

第一部分

热 学

一、分子动理论

1. 估算在室温下,真空度达到 1.3×10^{-6} Pa 时,容器内空气分子间的平均距离(取 1 位有效数字即可).

附: $R = 8.3 \text{ J} \cdot (\text{mol} \cdot \text{K})^{-1}$

$N_A = 6.0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

解析

由理想气体状态方程 $pV = \frac{n}{N_A} RT$ 可知,平均每个分子所占有的空间为 $\frac{V}{n} = \frac{RT}{pN_A}$. 式中 p 为压强, V 为气体体积, n 为总分子数, N_A 为阿伏加德罗常数, R 为摩尔气体常量, T 为热力学温度. 这样,可估算分子间平均距离约为

$$d = \sqrt[3]{\frac{V}{n}} = \sqrt[3]{\frac{RT}{pN_A}}$$

将 p 、 R 、 N_A 的值代入,取 $T = 300 \text{ K}$,可得

$$d \approx 1 \times 10^{-5} \text{ m}$$

2. 气体分子的直径约为 $2 \times 10^{-10} \text{ m}$,试估算标准状况下近邻气体分子间的平均距离 l 与分子直径 d 的比值(取 2 位有效数字即可).

附: $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

质子质量 $m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$

$R = 8.3 \text{ J} \cdot (\text{mol} \cdot \text{K})^{-1}$

$N_A = 6.0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

解析

标准状况下, 1 mol 气体体积 $V = 22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. 每个分子平均占有体积为 $\frac{V}{N_A}$, 所以邻近分子间平均距离为

$$l = \left(\frac{V}{N_A} \right)^{1/3}$$

用 d 表示气体分子的直径,则分子间的平均距离与分子直径之比为

$$\frac{l}{d} = \frac{\left(\frac{V}{N_A} \right)^{1/3}}{d} \approx 17$$

在本题中,题目所附的常数只有阿伏加德罗常数 N_A 是有用的,另外三个物理常数用不上.

3. 试就你所知,回答下列关于温度的问题.

- 1) 从宏观角度看,什么是温度? 从微观角度看,什么是温度?
- 2) 一个水银温度计,一个酒精温度计,两者都在冰点校准了 0°C , 在水的沸点校准了 100°C , 然后在 0°C 与 100°C 之间等分成 100 份. 现在分别用这两个温度计测量两个物体的温度,结果两个温度计都指示 30°C 处. 问这两个物体的温度是否相同? 为什么?
- 3) 玻璃熔点以上的高温和水银凝固点以下的低温怎样测量? 这样的高温和低温是否仍能用摄氏度表示? 为什么?
- 4) 太阳表面的温度大约是 6000 K , 这是怎样测量出来的?

解析

1) 从宏观角度看,温度是物体冷热程度的量度;从微观角度看,温度是物体分子热运动程度的度量,物体的热力学温度与其分子平均动能成正比.

2) 不一定一样. 用不同测温物质制成的温度计,尽管在水的冰点和水的沸点校准 0°C 和 100°C , 中间等分的刻度是 100 份,但由于不同测温物质的体积随温度变化的规律不完全相同,因此,它们所测出的物体温度并不一定相同.

3) 对玻璃熔点以上和水银凝固点以下的温度,可以用气体温度计,电阻温度计,热电偶温度计等测量.

对这样的高温和低温,仍可用摄氏度表示,因为现在摄氏温度 t 定义为

$$t/^\circ\text{C} = T/\text{K} - 273.15$$

T 是热力学温度.

4) 利用黑体热辐射中能量密度最大的波长与其热力学温度成反比的性质,把太阳近似地看做黑体,测出太阳光谱中能量密度最大处的波长,即可推算出其表面温度.

4. 一个密闭容器内盛有水(未滿),处于热平衡状态. 已知水在 14°C 时的饱和蒸汽压为 $1.60 \times 10^3\text{ Pa}$. 设水蒸气分子碰到水面时都变成水,气体分子的平均速率与气体的

热力学温度 T 的平方根成正比,试近似计算在 $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 和 $14\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时,单位时间内通过单位面积水面的蒸发变为水蒸气的分子数之比 n_{100}/n_{14} 等于多少?(取 1 位有效数字即可)

