

1.1 电路和电路模型

电路是电工设备构成的整体,它为电流的流通提供途径。电路的基本功能是传输、变换、存储电能或电的信号。有时也称电路为电网络。

在电工技术中有着数不胜数的电工器件、设备和由它们组成的系统,例如由发电机、变压器、输电线、各种用电负载组成的电力系统;各种通信系统;含有许多电子计算机的信息系统。这些器件、设备的作用、功能虽有许多不同,但它们作为电路都遵循同样的电路定律,可以置于共同的理论中进行研究。

电路的工作是以其中的电压、电流、电荷、磁链等物理量来描述的。在电路理论中,引入一些抽象化的理想元件构成实际电路的模型。这些理想电路元件能够反映实际电路中的电磁现象,表征其电磁性质:电阻元件表示消耗电能的作用;电感元件表示各种电感线圈产生磁场、储存磁能的作用;电容元件表示各种电容器产生电场、储存电能的作用;电源元件表示诸如发电机、电池等器件将其他形式的能量转换成电能的作用。将这些元件适当地联接起来,便可构成实际电路的模型。分析和设计电路,都使用这样的模型。

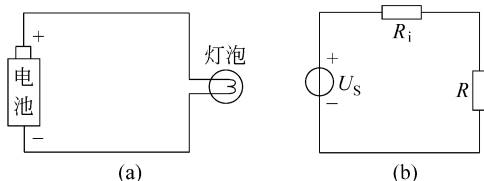


图 1-1-1 一个实际的电路和它的电路模型

(a) 实际电路; (b) 电路模型

例如如图 1-1-1(a) 的一个由蓄电池通过联接导线向一白炽灯供电的装置,是一个实际的电路,可以用图 1-1-1(b) 的电路作为它的电路模型。在这模型中蓄电池由一电压为 U_s 的电源和一个与它串联的电阻 R_1 表示,白炽灯由一个电阻 R 表示。又例如一个用导线绕制的线圈,在低频情况下可以用一个电感与一电阻

串联的电路作为它的电路模型。

电路理论中的一些理想元件,如上面所述的电阻、电感、电容等,都分别集总地表现实际电路中的电场或磁场的作用。每一种具有两个端钮的元件中有确定的电流,端钮间有确定的电压。这样的元件称为集总参数元件,由集总参数元件构成的电路称为集总参数电路。

对于实际的电路,由它的电路特性,构成它的电路模型,称为电路的建模。有的电路的建模较简单,例如上面所举的两个例子;有的器件或系统的建模则需要深入分析其中的物理现象才能作出它们的电路模型,例如对交流发电机、半导体晶体管,便需要分别运用有关的知识去建模,这是相应的专门课程的课题。

实际电路要能用集总参数电路去近似,需要满足以下的条件:实际电路的尺寸必须远小于电路工作频率下的电磁波的波长。

电路原理课程的主要内容是分析电路中的电磁现象和过程,研究电路定律、定理和电路的分析方法,这些知识是认识和分析实际电路的理论基础,更是分析和设计电路的重要工具。

1.2 电流、电压、电动势及其参考方向

在这一节里简要地复习电流、电压、电动势的概念,着重说明它们的参考方向。

电流

带电质点的运动形成电流。电流的大小用电流强度表示,它的定义是:在时刻 t , 穿过一个面 S 的电流强度 i 等于在从 t 到 $t + \Delta t$ 的时间内,从此面的一方穿到另一方的电荷量的代数和 Δq 与此时间间隔 Δt 之比,当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的极限,即

