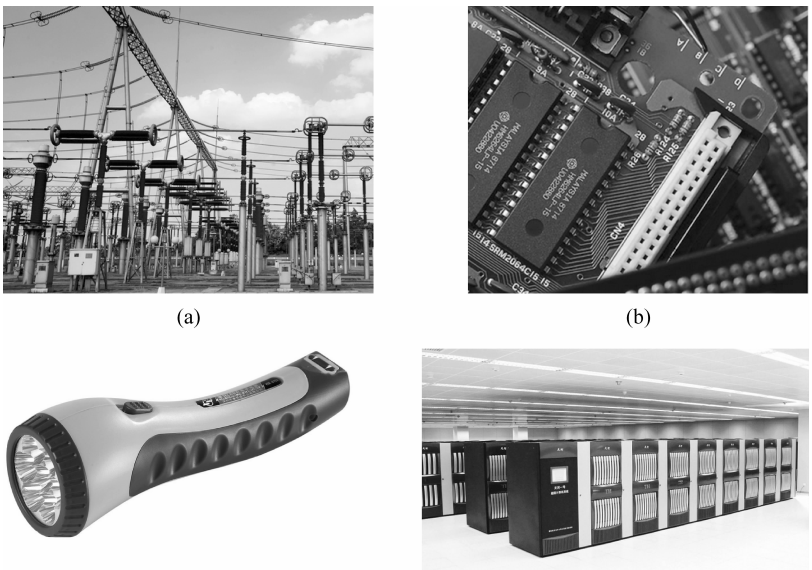
第1章

电路元件与电路定律

在实际生活中，我们会遇到各种各样的电路，如发电机、变压器、输电线和用户构成的电网来进行能量传输、分配和使用电能的电力电路，也会遇到如收音机、计算机、手机等进行信号的处理、传输、储存和运算的信息电路等，如图 1-1 所示。电路，是人们为了满足某种需要而把不同电路元件（电阻、电感及电容等）或电路器件（二极管、三极管及集成电路等）按一定方式组合而形成的一个电流通路，有时也称之为网络。



(a) (b) (c) (d)

图 1-1　各种各样的实际电路

（a）电力网；（b）集成电路；（c）手电筒；（d）超级计算机

无论是复杂的电路还是简单的电路，其组成一般分为三部分：电源、负载及中间环节。电源一般为电池、发电机或电信号发生器等。电源的作用是向负载提供电能或信号，电源有时也被称为激励。各种耗能及储能器件统称为负载，如空调、灯泡、电动机、计算机、电容和电感等。负载的作用是将电能或电信号转换为其他形式的能量或信号。中间环节主要为连接导线和开关，进行电能传输、分配或电信号的处理。对于具体的实际电路，为能够对其进行快速计算、分析或设计，允许有一些近似，抓住主要因素，忽略某些次要因素，把实际电路

抽象为电路模型。电路模型不是实际的电路，是由复杂实际的电路等效而来，其由理想电路元件构成，反映实际电路的电磁性质。本书所讨论的电路均为电路模型，其所对应的实际电路本身尺寸要远小于其处理信号所对应的波长，这样的电路也称为集中参数电路，本书中如没有特别强调，则其探讨的电路均为集中参数电路。

1.1 电压和电流的参考方向

在电路分析中，有一些常用物理量，这些物理量包括电压、电流和功率。电压和电流一般用数字万用表测得，功率一般由功率表测得。图 1-2 所示为常用的测量仪表。

(a) (b)

图 1-2 常用测量仪表

(a) 高精度数字万用表；(b) 普通数字万用表

1.1.1 电压

在某一电场中，把单位正电荷从电路中 A 点移到电路中 B 点，电场力做功的大小称为这两点之间的电压，用 u_{AB} 或 U_{AB} 来表示。假设有单位正电荷 $\mathrm{d}q$，在电场力作用下由 A 点移动到 B 点，若电场力做的功为 $\mathrm{d}w_{AB}$，则 A 点到 B 点之间的电压 u_{AB} 为

$$u_{AB}=\frac{\mathrm{d}w_{AB}}{\mathrm{d}q} \tag{1-1}$$

其中，u_{AB} 是电压，单位是伏[特]，符号为 V。工程上也会用到千伏(kV)、兆伏(MV)等单位，多采用工程计数法计数。w 是电能，单位为焦[耳](J)；q 是电荷[量]，单位是库[仑](C)。随时间变化的电压(交流电压)一般用小写字母 u 表示，有时也用字母 v 表示；不随时间变化的电压(直流电压)一般用大写字母 U 或 V 表示。

