

绪 论

0.1 工程力学的主要内容

工程力学是研究物体机械运动一般规律以及构件承载能力的一门学科。本书内容涵盖了理论力学和材料力学中的大部分内容,理论力学部分又可分为静力学、运动学和动力学三部分。

所谓机械运动,是指物体的空间位置随时间发生变化的过程,它是一切物质运动最简单、最基本的宏观运动形式。静止则是机械运动的特殊情况。

工程中的结构元件、机器零部件等都可称为**构件**。构件在承受载荷或传递运动时,能够正常工作而不损坏,也不产生过大的变形,并能保持原有的平衡形态而不丧失稳定,这就要求构件具有足够的**强度、刚度和稳定性**。

静力学、运动学和动力学是将物体抽象化为**刚体**研究力作用于物体时的外部效应,即研究物体机械运动的一般规律。材料力学则是将物体抽象化为**变形固体**,研究力作用时的内部效应,即研究构件的强度、刚度和稳定性。

0.2 工程力学与生产实践的关系及其研究方法

工程力学对生产实践起着重要的指导作用,它为工程中构件的设计和计算提供简便实用的方法,同时又被生产的发展所推动,两者是相互促进、共同发展的。

工程实际中作机械运动的物体是多种多样的,在外力作用下物体的变形和破坏形式也是各不相同的,这就要求我们在分析和研究问题时,必须抓住其主要因素,并运用抽象化的方法,得出比较合乎实际的力学模型和强度准则。例如,在研究物体的平衡时,其变形就是次要因素,忽略这一点,就可将真实物体视为刚体;但在研究物体的强度及刚度时,变形就成了主要因素,因此可用变形固体这一力学模型代表真实物体。

对于工程实际中的问题,运用科学抽象的方法,加以综合、分析,再通过实验与严密的数学推理,从而得到工程中实用的理论公式,以指导实践,并为实践所检验。所以说,工程力学为生产实践提供必要的理论基础。

0.3 工程力学的性质与作用

工程力学是土木工程、车辆工程、化工、生物、冶金、地质、纺织、材料、机械工程、机械电子、建筑环境与设备工程等工科专业的一门技术基础课。它为简单机构的运动(含平衡)和动力分析以及简单构件的强度、刚度和稳定性计算提供基本理论和基本方法,在基础课与专业课之间起桥梁作用。因此,学习工程力学课程的要领应该是重点掌握公理、定律及假设,并以此为依据,利用数学演绎、抽象方法得出简单机构的平衡、运动及杆件受力破坏的规律,并深刻理解其基本概念、基本理论和基本方法,同时还需要通过演算一定数量的习题来加深和巩固对所学知识的理解。

对于工科类学生,要求在学完本门课程之后,具有能将简单的工程实际问题抽象为力学模型的初步能力;能够运用基础课知识,尤其是数学、物理的基本理论和方法,并结合本门课程所讲述的内容,对简单机构进行运动和动力分析;能够正确运用强度、刚度和稳定条件对简单受力杆件进行校核和截面选择以及确定许可载荷。这些知识是学习专业课的重要基础,而且运用这些知识能直接解决一些工程实际问题。

拓展阅读

港珠澳大桥



0-2

港珠澳大桥是我国境内一座连接香港、广东珠海和澳门的桥隧工程。位于广东珠江口伶仃洋海域内,为珠江三角洲地区环线高速公路南环段。港珠澳大桥东起香港国际机场附近的香港口岸人工岛,向西横跨南海伶仃洋水域接珠海和澳门人工岛,止于珠海洪湾立交。桥隧全长 55 km,其中主桥 29.6 km、香港口岸至珠澳口岸 41.6 km。桥面为双向六车道高速公路,设计速度 100 km/h。工程项目总投资额 1269 亿元。港珠澳大桥因其超大的建筑规模、空前的施工难度和顶尖的建造技术而闻名世界。

