

数学培优竞赛一讲一练

(五年级, 第2版)

朱华伟 编著

清华大学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是《数学培优竞赛讲座（五年级，第2版）》（ISBN：9787302665021）的配套练习册，可为读者提供自我检测。在内容上以国内外小学数学各种培优竞赛为背景，按照小学数学课程的进度分专题编写，力求与课堂教学同步。在夯实基础的同时，通过新颖、有趣的数学问题，构建通往数学奥林匹克前沿的捷径；在巩固深化小学数学教材知识的同时，拓宽小学数学和竞赛数学的知识。本书有助于激发学生创新与发现的灵感，开发智力，提高学生的数学成绩。

本书可供小学五年级师生及家长使用，也可供小学生数学竞赛培训机构人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。举报：010-62782989，beiqinquan@tup.tsinghua.edu.cn。

图书在版编目(CIP)数据

数学培优竞赛一讲一练. 五年级 / 朱华伟编著.

2 版. -- 北京 : 清华大学出版社, 2024. 7. -- ISBN

978-7-302-66503-8

I. G624.503

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2024T6W723 号

责任编辑：王 定

封面设计：周晓亮

版式设计：思创景点

责任校对：成凤进

责任印制：

出版发行：清华大学出版社

网 址：<https://www.tup.com.cn>，<https://www.wqxuetang.com>

地 址：北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编：100084

社 总 机：010-83470000

邮 购：010-62786544

投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者：

经 销：全国新华书店

开 本：185mm×260mm

印 张：11.5

字 数：253 千字

版 次：2021 年 8 月第 1 版

2024 年 8 月第 2 版

印 次：2024 年 8 月第 1 次印刷

定 价：49.80 元

产品编号：106691-01

前 言

提升基础学科的科研水平，培养世界一流的拔尖创新人才，是推动人类文明进步和世界持续发展的重要动力。培养拔尖创新人才，一定要从娃娃抓起、从基础教育抓起。因此，重视并加强基础教育阶段的数学、物理等教育迫在眉睫，尤其是对于数理拔尖人才的早期识别和培养，给予这些好苗子一个适合的、特殊的成长机会及高水平的、有效的学习资源至关重要。

为了给对数学有兴趣的小学生提供一个扩展知识视野、提高解题能力和培养创新精神的平台，我们以国内外小学数学各种培优竞赛为背景，以《义务教育数学课程标准》的理念和要求为准绳，根据多年培训“华罗庚金杯赛”选手和辅导小学数学资优生参加数学考试的经验、体会和素材，编写了这套《数学培优竞赛讲座》（三年级、四年级、五年级、六年级），以及配套的《数学培优竞赛一讲一练》（三年级、四年级、五年级、六年级）。

《数学培优竞赛讲座》每册分培优篇和竞赛篇两大部分。

培优篇 与课堂教学同步，从课内到课外逐步引申扩充，由浅入深，由易到难，循序渐进，是课堂教学的自然延伸；在夯实基础的同时，通过新颖、有趣的数学问题，构建通往数学奥林匹克前沿的捷径；在学生力所能及的范围内扩展知识视野，提高思维能力；在巩固深化小学数学教材知识的同时，拓宽小学数学和竞赛数学的知识。

竞赛篇 以小学数学各种竞赛中的热点、难点问题为载体，介绍竞赛数学中令人耳目一新的解题方法与技巧，激发学生发现与创新的灵感。这些内容是数学奥林匹克竞赛中生动活泼、富于创新性的内容。这类问题的特点是涉及的数学知识较少而包含的技巧较多，理解和解决这类问题往往不需要很多专门的数学知识，而发现解法却相当困难，没有固定的模式可以套用。它要求学生自己去探索、尝试，通过观察、思考，利用归纳、枚举、类比、排序、估计、构造、递推、反证、奇偶分析、染色、赋值、不变量等方法，发现规律，找到解决问题的门径，这恰是数学奥林匹克竞赛试题所应有的风格。这些内容可帮助学生开发智力、提高水平，去参加高层次的竞赛。