在电路计算中，将涉及电路中各部分电压的方向。习惯规定，两点间的电压的实际方向为从高电位点指向低电位点。在分析简单电路时，很容易确定电压的实际方向并加以标注，但在复杂电路中，各部分电路的实际电压方向是很难确定的，因此不可能预先标注电路的实际电压方向。考虑到实际电路中两点间的电压方向只有两种可能，因此可以先人为地假定一个电压的正方向，这个假定的正方向称为电压的参考方向，其表示如图 1-3 所示。

图 1-3 电压的参考方向

参考方向不一定是电压的真实方向，参考方向的选取是任意的。参考方向确定后，如果电压真实方向和参考方向一致，电压值为正，否则为负。如在图 1-3 中，如果 $u>0$，则表明电压的实际方向和参考方向相同；反之，则相反。这里要注意，在电路图中未标明参考方向的情况下，计算电压的正负是没有任何意义的。

1.1.2　电流

在电场作用下，电荷会产生移动，大量电荷的有规则运动则形成电流。在图 1-4 中，在单位时间 $\mathrm{d}t$ 内，流过导体横截面的电荷量为 $\mathrm{d}q$，则流过该导体的电流为

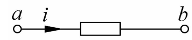


图 1-4　电流的参考方向

$$i=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \tag{1-2}$$

其中，i 表示电流，单位是安[培](A)，工程上也会用到千安(kA)、兆安(MA)等单位，多采用工程计数法计数；q 表示电荷[量]，单位为库[仑](C)；t 表示时间，单位为秒(s)。

同电压一样，在电路计算中，将涉及电路中各部分电流的方向。习惯规定，电流的实际方向为正电荷运动的方向。在分析简单电路时，很容易确定电路电流的实际方向并加以标注；但在复杂电路中，各部分电路的实际电流方向难以确定，因此不可能预先标注电路的实际电流方向。考虑到实际电路中，电路的电流方向只有两种可能，因此可以先人为地假定一个电流的正方向，这个假定的方向就称为电流的参考正方向，其表示如图 1-4 所示。如果 $i>0$，则表明电流的实际方向与参考方向相同；反之，则相反。这里要注意，在电路图中未标明电流参考方向的情况下，计算电流的正负是没有任何意义的。

1.1.3　关联参考方向

对于任意一个二端电路，其电压与电流的参考方向共有两种可能，如图 1-5 所示。

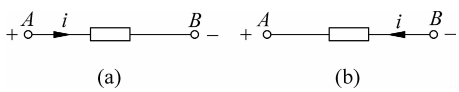


图 1-5　电压和电流的参考方向

(a) 关联参考方向；(b) 非关联参考方向

当电流参考方向从电压的“＋”端指向“－”端时，就称其为关联参考方向，否则称其为非关联参考方向。

1.2　电路元件的功率

我们身边遇到和使用的各种各样的电器设备，除标称电压、电流两个基本物理量外，一般都还标有功率。因此，在电路分析中，功率是一个非常重要的物理量。我们在购买灯泡、空调等家电设备时知道，功率越大，其发光强度和制冷或制热效果就越好，同样时间内消耗的电能也就越大。功率是表示消耗电能快慢的物理量，各种电器设备的额定功率是指电器长期正常工作时的最大功率，也是电器在额定电压或额定电流下工作时的电

功率。电器的实际功率是指电器在实际工作时消耗的电功率。为保证电器设备的正常工作,要求实际功率不能大于其额定功率;否则,会导致电器设备不能正常工作,严重时可能损坏设备。

根据电压和电流的定义,可以得出

$$\mathrm{d}q = i\mathrm{d}t \quad 及 \quad \mathrm{d}w = u\mathrm{d}q$$

由此可得

$$\mathrm{d}w = ui\,\mathrm{d}t$$

这就是单位时间内任意一个二端电路所吸收的电能,功率的定义为

$$p = ui \tag{1-3}$$

其中,p 表示功率,单位是瓦[特](W)。工程上也会用到千瓦(kW)、兆瓦(MW)等单位。

在推导式(1-3)时,正电荷是沿电压正方向流动,即电流是从电压的“+”端流向“−”端,为关联参考方向。此时的功率的计算结果若为正值,则表明该电路实际吸收功率;如果计算结果为负,则表明该电路实际发出功率。