请查阅下面资料,举例说明建桥过程中所面临的力学问题。

- (1) 港珠澳大桥建设过程视频资料。
- (2) 述评:港珠澳大桥彰显中国奋斗精神。
- (3) 查阅《中国工程科学》2015 年第 1 期的文章“港珠澳大桥设计理念及桥梁创新技术”。



第1章

静力学基础

静力学研究物体在力系作用下的平衡规律。

力系是指作用在物体上的一组力。力系的**平衡**是指物体相对惯性参考系保持静止或作匀速直线运动的状态。在静力学中,将研究的物体视为**刚体**,**刚体**是指在力作用下不变形的物体,是一种理想化的模型。静力学研究以下三种问题:①物体的受力分析;②力系的简化,用一个简单力系等效地替换一个复杂力系对物体的作用称为力系的简化,此两力系互为等效力系;③力系的平衡条件及其应用。

本章将介绍力的基本性质,力矩和力偶的概念,并阐述工程中常见的约束和约束力的分析。最后介绍物体的受力分析及受力图,这是解决力学问题的重要方法。

1.1 静力学公理

力是物体间的相互作用,这种作用使物体的机械运动状态发生变化或使物体产生变形。前者称为力的**运动效应**或**外效应**,后者称为力的**变形效应**或**内效应**。

实践表明,力对物体的作用效果决定于三个要素:①力的大小;②力的方向;③力的作用点。力的**三要素**表明,力是一个具有固定作用点的**定位矢量**。常用黑体字母 $\mathbf{F}$ 表示力矢量(力矢),而用普通字母 F 表示力的大小。在国际单位制中,力的单位是牛顿,符号是 N。

(1) 作用在物体上同一点的两个力可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点,合力的大小和方向由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定,称为力的**平行四边形法则**,如图 1-1(a)所示。或者说,合力矢等于这两个力矢的几何和,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

合力的大小和方向也可由力三角形确定,如图 1-1(b)所示。这个基本性质是复杂力系简化的基础。

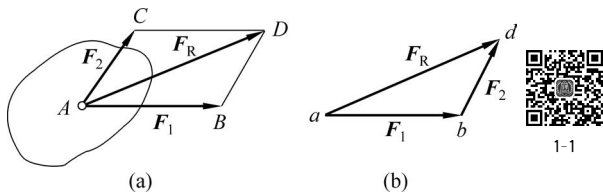


图 1-1

(2) **二力平衡条件** 刚体上作用两个力,使刚体保持平衡的充要条件是:这两个力的大小相等,方向相反,且作用在同一直线上。

这是作用于刚体上的最简单力系平衡时所必须满足的条件。

(3) 在已知力系上加上或减去任意的平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用,称为**加**

减平衡力系原理。就是说,如果两个力系只相差一个或几个平衡力系,则它们对刚体的作用是相同的。这个性质是研究力系等效替换的重要依据。

根据上述性质,可以导出下列推理。

① 作用于刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用,称为**力的可传性**。

可见,对于刚体来说,力的作用点已不是决定力的作用效应的要素,它已为作用线所代替。因此,作用于刚体上的力的三要素是:力的大小、方向和作用线。

作用于刚体上的力可以沿着作用线移动,这种矢量称为**滑动矢量**。

② **三力平衡条件** 作用于刚体上三个相互平衡的力,若其中两个力的作用线汇交于一点,则此三力必在同一平面内,且第三个力的作用线通过汇交点。

证明 如图 1-2 所示,在刚体的 A, B, C 三点上,分别作用三个相互平衡的力 $F_1, F_2,$

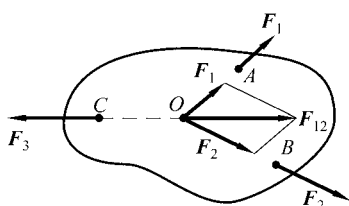


图 1-2

F_3 。根据力的可传性,将力 F_1 和 F_2 移动到汇交点 O ,然后根据力的平行四边形法则,得合力 F_{12} ,则力 F_3 应与 F_{12} 平衡。由于两个力平衡必须共线,所以力 F_3 必定与力 F_1 和 F_2 共面,且通过力 F_1 与 F_2 的汇交点 O 。证毕。