解析

因为处于热平衡状态,水面上的蒸汽是饱和汽,所以单位时间内由水变为水蒸气的分子数等于由水蒸气变为水的分子数. 设用 n 表示单位时间内碰到水面单位面积上的水蒸气分子数, n_0 表示单位体积内的水蒸气分子数, $\bar{v}$ 表示其平均速率,则有

$$n \propto n_0 \bar{v} \quad (1)$$

由于我们只要求取一位有效数字,所以水蒸气在平衡状态时各参量之间的关系可以近似地用理想气体状态方程来处理. 因此,在热力学温度为 T 和 T' 时,分别有 $n_0 = pN_A/(RT)$ 和 $n'_0 = p'N_A/(RT')$. 式中 N_A 为阿伏加德罗常数, R 为摩尔气体常量. 可见

$$n_0 \propto p/T \quad (2)$$

将(2)式和题中已知的 $\bar{v} \propto \sqrt{T}$ 代入(1)式中可得

$$n \propto p/\sqrt{T} \quad (3)$$

因而

$$\frac{n_{100}}{n_{14}} = \frac{p_{100}}{\sqrt{373}} \bigg/ \frac{p_{14}}{\sqrt{287}} \quad (4)$$

因为 $p_{100} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$, 且已知 $p_{14} = 1.60 \times 10^3 \text{ Pa}$, 代入(4)式可得

$$\frac{n_{100}}{n_{14}} = \frac{1.01 \times 10^5 \times \sqrt{287}}{1.6 \times 10^3 \times \sqrt{373}} \approx 55$$

此题属于分子热运动理论中的估算问题,可以考查学生根据有关原理进行估算的能力. 解此题时必须明确:

- 1) 水蒸气分子与水分子相互转化的关系;
- 2) 分子运动中单位时间内碰到单位面积上的分子数与 $n_0 \bar{v}$ 成正比;
- 3) 由饱和蒸汽压及温度可以估算 n_0 .

这些都是在学习时可以而且应该注意到的.

二、气体的性质

1. 两端封闭的均匀玻璃管内,有一段水银柱将管内气体分为两部分. 玻璃管与水平面成 α 角,如图 2-1 所示,将玻璃管整体浸入较热的水中,重新达到平衡. 试论证水银柱的位置是否变化. 如果变化,如何变?

解析

原来平衡温度为 T ,后来平衡温度为 T' . 暂假定水银柱不移动. 设两次平衡时下面气体的压强分别为 p_1 、 p'_1 ;上面气体相应的压强分别为 p_2 、 p'_2 . 按假定,上、下均为等容过程. 故有

$$\begin{aligned} T/T' &= p_1/p'_1, \quad T/T' = p_2/p'_2 \\ p'_1/p_1 &= p'_2/p_2 = (p'_1 - p'_2)/(p_1 - p_2) \\ &= (p'_1 - p'_2)/\Delta p \end{aligned}$$

Δp 为水银柱的压强. 因为 $T'/T > 1$, 故有 $p'_1 - p'_2 > \Delta p$.

由此可知,如设水银柱位置不变,则温度升高后,下面气体与上面气体的压强之差必然大于水银柱产生的压强. 故此水银柱位置不可能保持不变,它必然向上移动.

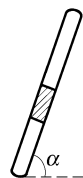


图 2-1

2. 如图 2-2 所示,一根两端封闭、粗细均匀的石英管,竖直放置,内有一段水银柱,将管隔成上下两部分. 下方为空气,上方为一种可分解的双原子分子气体(每个分子由两个原子组成). 此种双原子分子气体的性质为: 当 $T > T_0$ 时,其分子开始分解为单原子分子(仍为气体). 用 n_0 表示 T_0 时的双原子分子数, Δn 表示 $T_0 + \Delta T$ 时分解了的双原子分子数,其分解规律为当 ΔT 很小时,有如下的关系:

$$\Delta n/n_0 = \Delta T/T_0$$

已知初始温度为 T_0 , 此时,下方的气柱长度为 $2l_0$, 上方气柱长度为 l_0 , 水银柱产生的压强为下方气体压强的 α 倍 ($0 < \alpha < 1$), 试讨论



图 2-2

当温度由 T_0 开始缓慢上升时,水银柱将上升还是下降. 忽略石英管

和水银柱的体积随温度的变化.

[提示] 可用 xl_0 表示水银柱因温度升高而移动的距离, $x > 0$ 表示升高, $x < 0$ 表示下降.

解析

解法 I 在温度升高过程中, 上下端气体均应满足气态方程.