《数学培优竞赛讲座》以专题讲座的形式编写，每讲的主要栏目如下。



名人名言欣赏：以名人名言开宗明义，开启每讲的数学学习之旅。

知识方法述要：详细归纳相关的知识、方法与技巧，突出重点、难点和赛点。

例题精讲：主要包含“分析”“解”“分析与解”和“评注”，由基础题、提高题、综合题组成。本书中很多例题的解答之后有评注，评注的作用是对某些问题或解答过程中意犹未尽之处进行阐述分析，以起到画龙点睛之效；对可进一步深入研究的问题予以拓展引申，引导学生去创造；对一题多解的问题提出相关的解法，发现特技与通法之间的联系。总之，评注的目的在于，一方面揭示问题的背景和来源，另一方面启迪学生发现解决问题的思路及通过合理猜测提出新问题的方法，使学生不仅知其然，更知其所以然，以期达到授之以渔的目的。

同步训练：含选择题、填空题、解答题，遵循因材施教原则，同步训练题的设置兼顾多个层次的学习需求，分为A、B、C三层，便于分层教学，师生在实际教学中可按需取舍。例如，对于数学基础较好的学生，可以在完成A组和B组习题的基础上努力尝试完成C组习题；对于数学基础较弱的学生，可以在完成A组习题的前提下努力尝试完成B组习题。为方便自学，在书后每题均给出了详细解答过程。

《数学培优竞赛一讲一练》是《数学培优竞赛讲座》的配套练习册，可以为使用者提供自我检测。书后附有详细解答，可以检验使用者对数学知识的理解水平和掌握程度。《数学培优竞赛一讲一练》与《数学培优竞赛讲座》配套使用，能达到更好的学习效果。

希望通过对本书的学习，学生能够发现数学的美丽和魅力，体会数学的思想和方法，感受数学的智慧和创新，体验经过不懈的探索而获得成功的兴奋和快乐，进而激发学习数学的兴趣。

本书是小学生参加数学竞赛的宝典，是冲刺重点中学、破解数学考试压轴题的利器，是小学数学教师进行数学竞赛辅导、进修的益友。

在本书的编写过程中，笔者参考并引用了有关资料中的优秀题目，为求简明，书中未一一注明出处，在此，谨向原题编者表示感谢。由于笔者水平有限，书中难免会有疏漏之处，诚挚欢迎读者批评与指正。

李华伟

2024年5月

目 录

	试题	答案
第 1 讲 小数的巧算	1	109
第 2 讲 循环小数	3	110
第 3 讲 周期性问题的	6	111
第 4 讲 奇数与偶数	9	113
第 5 讲 枚举法	13	115
第 6 讲 乘法原理	16	117
第 7 讲 加法原理	20	118
第 8 讲 容斥原理	24	121
第 9 讲 递推法与逐点累计法	27	123
第 10 讲 对应法	32	127
第 11 讲 面积	35	128
第 12 讲 图形的切拼	40	132
第 13 讲 相遇问题	45	136
第 14 讲 追及问题	49	139
第 15 讲 逻辑推理 (1)	53	142
第 16 讲 逻辑推理 (2)	58	145
第 17 讲 逆推法	63	148
第 18 讲 从整体上看问题	66	150
第 19 讲 数的进位制	69	152
第 20 讲 数的整除性	72	154
第 21 讲 质数、合数与分解质因数	75	156
第 22 讲 最大公因数与最小公倍数	78	158
第 23 讲 带余除法	81	160
第 24 讲 中国剩余定理	84	162
第 25 讲 整数的分拆	87	164
第 26 讲 归纳与猜想	90	166



	试题	答案
第 27 讲 数列的求和	95	168
第 28 讲 数列的分组	98	170
第 29 讲 从简单情形看问题	102	172
第 30 讲 变换和操作	105	174

第 1 讲 小数的巧算

一、填空题(每题 6 分,共 60 分)

1. 计算: $1.996+19.97+199.8=$ _____.

2. 计算: $1.1+3.3+5.5+7.7+9.9+11.11+13.13+15.15+17.17+19.19$
 $=$ _____.

3. 计算: $17.48\times 37-17.48\times 19+17.48\times 82=$ _____.

4. 计算: $1.25\times 0.32\times 2.5=$ _____.