(4) 作用力和反作用力总是同时存在,两力的大小相等、方向相反,沿着同一直线,分别作用在两个相互作用的物体上,称为**作用和反作用定律**或**牛顿第三定律**。若用 F

表示作用力,用 F' 表示反作用力,则

$$F = -F' \quad (1-2)$$

这个公理概括了物体间相互作用的关系,表明作用力和反作用力总是成对出现的。由于作用力与反作用力分别作用在两个物体上,因此,不能认为二者是平衡力系。

变形体在某一力系作用下处于平衡,如将此变形体刚化为刚体,其平衡状态保持不变,称为**刚化原理**。这一结论提供了把变形体看成刚体的条件。例如绳索在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡,如将绳索刚化为刚体,其平衡状态保持不变;如果将力传递到另一端,虽然两力仍满足二力平衡条件,但绳将失去平衡。可见,刚体的平衡条件只是变形体平衡的必要条件,而非充分条件。在刚体静力学的基础上,考虑变形体的特性,可进一步研究变形体的平衡问题。

1.2 力矩 力偶

1. 平面力对点的矩

如果把位于平面内的刚体在 O 点处固定,则力 F 的作用将使物体绕 O 点转动,如图 1-3 所示。力 F 的作用线离 O 点越远,转动效果越明显;当力通过 O 点时,则不能使物体转动。实践证明,转动效果与力的大小以及 O 点到力作用线的垂直距离(称为**力臂**)成正比。描述平面力使刚体产生转动作用的量称为力对点的**力矩**, O 点称为此力矩的**矩心**。

在这里,力矩是一个代数量,定义它的绝对值等于力的大小与力臂的乘积,它的正负可按以下方法确定:力使物体绕矩心逆时针转动时为正,反之为负。力 F 对于 O 点的矩以记

号 $M_O(\mathbf{F})$ 表示,即

$$M_O(\mathbf{F}) = \pm Fh = \pm 2S_{\triangle OAB} \quad (1-3)$$

式中, $S_{\triangle OAB}$ 为 $\triangle OAB$ 的面积; 点 O 为对应的矩心。应当指出,即使 O 点不固定,也可以计算力对于 O 点的矩。

显然,当力的作用线通过矩心,即力臂等于零时,它对矩心的力矩等于零。力矩的常用单位为 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

已知力 $\mathbf{F}$, 作用点 $A(x, y)$ 及力与 x 轴的夹角 α , 如图 1-4 所示。欲求力 $\mathbf{F}$ 对坐标原点 O 之矩, 由力矩的定义得

$$M_O(\mathbf{F}) = Fd = Fr \sin(\alpha - \theta) = F \sin \alpha \cdot r \cos \theta - F \cos \alpha \cdot r \sin \theta$$

即

$$M_O(\mathbf{F}) = xF_y - yF_x \quad (1-4)$$

式(1-4)为平面内力对点的矩的解析表达式。其中, x, y 为力 $\mathbf{F}$ 作用点的坐标; F_x, F_y 分别为力 $\mathbf{F}$ 在 x, y 轴的投影。

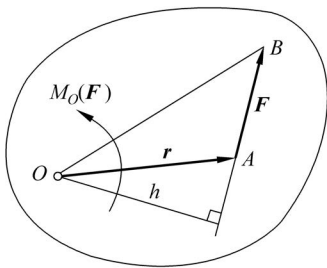


图 1-3

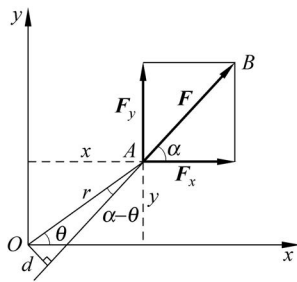


图 1-4

由式(1-4)可见,力 $\mathbf{F}$ 对点 O 的矩等于两个分力 $\mathbf{F}_x$ 与 $\mathbf{F}_y$ 对点 O 之矩的和,表明合力对于平面内任一点之矩等于所有各分力对于该点之矩的代数和,这就是合力矩定理。即