当电压和电流的参考方向是非关联时,如图 1-5(b)所示,则其功率表达式为

$$p = -ui \tag{1-4}$$

此时,其所表示的物理意义和式(1-3)完全一致。

1.3 电阻元件

我们把相同的电源分别接到不同功率的灯泡上,发现灯丝亮度是不同的。这里的灯丝就是电阻。不同功率的灯泡,其灯丝的电阻是不同的,这导致其流过不一样的电流,产生的亮度也不同。各种金属导体中,银的导电性能是最好的,但还是有电阻存在。20 世纪初,科学家发现,某些物质在很低的温度时,如铝在 1.39K(−271.76℃)以下,铅在 7.20K(−265.95℃)以下,电阻就变成了零。这就是超导现象。如果把超导现象应用于实际,会给人类带来很大的好处。如在电厂发电、运输电力、储存电力等方面若能采用超导材料,就可以大大降低由于线路电阻引起的大量电能消耗。如果用超导材料制造电子元件,由于没有电阻,就不必考虑散热的问题,使元件尺寸可以大大缩小,进一步实现电子设备的微型化。但很多情况下,电阻必须存在。如进行电压、电流的转换,分压和限流,产生能量的消耗等应用场合。能量的消耗在很多场合是非常有益的,例如加热器、电炉等就是利用电阻器流过电流会发热的性质制作而成的。

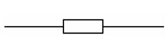


图 1-6 电阻元件的图形符号

电阻元件的图形符号如图 1-6 所示,电阻由两根引线端引出,因此也可以看做一个二端元件。

电阻元件种类很多,根据其两端的电压电流关系,可以分为线性和非线性元件,也可以根据其阻值特性是否随时间变化分为时变和时不变元件,本书中所讨论的电阻元件如没有特别指出,均指线性时不变元件。按照这个分类方法,电阻的分类也可以分为线性时不变电阻和线性时变电阻。此外也可以根据其阻值

是否固定分为定值电阻和可调电阻，如碳膜电阻、线绕电阻、贴片电阻等是具有固定阻值大小的电阻，滑行变阻器、电位器等为阻值大小可调的电阻器。

要对电阻所组成的电路进行分析，必须假定电阻上电压和电流的参考正方向，这里有两种可能性，如图 1-7 所示。如果选择图 1-7(a)所示假定，则电阻上电压和电流的关系称为关联参考方向，此时有

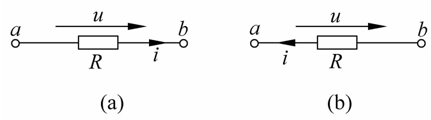


图 1-7　电阻元件端电压和电流参考方向的选择

$$u = iR \tag{1-5}$$

如果选择图 1-7(b)所示假定，则电阻上电压和电流的关系为非关联参考方向，此时有

$$u = -iR \tag{1-6}$$

式(1-5)、式(1-6)就是著名的欧姆定律，欧姆定律描述了电阻的电压和电流之间的代数关系，其中 u 为电阻两端的电压(V)，i 为流过电阻的电流(A)，R 的单位为欧[姆](Ω)。

电阻的倒数称为电导，用符号 G 来表示，单位为西[门子](S)。电阻和电导是反映电阻元件特性而互为倒数的两个参数，同电阻的定义相对应，电导描述的是一个电阻元件导电能力的强弱。显然，G 越大，导电能力越强，G 越小，导电能力越弱，这与电阻的特性是一致的。

在电路分析中，很多时候也关心电阻所消耗的功率，在图 1-7(a)所示关联参考方向下，电阻器上的功率计算公式为

$$p = ui \tag{1-7}$$

如果参考方向选择图 1-7(b)所示的非关联参考方向，则电阻器上的功率计算公式为

$$p = -ui \tag{1-8}$$

分别将式(1-5)代入式(1-7)，式(1-6)代入式(1-8)都得到

$$p = i^2 R = \frac{u^2}{R} \tag{1-9}$$

由式(1-9)可知，无论电阻两端的电压和电流的参考方向如何选取，电阻上消耗的功率始终大于零，即电阻总是消耗功率的，这类器件也称为无源器件；反之，能够对外提供功率的器件称为有源器件。