首先分析水银柱下端的气体. 当温度为 T_0 时, 其压强设为 p_0 , 气柱长度为 $2l_0$. 当温度上升到 $T_0 + \Delta T$ 时, 水银柱向上移动 xl_0 , 从而气柱长度变为 $(2+x)l_0$ (图 2-3), 设此时之压强为 p , 于是有物态方程:

$$\frac{p_0 \cdot 2l_0}{T_0} = \frac{p(2+x)l_0}{T_0 + \Delta T} \quad (1)$$

$$\text{或} \quad \left(1 + \frac{x}{2}\right) \frac{p}{p_0} = 1 + \frac{\Delta T}{T_0} \quad (2)$$

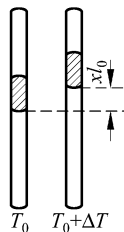


图 2-3

对于水银柱上方之气体, 若令水银柱之压强为 αp_0 , 则当温度为 T_0 时, 其气体压强为 $p_0 - \alpha p_0$, 气体柱长度为 l_0 , 分子数则为 n_0 , 当温度上升至 $T_0 + \Delta T$ 时, 压强为 $p - \alpha p_0$, 气体柱长度为 $(1-x)l_0$, 而气体分子数则因有 Δn 个双原子分子分解为 $2\Delta n$ 个单原子分子, 分子数变为

$$n_0 + \Delta n = n_0(1 + \Delta T/T_0)$$

$$\text{故有 } T_0 \text{ 时:} \quad (1 - \alpha)p_0 l_0 S = (n_0/N_A)RT_0 \quad (3)$$

($T_0 + \Delta T$) 时:

$$(p - \alpha p_0)(1 - x)l_0 S = n_0(1 + \Delta T/T_0)R(T_0 + \Delta T)/N_A \quad (4)$$

式中 S 为管之内横截面积, N_A 为阿伏加德罗常数. 由(3)、(4)式可得

$$\frac{1}{1 - \alpha} \left(\frac{p}{p_0} - \alpha \right) (1 - x) = \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 \quad (5)$$

由(2)、(5)两式消去 p/p_0 , 可得 x 所满足的二次方程

$$ax^2 + bx + c = 0$$

其中

$$\left. \begin{aligned} a &= \alpha/2 \\ b &= - \left[\left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right) + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 \right] \\ &= - \left[\left(\frac{3}{2} - \alpha \right) + (2 - \alpha) \frac{\Delta T}{T_0} + \frac{1}{2} (1 + \alpha) \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 \right] \\ c &= \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right) - \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 - \alpha + \alpha \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 \\ &= (2\alpha - 1) \frac{\Delta T}{T_0} - (1 - \alpha) \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

方程式的解为
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (7)$$

首先,应判别(7)式中“ $\pm$ ”号取法问题. 为此,令 $\Delta T \rightarrow 0$, 此时 $b \rightarrow -[(3/2) - \alpha]$, $c \rightarrow 0$. 则(7)式中 x 解为:

当(7)式中之“ $\pm$ ”号取正时,

$$x \xrightarrow{\Delta T \rightarrow 0} \frac{[(3/2) - \alpha] + [(3/2) - \alpha]}{2 \cdot (\alpha/2)} = (3/\alpha) - 2 > 1$$

当(7)式中之“ $\pm$ ”号取负时,

$$x \xrightarrow{\Delta T \rightarrow 0} \frac{[(3/2) - \alpha] - [(3/2) - \alpha]}{2 \cdot (\alpha/2)} = 0$$

显然,后者合理,前者不合理,故取 x 之解为

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (8)$$

据此可以分析,当 $\Delta T > 0$ 时,水银柱在什么条件下上升($x > 0$),什么条件下下降. 因 $0 < \alpha < 1$, 由(6)式可知

$$b < 0, \quad a > 0 \quad (9)$$

再由(8)式可知, x 之值取决于 c 之值. 当 $c > 0$ 时, $x > 0$. 而当 $c < 0$ 时, $x < 0$. 因 ΔT 很小,在 c 之表示式(6)中忽略 $(\Delta T/T_0)^2$ 项,有

$$c = (2\alpha - 1)\Delta T/T_0 \quad (10)$$

由此可见,当 $\alpha > 1/2$ 时, $c > 0$, $x > 0$, 水银柱上升;

当 $\alpha < 1/2$ 时, $c < 0$, $x < 0$, 水银柱下降;

当 $\alpha = 1/2$ 时, $c = -(1/2)(\Delta T/T_0)^2$, $c < 0$, $x < 0$, 水银柱下降.

解法 II 暂时假定水银柱不动,分析温度上升后,上、下气体压强差的变化.