$$M_O(\mathbf{F}_R) = \sum M_O(\mathbf{F}_i) \quad (1-5)$$

式(1-5)适用于任何有合力存在的力系。

例 1-1 如图 1-5 所示支架受力 $\mathbf{F}$ 作用,图中尺寸及 α 角已知。试计算力 $\mathbf{F}$ 对于 O 点的力矩。

解 在图示情形下,若按力矩定义求解,确定 d 的过程比较麻烦。可先将力 $\mathbf{F}$ 分解为两个分力,再应用合力矩定理求解,这样较为方便。则有

$$\begin{aligned} M_O(\mathbf{F}) &= M_O(\mathbf{F}_x) + M_O(\mathbf{F}_y) \\ &= F \cos \alpha \cdot (l_1 - l_3) - F \sin \alpha \cdot l_2 \end{aligned}$$

2. 平面力偶

大小相等、方向相反、作用线不在同一直线上的两个力称为力偶。力偶是常见的一种特殊力系,例如图 1-6 所示的作用在汽车方向盘上的两个力。力偶只能使物体转动或改变其转动状态,它既不能合成为一个力,也不能与

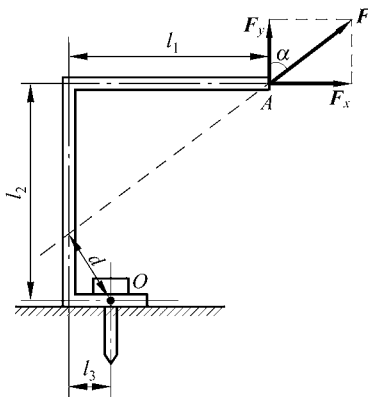


图 1-5

一个力平衡。力和力偶是静力学的两个基本要素。

力偶对物体的转动效应取决于力偶矩。力偶矩等于力偶中任一力的大小与两个力之间的距离(力偶臂)的乘积,记为 $M(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$, 简记为 M , 如图 1-7 所示, 有

$$M = \pm Fd \quad (1-6)$$

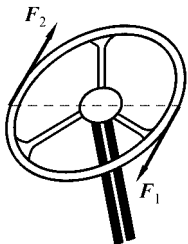


图 1-6

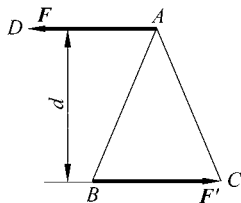


图 1-7

在这里,力偶矩是代数量,以逆时针转向为正,反之为负。力偶矩的单位与力矩相同,也是 $\text{N} \cdot \text{m}$ 。

如图 1-8 所示,取任一点 O 为矩心,则力偶 $(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$ 对该点之矩为

$$M_O(\mathbf{F}) + M_O(\mathbf{F}') = F \cdot DO - F' \cdot EO = F(DO - EO) = Fd$$

可知,力偶对任一点之矩等于力偶矩,而与矩心位置无关。

力偶在平面内的转向不同,其作用效应也不相同。因此,平面力偶对物体的作用效应由以下两个因素决定: ①力偶矩的大小; ②力偶在作用平面内的转向。

在同一平面内的两个力偶,如其力偶矩相等,则两力偶等效。由此可得两个推论:

(1) 力偶可在其作用平面内任意移转,而不改变它对物体的作用;