1.4　电容元件

带电物体放在空气中，它所带的电荷会慢慢地失去，为了保存电荷，我们就需要有一个能“装电荷的容器”——电容器。简单地理解，电容器就是一种储存电荷的容器，最基本的电容器就是由两个平行的金属板中间夹有绝缘物质构成的。电容器应用的范围非常广泛，小到收音机，大到电力系统，已经发展成为电的世界中一个不可缺少的关键元件之一。本书提到的电容器为线性时不变电容，是一种理想化的元件模型，用来模拟实际电容器或其他实际器件的电容特性。电容器的图形符号如图 1-8 所示。

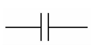


图 1-8　电容器的图形符号

电容器最基本的特性就是储存电荷。当电容器两个极板上的电荷量为 q，两端的电压为 u 时，电容的大小可以用下面公式来表示：

$$C=\frac{q}{u} \tag{1-10}$$

电容是电容器本身的一种属性，其大小与电容器的电荷量无关。式(1-10)中，C 指电容元件的参数，单位为法[拉](F)。实际应用中，法这个单位很少使用，较多使用的是皮法(pF)和微法(μF)，换算关系为 $1\text{F}=10^6\mu\text{F}=10^9\text{nF}=10^{12}\text{pF}$。

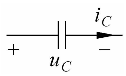


图 1-9　电容指定电压和电流的参考方向

在对电路进行分析时，要用到电容的电压和电流关系(u-i 特性)。如果电容的电压电流取关联参考方向，如图 1-9 所示，当电容极板上电压发生变化时，其极板上的电荷量随之也发生改变，从而电荷的位移也随时间改变，将产生位移电流。

在电容两端的位移电流不同于传导电流，位移电流大小为

$$i_C=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \tag{1-11}$$

把式(1-10)代入式(1-11)可得电容两端电压和电流的关系：

$$i_C=C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \tag{1-12}$$

当电容电压和电流参考方向为非关联参考方向时，C 前要加负号。式(1-12)中，i_C 的单位为 A，电容 C 的单位为 F，u 的单位为 V，t 的单位为 s。式(1-12)表明：电容的电流 i 与电压的变化率 $\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ 成正比，这个特性称为电容的动态特性，因此电容 C 是一种动态元件。当电容两端的电压没有变化，如所加电压为直流电压，则电流 i 为零，相当于开路，因此电容具有通交流隔直流的功能。通过今后的学习还将发现电容具有滤波、稳压、储能、信号转换及无功补偿等功能。

对式(1-12)两端进行积分，可以得到电容两端电压和电流关系的另外一种表达：

$$u_C(t)=u_C(t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i_C\,\mathrm{d}t \tag{1-13}$$

由此可以看出，电容的电压不仅与 t_0 时刻以后的电容电流 i_C 有关系，还与其初始电压有关，因此电容 C 是一种记忆元件。若指定 t_0 为计时起点，即 $t_0=0$，并假设电容此时电压值为 0，则式(1-13)可写为

$$u_C(t)=u_C(0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i_C\,\mathrm{d}t \tag{1-14}$$

$u_C(0)$代表电容的初始电压，由此可得到电容的功率和电能之间的关系

$$w=\int_{-\infty}^{t}p\,\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{t}u_Ci_C\,\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{t}u_CC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}Cu_C^2(t) \tag{1-15}$$

由此可见，电容具有独特的储能作用，该功能使其不发生功耗，仅将所获得的电能储存起来。

1.5　电感元件

当线圈通过电流后，在线圈内外就形成感应磁场，感应磁场又会产生感应电流来抵制通过线圈中的电流。我们把这种电流与线圈的相互作用关系称为电的感抗，也就是电感。把金属导线绕在骨架上就可构成实际电感器，也称为电感线圈，简称电感。任何供电导体都具有电磁感应特性，实际的电感都是由许多圈导线绕成的圆柱状线圈组成。本书讲到的电感器是一种理想化的电路模型，用来模拟实际电感器和其他实际器件的电感特性。电感的图形符号如图 1-10 所示。