$$i(t) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (1-2-1)$$

所以某一时刻 t 穿过 S 面的电流强度的值,就等于在该时刻单位时间内穿过 S 面的电荷量的代数和。通常将电流强度简称为电流。

在电路中一导线或一元件中的电流有两个可能的流动方向。为了表明电流的方向,我们必须先从两个可能的方向中选取一个方向作为参考方向,例如图 1-2-1 中的由元件的一端 A 经元件至另一端 B 的方向,并约定:沿此方向的正电荷运动所形成的电流为正值,即 $i > 0$;逆着此方向的正电荷运动所形成的电流为负值。在电路图中用顺着参考方向的箭头表示参考方向。在图 1-2-1 中,实线箭头表示参考方向,当电流的实际方向(图中虚线箭头所示)与参考方向一致时(图 1-2-1(a)),此电流为正值;当电流的实际方向与参考方向相反时(图 1-2-1(b)),此电流为负值。可见,电流的参考方向并不一定是电流的实际方向。但当有了在所选定的参考方向下的电流的表达式,我们就可以确定每一时刻电流的实际方向。电流的参考方向也称为电流的正方向。

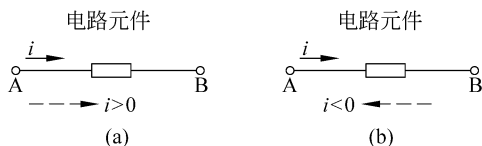


图 1-2-1 电流的参考方向说明图示

(a) i 为正; (b) i 为负

表示电流的参考方向还可以用双下标,例如表示图 1-2-1 中的由 A 流向 B 的电流使用 i_{AB} 。同一电流在不同的正方向选择下,所得电流的表达式符号相反,例如在图 1-2-1 中,便有

$$i_{AB} = -i_{BA}$$

在电工技术中普遍采用的国际单位制(SI)中,电荷的单位名称是库[仑],符号是 C;时间的单位名称是秒,符号是 s;电流的单位名称是安[培],符号是 A。每秒流过 1 库[仑]的电流即为 1 安。度量大的电流用千安(kA),度量小的电流用毫安(mA)或微安(μA)等单位。

电压

在物理学的电磁学中已经知道:电荷在电场中受到电场力的作用,当将电荷由电场中

的一点移至另一点时,电场对电荷做功。处在电场中的电荷具有电位(势)能。恒定电场中的每一点有一定的电位,由此引入重要的物理量电压与电位。

电场中某两点 A,B 间的电压(或称电压降) U_{AB} 等于将点电荷 q 由 A 点移至 B 点电场力所作的功 W_{AB} 与该电荷 q 的比值,即

$$U_{AB} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{W_{AB}}{q}$$

在电场中可取一点,称为参考点,记为 P,设此点的电位为零。电场中的一点 A 至 P 点的电压 U_{AP} 规定为 A 点的电位,记为 φ_A ,即

$$\varphi_A = U_{AP}$$

在电路问题中,可以任选电路中的一点作为参考点,例如取“地”作为参考点。两点间的电压不随参考点的不同选择而改变。用电位表示 A,B 两点间的电压,就有

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$$

显然有

$$U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A = -U_{AB}$$

即两点间沿两个相反方向(从 A 至 B 与从 B 至 A)所得的电压符号相反。

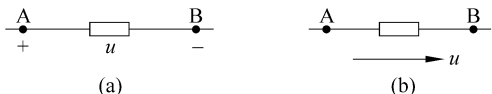


图 1-2-2 表示电压的参考方向用图

描述一电压必须先取定一参考方向。在电路图中用以下方式表示 A,B 两点间电压的参考方向:在 A 点标以“+”号,在 B 点标以“-”号,如图 1-2-2(a);或者用从 A 指向 B 的箭头,如图 1-2-2(b)。电压的参考方向的选取

是任意的。在图 1-2-2 中,若 A 点的电位高于 B 点的电位,即 $\varphi_A > \varphi_B$,则沿此参考方向的电压为正值,即电压的实际方向与此参考方向相同;反之,若 A 点的电位低于 B 点的电位,即 $\varphi_A < \varphi_B$,则沿此参考方向的电压为负值,即电压的实际方向与此参考方向相反。所以每当提到一电压时,必须先指明它的参考方向,否则就无从判断两点间电压的真实方向。