(2) 只要保持力偶矩不变,可任意改变力的大小和力偶臂的长短,而不改变力偶对物体的作用。

由此可见,力偶的臂和力的大小都不是力偶的特征量,只有力偶矩是力偶作用的唯一量度。常用图 1-9 所示的符号表示力偶,其中 M 为力偶的矩。

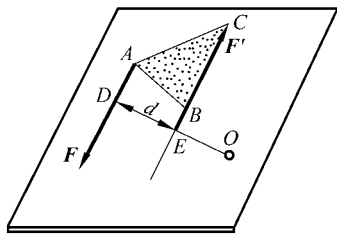


图 1-8

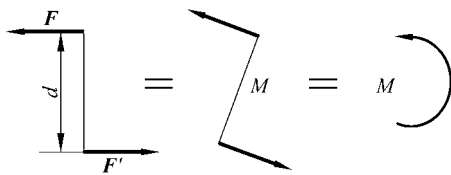


图 1-9



1-2

1.3 约束和约束力



1-3

位移不受限制的物体称为**自由体**。如飞行中的飞机和火箭等,它们在空间的位移不受任何外力限制。相反,有些物体在空间的位移会受到一定的限制。如机车受铁轨的限制,只能沿轨道运动;电机转子受轴承的限制,只能绕轴线转动。位移受到限制的物体称为**非自**

由体。对非自由体的某些位移起限制作用的周围物体称为约束。例如,铁轨对于机车,轴承对于电机转子,都是约束。



约束阻碍物体的位移。约束对物体的作用实际上就是力,这种力称为约束力。因此,约束力的方向必与该约束所能够阻碍的位移方向相反。应用这个准则,可以确定约束力的方向或作用线的位置。约束力的大小则是未知的。在静力学问题中,约束力和物体受的其他已知力(称主动力)组成平衡力系,因此可用平衡条件求出未知的约束力。

下面介绍几种在工程中常见的约束类型和确定约束力方向的方法。

1. 光滑接触面约束

例如,支持物体的固定面(图 1-10(a))、啮合齿轮的齿面、机床中的导轨等,当摩擦忽略不计时,都属于这类约束。

这类约束不能限制物体沿约束表面切线的位移,只能阻碍物体沿接触表面法线并向约束内部的位移。因此,光滑支承面对物体的约束力作用在接触点处,方向沿接触表面的公法线,并指向受力物体。这种约束力称为法向约束力,通常用 F_N 表示。如图 1-10(b)所示,一直杆放在光滑圆槽内,接触点 A, B 处的法向约束力分别为 F_{NA}, F_{NB} 。



2. 柔索约束

细绳吊住重物,如图 1-11(a)所示。由于柔软的绳索本身只能承受拉力,所以它对物体的约束力只可能是拉力(图 1-11(b))。因此,绳索对物体的约束力作用在接触点,方向沿着绳索背离物体。通常用 F 或 F_T 表示这类约束力。

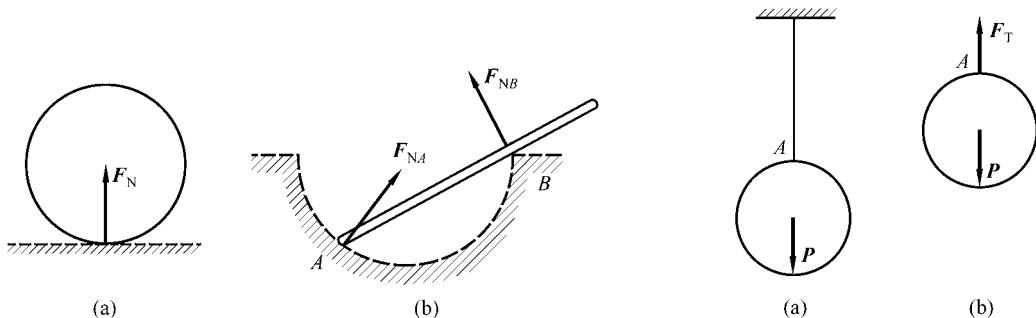


图 1-10

图 1-11

链条或胶带也都只能承受拉力。它们绕在轮子上时,对轮子的约束力沿轮缘的切线方向。



3. 光滑铰链约束

图 1-12(a)所示的拱形桥,是由两个拱形构件通过圆柱铰链 C 以及固定铰链支座 A 和 B 连接而成的。圆柱铰链简称铰链,由销钉 C 将两个钻有同样大小孔的构件连接在一起而成(图 1-12(b)),其简图如图 1-12(a)的铰链 C 。如果铰链连接中有一个固定在地面或机架上作为支座,则这种约束称为固定铰链支座,简称固定铰支,如图 1-12(b)中所示的支座 B 。其简图如图 1-12(a)的固定铰链支座 A 和 B 。