当温度为 T_0 时,下部气体之压强为 p_0 . 温度上升至 $T_0 + \Delta T$ 时,其压强变为 p_1 , 因体积不变,故有

$$p_1 = p_0(T_0 + \Delta T)/T_0 = p_0 + p_0(\Delta T/T_0) \quad (1')$$

水银柱压强为 αp_0 , 故当 $T = T_0$ 时,上部气体之压强为 $(1 - \alpha)p_0$, 当温度升至 $T_0 + \Delta T$ 时,有 Δn 个双原子气体分子分解而成为 $2\Delta n$ 个单原子气体分子. 故气体分子数由 n_0 增至 $n_0 + \Delta n$ 个. 设此时压强为 p_2 , 则在温度上升前后气态方程为

$$(1 - \alpha)p_0 l_0 S = (n_0/N_A)RT_0 \quad (2')$$

$$p_2 l_0 S = (n_0 + \Delta n)R(T_0 + \Delta T)/N_A \quad (3')$$

其中 S 为管之内横截面积, N_A 为阿伏加德罗常数. 由(2')、(3')二式可得

$$p_2 = (1 - \alpha)p_0(1 + \Delta n/n_0)(1 + \Delta T/T_0) = (1 - \alpha)p_0(1 + \Delta T/T_0)^2 \quad (4')$$

比较升温之后下部气体和上部气体的压强之差

$$\Delta p = p_1 - p_2 - \alpha p_0 \quad (5')$$

若此差大于零,则水银柱上升;若小于零,水银柱应下降.代入(1')、(4')式的结果有

$$\Delta p = (2\alpha - 1)(\Delta T/T_0)p_0 - (1 - \alpha)p_0(\Delta T/T_0)^2 \quad (6')$$

因 ΔT 很小,故 $(\Delta T/T_0)$ 项起主导作用,而 $(\Delta T/T_0)^2$ 项的影响较之第一项要小得多.故此分析如下:

当 $\alpha > 1/2$ 时, $\Delta p > 0$, 水银柱上升;

当 $\alpha < 1/2$ 时, $\Delta p < 0$, 水银柱下降;

当 $\alpha = 1/2$ 时, $\Delta p < 0$, 水银柱下降。

3. 有一两端封闭的、横截面均匀的 U 形玻璃管,两臂管内分别贮有适量的氢气 1 与氦气 2,一段水银柱把两种气体隔开,如图 2-4 所示. 将此 U 形管两端朝上竖直立起时,两臂中气柱的长度分别为 $L_1 = 12 \text{ cm}$, $L_2 = 18 \text{ cm}$; 两端朝下竖直立起时,气柱的长度分别为 $L'_1 = 6 \text{ cm}$, $L'_2 = 24 \text{ cm}$. 问将此 U 形管平放在水平桌面上时,两臂中气柱的长度 L_{10} 与 L_{20} 各是多少? 设 U 形管两臂的长度相等,水银柱不断裂,没有发生气体从一臂通过水银逸入另一臂中的情况.

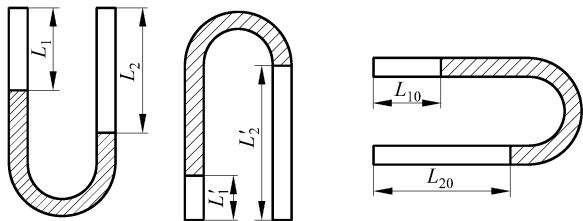


图 2-4

解析

两种气体均可视为理想气体,过程是等温的,对两种气体可分别使用玻意耳定律.

设在 U 形管两端朝上、朝下和平放三种情况下气体 1、2 的压强分别为 p_1 、 p_2 ; p'_1 、 p'_2 和 p_{10} 、 p_{20} . 令 U 形管横截面积为 S , 水银的密度为 ρ , 则有

$$p_2 - p_1 = (L_2 - L_1)\rho g \quad (1)$$

$$p'_2 - p'_1 = -(L'_2 - L'_1)\rho g \quad (2)$$

由玻意耳定律

$$p_1 L_1 S = p_{10} L_{10} S, \quad p_2 L_2 S = p_{20} L_{20} S \quad (3)$$

$$p'_1 L'_1 S = p_{10} L_{10} S, \quad p'_2 L'_2 S = p_{20} L_{20} S \quad (4)$$

由(1)、(3)式可得

$$p_2 - p_1 = \frac{p_{20} L_{20}}{L_2} - \frac{p_{10} L_{10}}{L_1} = (L_2 - L_1)\rho g \quad (5)$$

由(2)、(4)式可得

$$p'_2 - p'_1 = \frac{p_{20}L_{20}}{L'_2} - \frac{p_{10}L_{10}}{L'_1} = -(L'_2 - L'_1)\rho g \quad (6)$$

