t-1} > 0 \\ \beta_{31} + \beta_{32} \epsilon_{t-1}^2 + \beta_{33} \sigma_{t-1}^2 & x_{t-1} \leq 0 \end{cases} \quad (1.69)$$

设定初始值为 $\beta_{01} = 0.16, \beta_{02} = -0.07, \beta_{11} = 0.03, \beta_{12} = -0.013, \beta_{32} = 0.106, \beta_{33} = 0.88, \beta_{41} = 0.017, \beta_{42} = 0.06, \beta_{43} = 0.88$, 得到参数迭代结果如图 1.37 所示。

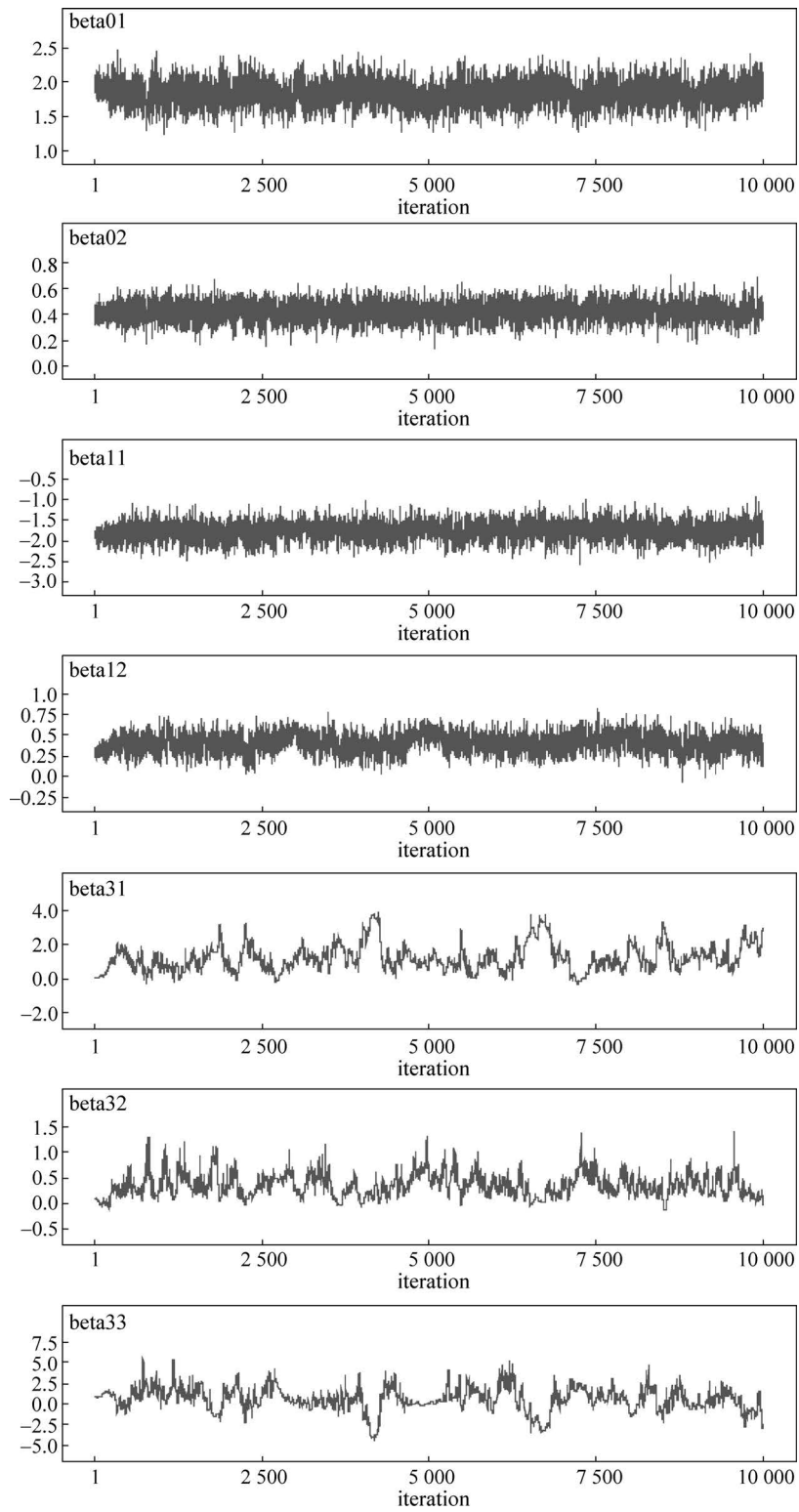


图 1.37 参数迭代结果

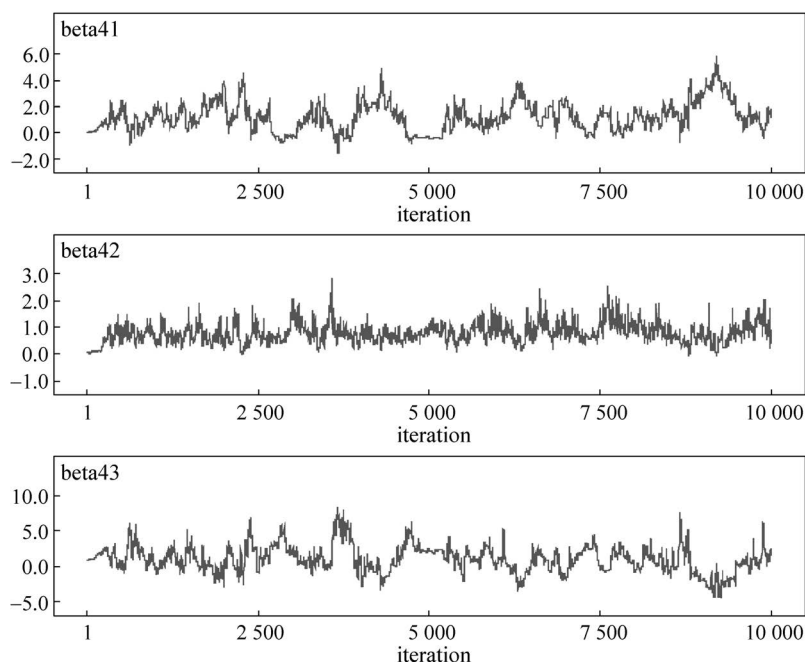


图 1.37 参数迭代结果(续)

发现图 1.37 中迭代链趋于收敛,说明 MCMC 方法较为准确地实现了对 TAR-GARCH 模型的拟合。图 1.38 为 TAR-GARCH 模型的后验密度估计结果。

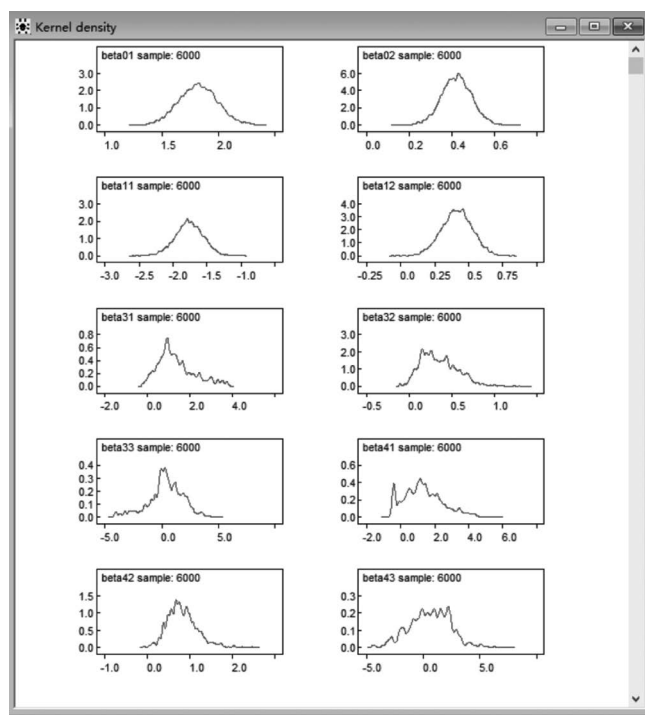


图 1.38 TAR-GARCH 模型的后验密度估计结果

运用软件进行贝叶斯推断可以得到参数后验分布的信息,最终得到参数估计结果如图 1.39 所示。

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%	start	sample
beta01	1.822	0.1709	0.006559	1.493	1.823	2.165	4001	6000
beta02	0.4233	0.07027	0.001959	0.2855	0.4241	0.5627	4001	6000
beta11	-1.763	0.2074	0.006363	-2.183	-1.764	-1.364	4001	6000
beta12	0.4137	0.1119	0.005997	0.1879	0.4154	0.6306	4001	6000