在分析铰链 C 处的约束力时,通常把销钉 C 固连在其中任意一个构件上,如构件 II 上,

则构件 I, II 互为约束。两构件可以绕铰链中心任意转动,但是,销钉会阻碍物体沿径向的相对位移。忽略摩擦时,销钉和圆孔间的作用属于光滑接触约束,因此铰链对物体的约束力必垂直轴线通过铰链中心。但是,物体在不同的主动力作用下,销钉可以和圆孔的任一位置接触。所以,当主动力尚未确定时,约束力的方向预先不能确定。通常用两个大小未知的正交分力 F_{Cx} , F_{Cy} 和 F'_{Cx} , F'_{Cy} 来表示,如图 1-12(c) 所示。其中, $F_{Cx} = -F'_{Cx}$, $F_{Cy} = -F'_{Cy}$, 表明它们互为作用力与反作用力。

同样,把销钉固连在 A, B 支座上,则固定铰支 A, B 对构件 I, II 的约束力分别为 F_{Ax} , F_{Ay} 与 F_{Bx} , F_{By} , 如图 1-12(c) 所示。

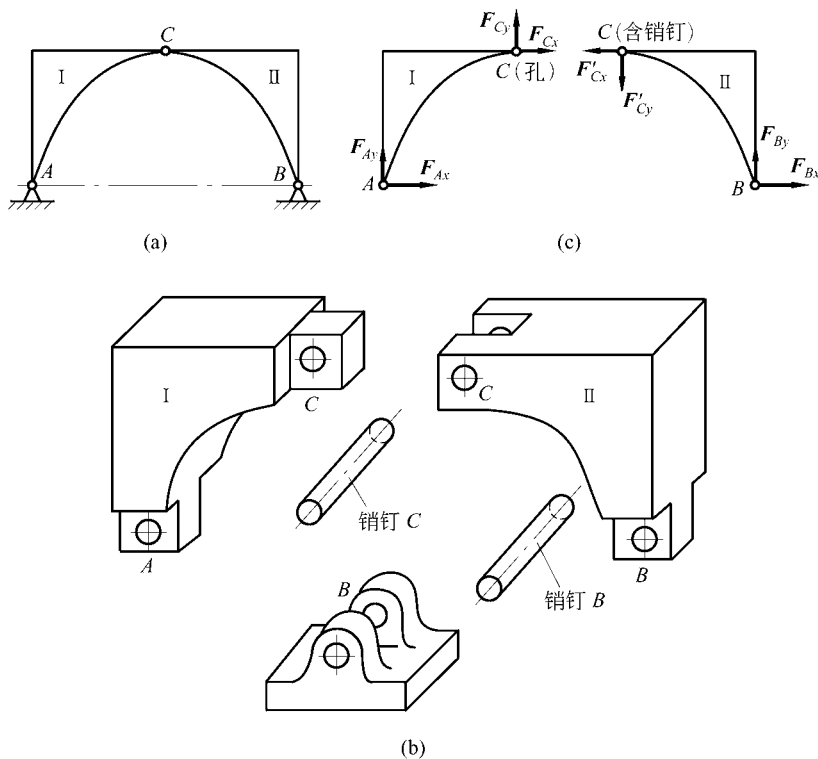


图 1-12

向心轴承与圆柱铰链和固定铰链支座的约束性质是相同的,都可表示为光滑铰链。此类约束的特点是只限制两物体径向的相对移动,而不限制两物体绕铰链中心的相对转动及沿轴向的位移。

4. 滚动支座约束

在桥梁、屋架等结构中经常采用滚动支座约束。这种支座是在铰链支座与光滑支承面之间安装几个辊轴构成的,又称辊轴支座,如图 1-13(a) 所示,其简图如图 1-13(b) 所示。它可以沿支承面移动,允许由于温度变化而引起结构跨度的自由伸长或缩短。显然,滚动支座的约束性质与光滑面约束相同,其约束力必垂直于支承面,且通过铰链中心。通常用 F_N 表示其法向约束力,如图 1-13(c) 所示。