在 U 形管平放情况下

$$p_{10} = p_{20} \quad (7)$$

把(7)式代入(5)、(6)式,并代入 L_1 、 L_2 、 L'_1 、 L'_2 的数值,得

$$\frac{p_{10}L_{20}}{18} - \frac{p_{10}L_{10}}{12} = 6\rho g \quad (8)$$

$$\frac{p_{10}L_{20}}{24} - \frac{p_{10}L_{10}}{6} = -18\rho g \quad (9)$$

由(8)、(9)两式得到

$$2L_{10} = L_{20}$$

又因

$$L_{10} + L_{20} = L_1 + L_2 = 30 \text{ cm}$$

故可得

$$L_{10} = 10 \text{ cm}, \quad L_{20} = 20 \text{ cm}$$

4. 一容积为 $\frac{1}{4}$ L 的抽气筒,每分钟可完成 8 次抽气动作. 一容积为 1 L 的容器与此抽气筒相连通,求抽气筒工作多少时间才能使容器内气体的压强由 $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ (合 760 mm 水银柱高)降为 $2.53 \times 10^2 \text{ Pa}$ (合 1.9 mm 水银柱高). 设在抽气过程中容器内的温度保持不变.

解析

用 V_0 表示容器的容积, V 表示抽气筒的容积,则每抽一次之前,容器内气体的体积为 V_0 ; 抽气后,该气体的体积变为 $V_0 + V$. 因此,根据玻意耳定律可知,每抽一次,抽前与抽后容器内气体压强之比应为 $\frac{V_0 + V}{V_0}$. 若总共抽了 N 次,则最初压强 p_0 与最后压强 p 之比应为

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{V_0 + V}{V_0} \right)^N$$

或

$$N = \frac{\lg \frac{p_0}{p}}{\lg \frac{V_0 + V}{V_0}}$$

代入数值,经计算(取 $\lg 2 = 0.301$)可得

$$N = 27$$

所以工作时间为

$$t = \frac{27}{8/\text{min}} = 3.4 \text{ min}$$

5. 一个粗细均匀的 U 形的玻璃管在竖直平面内放置, 如图 2-5 所示. U 形管左端封闭, 右端通大气, 大气压为 p_0 . 管内装入水银, 两边水银面的高度差为 h . 左管内空气柱的长度为 L . 如果让该管在原来的竖直平面内自由下落, 求两边水银面的高度差.

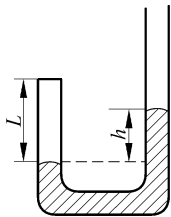


图 2-5

解析

设未下落时封闭管内空气压强为 p_1 , 则有

$$p_1 = p_0 + \rho gh \quad (1)$$

式中 ρ 为水银密度. 当管和其中水银都以重力加速度 g 自由下落时, 水银处于失重状态, 此时水银内任何处的压强都为 p_0 , 从而可知封闭管内空气压强也变为 p_0 . 若此时封闭管内空气柱长度为 L' , 则在温度不变时由玻意耳定律可知

$$L' p_0 = L p_1 \quad (2)$$

由(1)、(2)两式可得

$$L' = L(p_0 + \rho gh) / p_0$$

即封闭管内水银面下降了 $L' - L = \rho ghL / p_0$, 所以两管内液面差变为 $h' = h + 2(L' - L)$, 即

$$h' = h + 2\rho ghL / p_0$$

6. 一个密闭的圆柱形气缸竖直放在水平桌面上, 缸内有一与底面平行的可上下滑动的活塞将气缸隔为两部分. 活塞导热性能良好, 与气缸壁之间无摩擦、不漏气. 活塞上方盛有 1.5 mol 氢气, 下方盛有 1 mol 氧气, 如图 2-6 所示. 它们的温度始终相同. 已知在温度为 320 K 时, 氢气的体积是氧气的 4 倍. 试求在温度是多少时氢气的体积是氧气的 3 倍?

解析



图 2-6

设在温度 $T = 320 \text{ K}$ 时, 氢气和氧气的体积分别为 V_1 、 V_2 , 压强分别为 p_1 、 p_2 , 已知 $V_1 = 4V_2$.

将氢气和氧气都看做理想气体, 有

$$p_1 \cdot V_1 = 1.5RT \quad (1)$$

$$p_2 \cdot V_2 = RT \quad (2)$$

设在温度为 T' 时, 氢气的体积 V'_1 为氧气的体积 V'_2 的 3 倍, $V'_1 = 3V'_2$, 用 p'_1 、 p'_2 分别表示此时氢气和氧气的压强, 则有

$$p'_1 \cdot V'_1 = 1.5RT \quad (3)$$