在国际单位制中,能量的单位名称是焦[耳],符号是 J;电压的单位名称是伏[特],符号是 V。将 1 库(C)的电荷由一点移至另一点,电场力所作的功等于 1 焦(J),此两点间的电压便等于 1 伏(V)。度量大的电压有时用千伏(kV, 10^3 V),度量小的电压有时用毫伏(mV, 10^{-3} V)、微伏(μ V, 10^{-6} V)等单位。

电动势

电路中一般都接有电源以维持电流的流动。从能量角度看,电源具有能将电荷从低电位处经电源内部转移到高电位处的能力,从而对电荷做功。图 1-2-3 是电源的示意图,图中电源的两极 A,B 间有“非静电力”的作用,使得电源具有移动电荷并对之作功的能力。用电动势表征电源的这种能力。设在 dt 的时间内,一电源使正电荷 dq 从负极经电源内部移至正极所作的功为 dA ,电源的电动势可用下式定义:

$$e = \frac{dA}{dq} \quad (1-2-2)$$

亦即电源的电动势的数值等于将单位正电荷从负极经电源内部移到正极电源所作的功。电动势的单位与电压相同。电动势的参考方向规定为由负极经电源内部到正极的指向。



图 1-2-3 电源的示意图

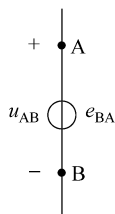


图 1-2-4 理想电压源符号

在电路图中常用图 1-2-4 的符号表示理想电压电源，由标有“+”号的一端(图 1-2-4 中的 A 点)到标有“-”号的一端(图 1-2-4 中的 B 点)的指向为电源电压的参考方向，这电压就等于由 B 点指向 A 点的电动势，用双下标表示就有

$$e_{BA} = u_{AB} \quad (1-2-3)$$

亦即由 B 点至 A 点的电动势等于由 A 至 B 的电压降。对于其电动势随时间变化的电源，我们总是按照取定的参考方向，写出以时间函数表示的电动势的表达式 $e(t)$ ，根据各时刻 $e(t)$ 的数值就可以判定该时刻电动势的实际方向和大小。

1.3 电路元件的功率

电路元件在电路中是要消耗或吸收能量的，这些能量也可视为电场力对该元件所作的功。电路元件的功率定义为单位时间内电场力对该元件所作的功。用 $p(t)$ 表示电路元件所吸收(或发出)的瞬时功率，根据定义可得

$$p(t) = \frac{d\omega}{dt} \quad (1-3-1)$$

根据电流和电压的定义，式(1-3-1)可进一步表示为

$$p(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = u(t)i(t) \quad (1-3-2)$$

上式表明：一元件吸收的瞬时功率等于该元件两端电压瞬时值 $u(t)$ 与流过此元件电流瞬时值 $i(t)$ 的乘积。

对一个二端电路元件，当所取电压的参考方向是由标有“+”号的一端指向标有“-”号的一端，电流的参考方向是由“+”端流入，由“-”端流出(图 1-3-1(a))，就称电压 u 、电流 i 的参考方向

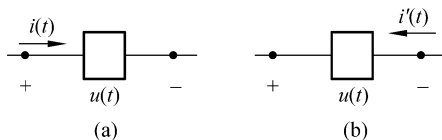


图 1-3-1 说明电路元件的功率的图示
(a) u, i 参考方向一致；(b) u, i 参考方向相反

是一致的,亦称它们的参考方向为关联参考方向。此时,若 $u(t)$ 和 $i(t)$ 同号,则 $p(t) > 0$,就表示此时该元件确实吸收功率;若 $u(t)$ 和 $i(t)$ 异号,则 $p(t) < 0$,就表示此时该元件吸收的功率为负值,实际上是在输出功率。式(1-3-2)适用于任何二端元件。