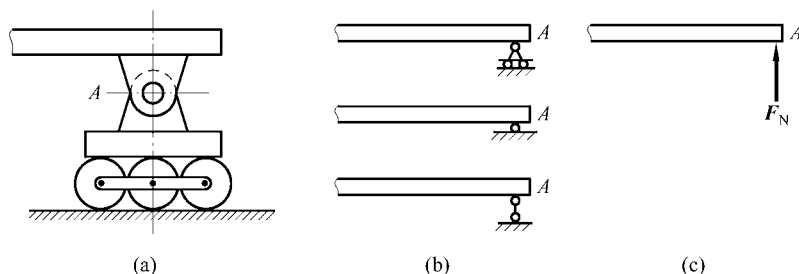


图 1-13

1.4 物体的受力和受力图

在工程实际中,为了求出未知的约束力,需要确定构件受了几个力,每个力的作用位置及其作用方向,这种分析过程称为物体的受力分析。

作用在物体上的力可分为两类。一类是主动力,如物体的重力、风力、气体压力等,一般是已知的;另一类是约束对于物体的约束力,为未知的被动力。

为了清晰地表示物体的受力情况,首先把需要研究的物体(称为受力体)从周围的物体(称为施力体)中分离出来,这个步骤叫作取研究对象或取分离体。然后把施力物体对研究对象的作用力(包括主动力和约束力)全部画出来。这种表示物体受力的简明图形称为受力图。画物体受力图是解决静力学问题的一个重要步骤。

例 1-2 如图 1-14(a)所示,梁 AB 的一端用铰链、另一端用柔索固定在墙上,在 D 处挂一重物,其重力为 P ,梁的自重不计。画出梁 AB 的受力图。

解 (1) 以梁 AB 为研究对象。首先画出主动力 P 。梁在 A 处受固定铰支对它的约束力作用,由于方向未知,可用两个大小未定的正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 表示;解除柔索的约束,代之以沿 BC 方向的拉力 F_T 。梁 AB 的受力图如图 1-14(b)所示。

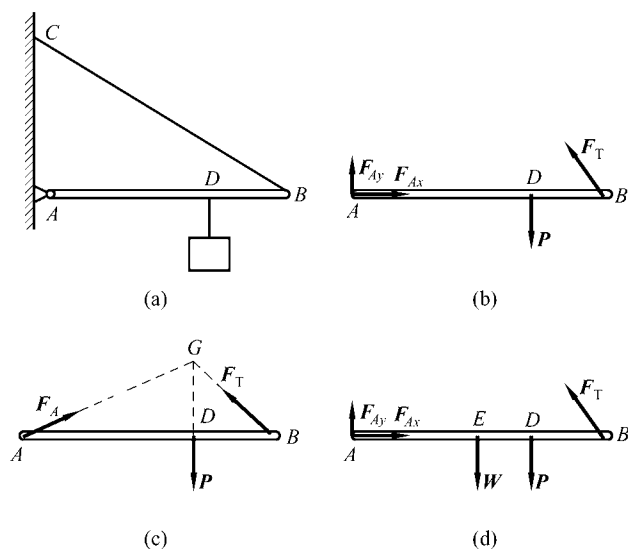


图 1-14

(2) 进一步分析可知,由于梁 AB 在 $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{F}_T$ 和 $\boldsymbol{F}_A$ 三个力作用下平衡,故可根据三力平衡汇交定理,确定铰链 A 处约束力 $\boldsymbol{F}_A$ 的方向。点 G 为 $\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{F}_T$ 作用线的交点,当梁 AB 平衡时,约束力 $\boldsymbol{F}_A$ 的作用线必通过点 G (图 1-14(c));至于 $\boldsymbol{F}_A$ 的指向,暂且假定如图所示,以后由平衡条件确定。