5. 计算: $75\times 4.7+15.9\times 25=$ _____.

6. 计算: $28.67\times 67+3.2\times 286.7+573.4\times 0.05=$ _____.

7. 计算: $172.4\times 6.2+2724\times 0.38=$ _____.

8. 计算: $2012.25\times 2013.75-2010.25\times 2015.75=$ _____.



9. 计算: $(0.00325 \div 0.013) \div [(0.22 - 0.2065) \div (3.6 \times 0.015)] =$ _____.

10. 计算: $0.1 \div (0.2 \div 0.3) \div (0.3 \div 0.4) \div (0.4 \div 0.5) \div \cdots \div (0.8 \div 0.9)$
 $=$ _____.

二、解答题(每题 10 分,共 40 分)

11. 算式 $6.9 + 6.99 + 6.999 + \cdots + 6.999999999$ 的结果的整数部分是多少?

12. 计算: $0.\underbrace{00\cdots0}_{963\text{个}0}181 \times 0.\underbrace{00\cdots0}_{1028\text{个}0}11.$

13. 计算: $12.34 + 23.45 + 34.56 + 45.67 + 56.78 + 67.89 + 78.91 + 89.12 + 91.23.$

14. 下面有两个小数:

$$a = 0.\underbrace{00\cdots0}_{1994\text{个}0}105, \quad b = 0.\underbrace{00\cdots0}_{1996\text{个}0}19.$$

求 $a+b, a-b, a \times b, a \div b.$

第 2 讲 循环小数

一、填空题(每题 6 分,共 60 分)

1. 计算: $0.6+0.06+0.006+\cdots=$ _____.

2. 计算: $19.\dot{9}\dot{2}+19.\dot{9}\dot{3}+19.\dot{9}\dot{4}=$ _____.

3. 计算: $0.\dot{1}\dot{8}+\frac{1}{0.\dot{1}\dot{8}+\frac{1}{0.\dot{1}\dot{8}}}=$ _____.

4. 计算: $0.\dot{6}+0.\dot{1}\dot{8}+1.4\dot{3}\dot{9}=$ _____.(结果用循环小数表示)

5. 计算: $0.\dot{1}\dot{1}+0.\dot{2}\dot{1}+0.\dot{3}\dot{1}+0.\dot{4}\dot{1}+0.\dot{5}\dot{1}+0.\dot{6}\dot{1}+0.\dot{7}\dot{1}+0.\dot{8}\dot{1}+0.\dot{9}\dot{1}$
 $=$ _____.

6. 计算: $2.00\dot{4}\times 2.\dot{0}0\dot{8}=$ _____.

7. 将乘积 $0.\dot{2}4\dot{3}\times 0.3\dot{2}523\dot{3}$ 化为循环小数的形式是_____.



8. 计算: $\left(1.\dot{6} - 1.125 + 8\frac{3}{4}\right) \div 37\frac{1}{6} + 52.\dot{3} \times \frac{3}{41} = \underline{\hspace{2cm}}.$

9. 请在小数 $1.100120\dot{3}$ 的某位数字上加一个循环点,使新产生的循环小数尽可能小,这个新循环小数为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

10. 某学生将 $1.2\dot{3}$ 乘以一个数 a 时,把 $1.2\dot{3}$ 误看成 1.23 ,使乘积比正确结果少 0.3 ,则正确结果应该是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

二、解答题(每题 10 分,共 40 分)

11. 假定 n 是非零自然数, d 是 $1\sim 9$ 中的一个数字,已知 $\frac{n}{296} = 0.\dot{d}0\dot{5}$,求 n 的值.

12. (1) 试分别将分数 $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$ 写成循环小数的形式;

(2) 观察分析这些循环小数的循环节,归纳它们有哪些特点.

13. 将 $0.\dot{a}b\dot{c}$ 化为分数写成最简分数时,分子与分母之和是 58,求这个循环小数.
14. 已知 $\frac{6}{43}$ 是循环小数,其循环节是一个 21 位数. 如果这个 21 位数能被 3^n 整除,那么 n 最大是多少?

第 3 讲 周期性问题

一、填空题(每题 6 分,共 60 分)

1. 某年的二月份有五个星期日,这年 6 月 1 日是星期_____.