图 1-10　电感图形符号

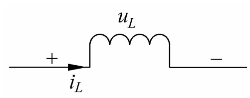


图 1-11　电感指定电压和电流的参考方向

当电感线圈中通过时变电流时，电流就会在其周围建立磁场，以磁场的形式储存能量，在电感两端产生一个正比于电流对时间变化量的电压，其电感上的电压、电流采用关联参考方向，如图 1-11 所示，则

$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} \tag{1-16}$$

式中 L 是电感的大小，单位是亨[利]（H，典型值为 μH），这是为了纪念美国发明家约瑟夫·亨利。从式(1-16)中可以看出，电感线圈两端的电压 u 正比于电流对时间的变化量$\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$，这个特性称为电感的动态特性，因此电感也是一种动态元件。当通过电感线圈的电流是直流时，电感两端的电压为 0，相当于短路，因此电感具有通直流扼制交流功能。电感广泛应用于开关电源、变压器、电视机、收音机、雷达及电机中。

对式(1-16)进行积分可得

$$i_L = i_L(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u_L\,\mathrm{d}t \tag{1-17}$$

由式(1-17)可以看出，电感的电流不仅与 t_0 时刻以后的电感电压 u_L 有关系，还与其初始电流有关，因此电感 L 也是一种记忆元件。若指定 t_0 为计时起点，即 $t_0=0$，并假设电感此时电流值为 0，则式(1-17)可写为

$$i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L}\int_{0}^{t} u_L\,\mathrm{d}t \tag{1-18}$$

$i_L(0)$代表电感的初始电流，由此可得到电感的功率和电能之间的关系

$$w = \int_{-\infty}^{t} p\,\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{t} u_L i_L\,\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{t} L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} i_L\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}Li_L^2(t) \tag{1-19}$$

由式(1-19)可见，电感和电容一样，具有独特的储能作用，该功能使其不发生功耗，仅将所获得的电能储存起来。

1.6 电压源和电流源

各种用电设备都需要电源向其提供电能。实际的电源种类很多,内部机理也很复杂,本书所提到的电源没有特别说明时,均指理想独立电源,是从某些实际电路抽象出来的一种理想模型,能够提供与外接电路无关的特定电压或电流的一种理想有源二端元件。理想独立电源包括两种类型:独立电压源和独立电流源。

1. 独立电压源

独立电压源可以视为蓄电池、发电机等实际电源装置的模型。独立电压源是具有两个引出端的二端元件,不论外接负载大小如何,其总能保持两端电压为特定值,且与流过负载电流的大小无关,其图形符号如图 1-12(a)所示。当 $u_S(t)$为一恒定值 U_S 时,就为直流电压源;当其值为正弦函数时,就是交流电压源。当其为直流电压源时,其两端电压-电流关系(u-i 特性曲线)如图 1-12(b)所示。

由独立电压源的定义及其伏安特性可知,直流电压源具有以下特点:

(1) 独立电压源的输出电压为给定值,与外电路没有关系;

(2) 流过电压源的电流大小由外电路决定,理论上可等于任意值。

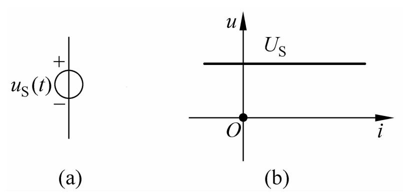


图 1-12

(a) 独立电压源的图形符号;(b) u-i 特性曲线

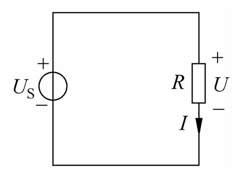


图 1-13 例 1-1 电路图

例 1-1 电路如图 1-13 所示,$U_S=20V$,当电阻 $R=2\Omega$ 时,求电流 I 及电压 U;当$R=10\Omega$ 时,求电流 I 及电压 U。

解:电阻 R 与电压源 U_S 并联,$U=U_S$,由欧姆定律得

当 $R=2\Omega$ 时,$I=U_S/R=10(A)$

当 $R=10\Omega$ 时,$I=U_S/R=2(A)$

注意,根据理想独立电压源的定义,流过电压源的电流可以在任意范围内变化,因此理论上可以输出任何功率,但这样的电源在实际中是不存在的,任何电源的输出功率都有一定范围。