(3) 如果考虑梁的自重,则梁上有 4 个力作用,无法判断铰链 A 处的约束力方向,受力情况如图 1-14(d) 所示。因此,图 1-14(b) 是画受力图时通常采用的方式。

例 1-3 如图 1-15(a) 所示的三铰拱桥由左、右两拱铰接而成。设各拱自重不计,在拱 AC 上作用载荷 $\boldsymbol{F}$ 。试分别画出拱 AC 和 BC 的受力图。



1-9

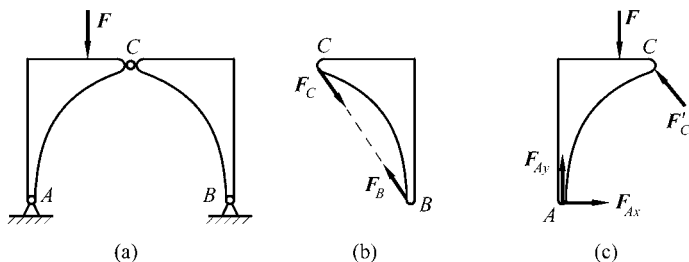


图 1-15

解 (1) 分析拱 BC 的受力。

由于拱 BC 自重不计,且只在 B, C 两处受到铰链约束,因此它只在 $\boldsymbol{F}_B$ 和 $\boldsymbol{F}_C$ 二力作用下平衡,根据二力平衡公理,这两个力必定沿同一直线,且等值、反向。由此可确定, $\boldsymbol{F}_B$ 和 $\boldsymbol{F}_C$ 的作用线应沿铰链中心 B 与 C 的连线。一般情况下, $\boldsymbol{F}_C$ 与 $\boldsymbol{F}_B$ 的指向不能预先判定,可先任意假设杆受拉力或压力。这两个力的方向如图 1-15(b) 所示。

只在两个力作用下平衡的构件称为**二力构件**,简称**二力杆**。它所受的两个力必定沿两力作用点的连线,且等值、反向。二力杆在工程实际中经常遇到,有时也把它作为一种约束。

(2) 以拱 AC 为研究对象进行分析。

由于自重不计,因此主动力只有载荷 $\boldsymbol{F}$ 。拱 AC 在铰链 C 处受拱 BC 对它的约束力 $\boldsymbol{F}'_C$,根据作用和反作用定律, $\boldsymbol{F}'_C = -\boldsymbol{F}_C$ 。拱在 A 处受固定铰支对它的约束力 $\boldsymbol{F}_A$ 作用,可用两个大小未知的正交分力 $\boldsymbol{F}_{Ax}$ 和 $\boldsymbol{F}_{Ay}$ 代替。拱 AC 的受力图如图 1-15(c) 所示。

请读者思考:若左右两拱都计及自重,各受力图有何不同?



1-10

例 1-4 如图 1-16(a) 所示,梯子的两部分 AB 和 AC 在点 A 铰接,又在 D, E 两点用水平绳连接。梯子放在光滑水平面上,若其自重不计,但在 AB 的中点 H 处作用一铅直载荷 $\boldsymbol{F}$ 。试分别画出绳子 DE 和梯子的 AB, AC 部分以及整个系统的受力图。

解 (1) 绳子 DE 的受力分析。

绳子两端 D, E 分别受到梯子对它的拉力 $\boldsymbol{F}_D, \boldsymbol{F}_E$ 的作用,如图 1-16(b) 所示。

(2) 梯子 AB 部分的受力分析。

此部分在 H 处受载荷 $\boldsymbol{F}$ 作用,在铰链 A 处受 AC 部分对它的约束力 $\boldsymbol{F}_{Ax}$ 和 $\boldsymbol{F}_{Ay}$ 作用,在点 D 受绳子对它的拉力 $\boldsymbol{F}'_D$ (与 $\boldsymbol{F}_D$ 互为作用力和反作用力),在点 B 受光滑地面对它的法向约束力 $\boldsymbol{F}_B$ 作用。

梯子 AB 部分的受力图如图 1-16(c) 所示。