beta31	1.346	0.8661	0.08996	0.04253	1.16	3.478	4001	6000
beta32	0.3521	0.2185	0.01973	0.01354	0.324	0.8183	4001	6000
beta33	0.3786	1.52	0.1527	-3.242	0.3853	3.215	4001	6000
beta41	1.336	1.144	0.1203	-0.429	1.226	3.945	4001	6000
beta42	0.8235	0.3625	0.03074	0.2343	0.7793	1.67	4001	6000
beta43	0.609	1.83	0.1828	-3.031	0.6558	4.234	4001	6000

图 1.39 参数估计结果

node、mean、sd、median 分别代表参数、均值、标准差、中位数; 2.5%和 97.5%对应的是参数置信区间; start 是丢掉的随机抽取的样本的数目, sample 是丢掉前面部分随机抽取后剩下的有效样本数目。MC error 是蒙特卡罗误差。

最终估计方程为

$$y_t = \begin{cases} 1.822 + 0.4233y_{t-1} & x_{t-1} > 0 \\ -1.763 + 0.4137y_{t-1} & x_{t-1} \leq 0 \end{cases} \quad (1.70)$$

$$\sigma_t^2 = \begin{cases} 1.346 + 0.3521\epsilon_{t-1}^2 + 0.3786\sigma_{t-1}^2 & x_{t-1} > 0 \\ 1.336 + 0.8235\epsilon_{t-1}^2 + 0.609\sigma_{t-1}^2 & x_{t-1} \leq 0 \end{cases} \quad (1.71)$$

在估计的方程中, y_t 表示上证综指收益率, x_{t-1} 表示上证综指收益率的变化率, ϵ_t 是残差项, σ_t^2 是条件方差。上面的估计模型中, 从总的情况来看, 所有的参数估计都是显著的, 我们可以得出上证综指对来自上证综指收益率的变化率的信息的反映具有明显的非对称性特征。