如果对一个二端元件,所取电压、电流参考方向相反,如图 1-3-1(b)所示,此时亦称电压 u 、电流 i' 的参考方向为非关联参考方向。则此二端元件所发出的功率等于 $u(t)$ 与 $i'(t)$ 的乘积,即

$$p(t) = u(t)i'(t) \quad (1-3-3)$$

当 $u(t), i'(t)$ 同号时,此功率为正;当 $u(t), i'(t)$ 异号时,此功率为负。

在国际单位制中,功(或能)的单位名称是焦[耳],符号是 J;功率的单位名称是瓦[特],符号是 W。

1.4 电阻元件

在电工中有着许多具有下述特性的一类二端器件,它们的端电压可表示为其中的电流的函数,或者器件中的电流可表示为其端电压的函数,亦即其端电压 u 与其中的电流 i 的关

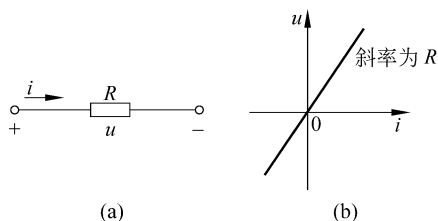


图 1-4-1 线性电阻的符号和它的伏安特性
(a) 符号; (b) 伏安特性

系可以用其伏安特性表示。这类器件都可以用电阻作为其电路模型,金属丝灯泡、电阻加热炉、实验室中用的各种电阻器都是这类器件的典型例子。

凡是其端电压与其中的电流成正比的电阻元件称为线性电阻。线性电阻的符号如图 1-4-1(a)所示。一线性电阻的伏安特性是穿过原点的一直线,此直线的斜率即为它的电阻值,如图 1-4-1(b)所示。

线性电阻的电压与电流的关系式就是欧姆定律

$$u = Ri \quad (1-4-1)$$

其中 R 就是电阻。式(1-4-1)又可写作

$$i = Gu \quad (1-4-2)$$

G 就是电导。线性电阻 R 与电导 G 有着互为倒数的关系,即

$$G = \frac{1}{R} \quad \text{或} \quad R = \frac{1}{G}$$

在国际单位制中,电阻的单位名称是欧[姆],符号是 Ω ;电导的单位名称是西[门子],符号是 S。以后用到电阻这一名词,有时是指电阻元件,有时是指电阻元件的参数 R 。

一个用电阻率为 ρ 的材料制成的长为 l 、具有均匀截面 S 的导线的电阻数值为

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

计算形状不规则的导体的电阻需要用电场的理论。有多种仪器可用以量测电阻器实物的电阻值。

在式(1-4-1)和式(1-4-2)中,假定了电阻上的电压与电流的参考方向一致,即电流从标有“+”号的端点流入,从标有“-”号的端点流出。如果取电阻中电流的参考方向与电压的参考方向相反,例如像图 1-4-2 中那样,电流从标有“-”号的端点流入,从标有“+”号的端点流出,电压 u 与电流 i' 的关系便是

$$u = -Ri' \quad (1-4-3)$$

或

$$i' = -Gu \quad (1-4-4)$$

以后在列写电路方程时,常会遇到这样的情形。

电阻是消耗电能的元件,这里称“消耗电能”是习惯上的说法,实际上是电阻将电能转换成热能。电阻 R (电导 G)所吸收的电功率是

$$p = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R} = Gu^2 = \frac{i^2}{G} \quad (1-4-5)$$

由上式可见:在一定的电压下, R 愈小(或 G 愈大),电阻所吸收的功率愈大;在一定的电流下, R 愈大(或 G 愈小),电阻所得的功率愈大。

凡是其电压、电流关系不符合欧姆定律的电阻就称为非线性电阻。

1.5 电源元件

一般的电路中都有电源,电源可以在电路中引起电流,为电路提供电能。实际的电源有许多种,如蓄电池、发电机、光电池都是实际电源。在电路理论中,根据电源元件的不同特性可以作出电源的两种电路模型:一种模型是理想电压源;另一种模型是理想电流源。