2. 1989 年 12 月 5 日是星期二,那么再过十年的 12 月 5 日是星期_____.

3. 中国农历的十二生肖依次排列如图 3-1 所示. 如果从某个生肖开始数 1,按顺时针方向在相邻的生肖数 2,……,此后依次按顺时针方向数下去,数到 2020 恰好是生肖“鼠”,则开始数 1 的生肖是_____.

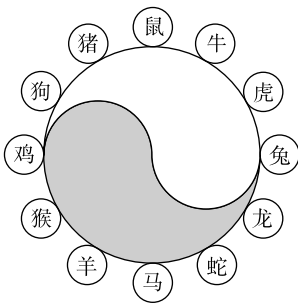


图 3-1

4. 时针现在表示的时间是 14 时整,那么分针旋转 1991 周后,时针表示的时间是_____.

5. 观察数列 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, …, 它从第三项起每一项都等于前面两项之和,则此数列的第 2009 项除以 8 的余数是_____.

6. 把分数 $\frac{4}{7}$ 化成小数后,小数点后第110位上的数字是_____.

7. 我国古代数学家祖冲之在数学上的重大贡献是推算出圆周率 π 的值在3.1415926与3.1415927之间,比欧洲早一千多年,约率 $\frac{22}{7}$ 是 π 的近似值, $\frac{22}{7}$ 小数点后第2006位上的数字是_____.

8. 循环小数 $0.\dot{1}99251\dot{7}$ 与 $0.\dot{3}456\dot{7}$,这两个循环小数在小数点后第_____位,首次同时出现在该位中的数字都是7.

9. 在一个循环小数 $0.\dot{1}23456\dot{7}$ 中,如果要使这个小数第100位上的数字是5,那么表示循环节的两个小圆点应重新分别放在数字_____和_____上.

10. $\underbrace{7 \times 7 \times 7 \times \cdots \times 7}_{50 \text{ 个 } 7}$ 所得积的末位数字是_____.

二、解答题(每题10分,共40分)

11. 设 $n = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{1991 \text{ 个 } 2}$,那么 n 的末两位数字是多少?



12. 已知 a 是整数,真分数 $\frac{a}{13}$ 化成小数后,从小数点第一位数字起连续若干个数字之和为 2020,求 a 的值.

13. 将循环小数 $0.\dot{0}2\dot{7}$ 与 $0.\dot{1}7967\dot{2}$ 相乘,取近似值,要求保留 100 位小数,那么该近似值的最后一位数字是什么?

14. 在一根长 100 厘米的木棍上,自左至右每隔 6 厘米染一个红点,同时自右至左每隔 5 厘米也染一个红点,然后沿红点处将木棍逐段锯开,那么长度是 1 厘米的短木棍有多少根?

第 4 讲 奇数与偶数

一、填空题(每题 6 分,共 60 分)

1. 用 5,6,7,8,9 五个数字组成一个五位数的偶数,则所组成的五位数中最大的数的十位数字是_____.

2. 2,4,6,8,⋯是连续的偶数,若五个连续的偶数的和是 320,则这五个数中最小的一个是_____.

3. 100 个自然数,它们的和是 10000,在这些数里,奇数的个数比偶数的个数多,那么,这些数里至多有_____个偶数.

4. 如图 4-1 所示是一张靶纸,靶纸上的 1,3,5,7,9 表示射中该靶区的分数. 甲说:我打了六枪,每枪都中靶得分,共得了 27 分. 乙说:我打了 3 枪,每枪都中靶得分,共得了 27 分. 已知甲、乙两人中有一人说的是真话,那么说假话的是_____.

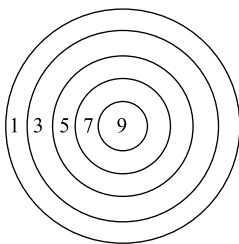


图 4-1



5. 一次数学考试共有 20 道题,规定答对一题得 2 分,答错一题扣 1 分,未答的题不计分. 考试结束后,小明共得 23 分. 他想知道自己做错了几道题,但只记得未答的题的数目是个偶数. 请你帮助小明计算一下,他答错了_____道题.