电压电源

理想电压电源是具有下述特性的二端元件,即它的两端间有电压 u_s ,此电压的量值与电源中的电流无关。

例如一蓄电池或直流发电机,如果可以忽略其端电压随其中电流的变化,就可以用一理想电压电源作为它的电路模型。理想电压电源的电路符号如图 1-5-1 所示。在图中由标有“+”号的端点至标有“-”号的端点的方向是电压 u_s 的参考方向,即沿此方向的电压降是 u_s ,或者说由“-”端至“+”端的电位升(电动势)是 u_s 。理想的恒定电压源的特性可以用图 1-5-2 中的伏安特性来表示,它是一条与 i 轴平行的直线,不论 i 为何值,端电压都为一定值 U_s ,这就表示端电压与 i 无关。一般的理想电压源的电压是时间的函数 $u_s(t)$,在某一瞬间 t_0 ,电源的端电压即为 $u_s(t_0)$,也可以作出在该瞬间理想电压源的伏安特性,这与图 1-5-2 的特性相似。

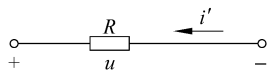


图 1-4-2 电阻上电压与电流参考方向相反的情形

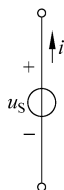


图 1-5-1 理想的电压电源的电路符号

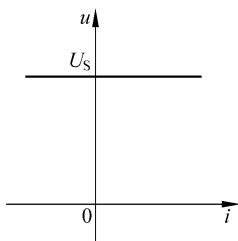


图 1-5-2 理想的恒定电压电源的伏安特性

电流电源

理想的电流电源是具有以下特性的二端元件,即它输出的电流为 i_S ,此电流的量值与此电源的端电压 u 无关。

理想电流电源的电路符号如图 1-5-3 所示,其中的箭头表示电流 i_S 的参考方向。理想的恒定电流源的特性可以用图 1-5-4 中的伏安特性表示,它是一条与 u 轴平行的直线,不论电流源两端的电压如何,电流源中总是保持有恒定的电流,即其中的电流与其端电压无关。时变电流电源中的电流是时间的函数。在实际元件中,确实有这样的元件,它的特性很接近于理想电流电源的特性,例如光电池。

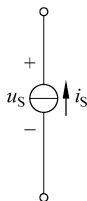


图 1-5-3 理想的电流电源的电路符号

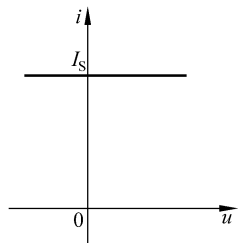


图 1-5-4 理想的恒定电流电源的伏安特性

在电路中不应当出现电压电源($u_S \neq 0$)被短路的情形,因为这种情形与建立理想电压源模型所作的假设相矛盾:电压电源两端的电压不为零,而短接其两端又要求其间的电压为零。实际的电源(例如一蓄电池)可能被短接(例如在错误的联接情形下),这时便需要考虑实际电路中存在的即使是很小的电阻,而电源中将出现较大的电流,这样也就不会有任何矛盾了。与上述情形类似,在电路中也不应当出现电流电源($i_S \neq 0$)被开路的情形,因为这一情形也与建立电流电源所作的假设相矛盾。