6. 有一批文章共 15 篇,各篇文章的页数分别是 1 页、2 页、3 页、 $\dots$ 、14 页和 15 页的稿纸,如果将这些文章按某种次序装订成册,并统一编上页码,那么第一页是奇数页码的文章最多有_____篇.

7. 有 8 只盒子,每只盒内放有同一种笔. 8 只盒子所装笔的支数分别为 17 支、23 支、33 支、36 支、38 支、42 支、49 支、51 支. 在这些笔中,圆珠笔支数是钢笔支数的 2 倍,钢笔支数是铅笔支数的 $\frac{1}{3}$,只有一只盒里放的是水彩笔,则这盒水彩笔共有_____支.

8. 如图 4-2 所示,一个圆周上有 9 个位置,依次编为 1~9 号. 现在有一个小球在 1 号位置上,第一天顺时针前进 10 个位置,第二天逆时针前进 14 个位置. 以后,第奇数天与第一天相同,顺时针前进 10 个位置,第偶数天与第二天相同,逆时针前进 14 个位置,则至少经过_____天,小球又回到 1 号位置.

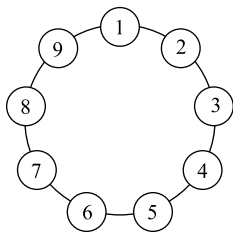


图 4-2

9. 在一个无限大的棋盘的一个小方格上放有一枚棋子,其中每个小方格的大小都是 1 厘米 $\times$ 1 厘米. 将这枚棋子依照以下规则移动:

(1) 第一次移动,棋子向北移动一格;

(2) 在第 n 次移动中,如果 n 为奇数,则棋子可选择向北或向南移动;如果 n

为偶数,则棋子可选择向东或向西移动;

(3) 在第 n 次移动中,棋子在同一方向移动 n 格.

将这枚棋子移动 12 次,使得它最后所在的方格的中心与它最初所在的方格的中心的距离尽量小,则这个最小的距离为_____厘米.

10. 某次数学竞赛准备了 35 支铅笔作为奖品发给获一、二、三等奖的学生. 原计划一等奖每人发 6 支,二等奖每人发 3 支,三等奖每人发 2 支,后来改为一等奖每人发 13 支,二等奖每人发 4 支,三等奖每人发 1 支,那么获二等奖的有_____人.

二、解答题(每题 10 分,共 40 分)

11. 如图 4-3 所示,从 0 点起每隔 3 米种一棵树. 如果把 3 块“爱护树木”的小木牌分别挂在 3 棵树上,那么不管怎么挂,至少有两棵挂牌树之间的距离是偶数(以米为单位). 试说明理由.

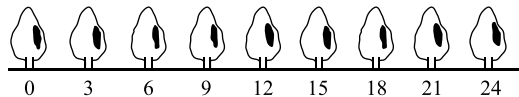


图 4-3

12. 如图 4-4 所示,小地球仪上赤道大圆与过南、北极的某大圆相交于 A, B 两点. 有黑、白二蚁从 A 点同时出发分别沿着这两个大圆爬行. 黑蚁爬赤道大圆一周要 10 秒钟,白蚁爬过南、北极的大圆一周要 8 秒钟. 问:在 10 分钟内,黑、白二蚁在 B 点相遇几次? 为什么?

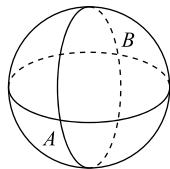


图 4-4



13. 在图 4-5 的每个○中填入一个自然数(可以相同),使得任意两个相邻的○中的数之差(大数减小数)恰好等于它们之间所标的数. 能否办到? 为什么?

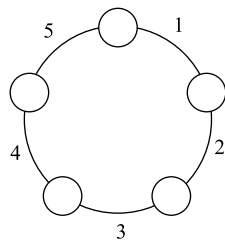


图 4-5

14. 将整数 $1, 2, 3, \dots, 20$ 以随机排序的方式排成一条直线,接着将每个数(除第一个数与最后一个数外)与它相邻的两个数(即连续的三个数)相加. 请问:所得到的这 18 个和之中最多可能会有多少个奇数?