一个理想电压电源有一定的电压,其中的电流大小则有赖于该电压源两端所联接的电路;一个理想电流电源中有一定的电流,其两端的电压则有赖于该电流源两端所联接的电路。

电源的功率

在电路分析中常需计算电源发出的功率。作为有源元件的电源,不论是电压源还是电流源,它所发出的功率,总是等于电源电压 u 和参考方向与 u 的参考方向相反的电流 i 的乘积。如果用电源的电动势 e 表示电源发出的功率,假设电源电压、电流的参考方向如图 1-5-5 所示,则由“—”端至“+”端的电动势等于电压 u ,所以电源发出的功率可表示为

$$p = ui = ei \quad (1-5-1)$$

一般情形下, u, i 随时间变化,某时刻的 u, i 乘积即为电源在该时刻发出的功率。当 p 值为正时,就表明电源在发出功率(如蓄电池放电);当 p 值为负时,就表明电源实际上是在吸收功率(如蓄电池充电)。

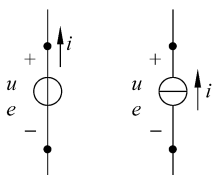


图 1-5-5 计算电源发出的功率图示

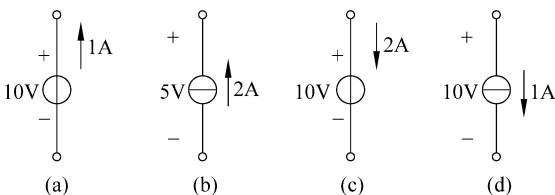


图 1-5-6 例 1-1 附图

【例 1-1】 根据图 1-5-6 所给的条件计算各电源发出的功率。

解

图 1-5-6(a)中电压、电流有非关联参考方向,电压源发出的功率为 $P=10 \times 1=10\text{W}$ 。

图 1-5-6(b)中电压、电流有非关联参考方向,电压源发出的功率为 $P=5 \times 2=10\text{W}$ 。

图 1-5-6(c)中电压、电流有关联参考方向,电压源吸收的功率为 $P=10 \times 2=20\text{W}$,它所发出的功率即为 -20W 。

图 1-5-6(d)中电压、电流有关联参考方向,电压源吸收的功率为 $P=10 \times 1=10\text{W}$,它所发出的功率为 -10W 。

1.6 基尔霍夫定律

在前面几节里研究了几种基本的电路元件的电压与电流的关系,这都是元件约束。若干电路元件联接成一电路后,各元件的电压、电流还要受到由电路结构决定的约束关系。这就是本节要说明的由基尔霍夫定律提出的约束条件。

在叙述基尔霍夫定律之前,先介绍几个表述电路结构用的名词。

支路 由一个或一个以上的元件串接成的分支称为一个支路,例如图 1-6-1 所示的电路中含有三个支路: R_1 和电压源 U_1 串接成一个支路; R_2 和电压源 U_2 串接成另一支路; R_3 单独成为一个支路。

节点 三个或三个以上的支路的联接点称为节点。图 1-6-1 中的电路含有两个节点, 即图中的 A、B 两点。

回路 由电路中的支路组成的闭合路径称为回路。例如图 1-6-1 中的电路有三个回路, 其中三个支路中的任意两支都构成一个回路。

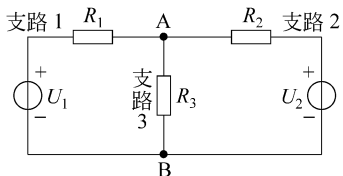


图 1-6-1 一个含三个支路的电路

以上关于支路、节点的定义只是一种约定, 还可以有其他的约定。例如可将每一个二端元件规定为一个支路; 将两个和两个以上的支路的联接点规定为一个节点。对于同一电路, 采用这样的规定, 得出的支路数、节点数一般都比按前述规定得出的要多。例如对图 1-6-1 的电路, 用前一规定得出的支路数为 3,

节点数为 2; 而按后一规定得出的支路数为 5, 节点数为 4。

现在给出基尔霍夫定律的陈述。基尔霍夫定律有基尔霍夫电流定律(KCL)^①和基尔霍夫电压定律(KVL)^②, 它们是集总参数电路的基本定律。

基尔霍夫电流定律(KCL) 在任何集总电路中, 在任一时刻, 流出(或流入)任一节点的各支路电流的代数和为零。

对任一节点, KCL 可以用下式表述:

$$\sum i(t) = 0 \quad (1-6-1)$$

其中的求和是对接到所考虑的节点的所有支路进行的。在此式中, 如果某支路电流的参考方向背离所考虑的节点, 此支路电流前应标有“+”号; 如果某支路电流的参考方向指向所考虑的节点, 此电流之前应有“-”号, 因为此时经该支路流出这一节点的电流应与流入的电流反号。

对图 1-6-2 中的节点, 可写出它的 KCL 方程如下:

$$i_1 - i_2 + i_3 + i_4 - i_5 = 0$$

基尔霍夫电流定律的成立, 是基于电磁学中的电荷守恒原理, 根据这一原理得出电流连续性定理: 穿出任一闭合面的电流的代数和为零。电路中的电流自然也遵从这一普遍规律。KCL 就是电流连续性定理在电路中的表述。

在列写电路的 KCL 方程时, 常采取这样的列写方式: 将接到所考虑的节点的电流源支路流入的各电流项放在方程的右端; 将接至该节点的其余各支路流出的电流项放在方程的左端。这样列写的 KCL 方程便有以下形式:

$$\sum i(t) = \sum i_s(t) \quad (1-6-2)$$

上式中右端的求和是对接到所考虑的节点的电流源支路; 左端的求和是对接至该节点的其余支路。例如对于图 1-6-3 中的节点, 便可以列出这一形式的方程为

①, ② KCL 和 KVL 分别是 Kirchhoff's Current Law 和 Kirchhoff's Voltage Law 的缩写。

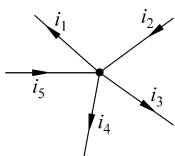


图 1-6-2 KCL 方程示例用图

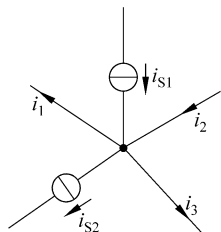


图 1-6-3 列写 KCL 方程的例图

$$i_1 - i_2 + i_3 = i_{S1} - i_{S2}$$

按照这样的方式列写一节点的 KCL 方程,右端的各电流源电流,凡其参考方向是指向该节点的,均应有“+”号,背离该节点的,均应有“-”号;左端的各电流中凡其参考方向背离该节点的,均应有“+”号,指向该节点的,均应有“-”号。

根据电流连续性定理,将前述 KCL 中的“节点”一词,换成“闭合面”,所得结论亦成立,即流出任一闭合面的所有电流的代数和为零。例如对于图 1-6-4 的电路,便可立即得到

$$-i_1 + i_2 - i_3 + i_4 = 0$$

【例 1-2】 根据图 1-6-5 所示电路中给定的条件,尽可能多地确定各支路电流。

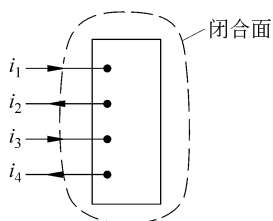
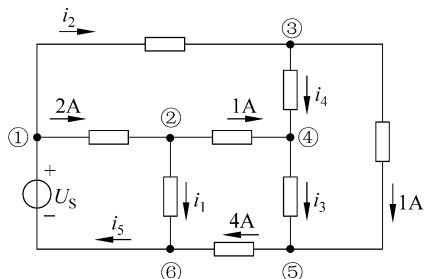
图 1-6-4 对闭合面的电流列写
KCL 方程示例

图 1-6-5 例 1-2 附图

解 根据 KCL,在节点②有

$$1 + i_1 = 2$$

所以

$$i_1 = 1\text{A}$$

在节点⑥有

$$i_5 = i_1 + 4 = 1 + 4 = 5\text{A}$$

在节点①有

$$2 + i_2 = i_5$$

所以

$$i_2 = i_5 - 2 = 5 - 2 = 3\text{A}$$