2. 独立电流源

光电池在一定光线照射下被激发产生一定值的电流,独立电流源可以作为这类电源的模型。独立电流源是具有两个引出端的二端元件,不论外接负载大小如何,其总能保持输出电流为特定值,且与负载两端的电压大小无关。其图形符号如图 1-14(a)所示,箭头代表了电流的方向。当 $i_S(t)$为一恒定值 I_S 时,就为直流电流源;当其值为正弦函数时,就是交流

电流源。当其为直流电流源时，其两端电压电流关系（U-I 特性曲线）如图 1-14(b)所示。

由独立电流源的定义及其伏安特性可知，直流电流源具有以下性质：

（1）独立电流源的输出电流为给定值，与外电路无关；

（2）电流源两端的电压大小由外电路决定，理论上可等于任意值。

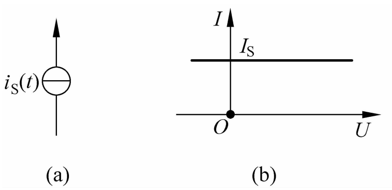


图　1-14

（a）独立电流源的图形符号；（b）U-I 特性曲线

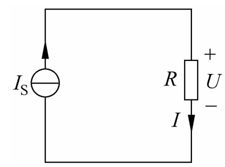


图 1-15　例 1-2 电路图

例 1-2　电路如图 1-15 所示，$I_S=10\text{A}$，当电阻 $R=1\Omega$ 时，求电流 I 及电压 U；当 $R=10\Omega$ 时，求电流 I 及电压 U。

解：由电流源的性质可知，R 上流过的电流大小 I 与电流源电流 I_S 始终相等，即 $I=I_S=10\text{A}$，由欧姆定律得

当 $R=1\Omega$ 时，$U=IR=10(\text{V})$

当 $R=10\Omega$ 时，$U=IR=100(\text{V})$

注意：理想电流源不允许开路，实际电流源也不允许开路，因其内阻大，若开路，电压很高，可能烧毁电源。

1.7　受控电源

在实际电路中，常常存在某支路的电压或电流的大小受另一支路电压或电流的控制。如当场效应管工作于恒流区时，其漏极电流 i_d 的大小受控于栅源电压 u_{gs} 的大小，这里 u_{gs} 电压为控制量，i_d 为被控制量。在电子电路中普遍存在这一现象，为了模拟这样的现象，提出了受控电源的概念及其模型。

当某电源向外电路提供的电压或电流大小受控于该电路中其他支路电压或电流大小时，该电源即为受控电源。从受控源的定义可知，受控源必是包含两条支路具有四个端子的元件，其两条支路分别为控制支路和被控制支路。依据控制支路和被控制支路量的不同，受控源分为四类，即电压控制电压源（voltage controlled voltage source，VCVS）、电压控制电流源（voltage controlled current source，VCCS）、电流控制电压源（current controlled voltage source，CCVS）、电流控制电流源（current controlled current source，CCCS），如图 1-16所示。

图中 α 称为转移电流比，r_m 称为转移电阻，g_m 称为转移电导，μ 称为转移电压比。

例 1-3　求图 1-17 所示受控电流源的功率。

解：先求控制量 I，因 3Ω 电阻所在支路与 1A 电流源支路串联在同一回路中，因此 $I=1\text{A}$；可得功率

$$P=U\times 3I=(-3\times 4)\times 3=-36(\text{W})$$

即受控源发出功率 36W。

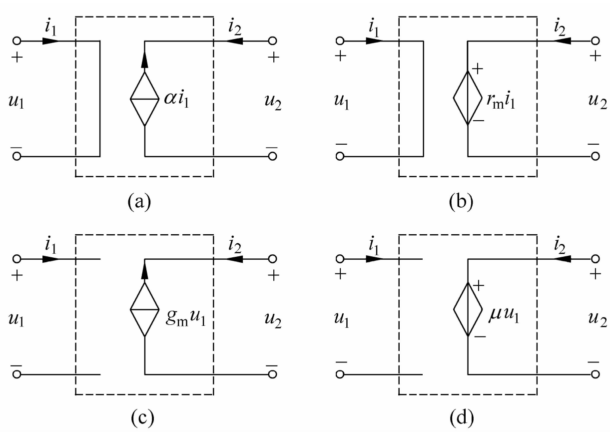


图 1-16 四种受控电源类型及其图形表示符号

(a) CCCS；(b) CCVS；(c) VCCS；(d) VCVS

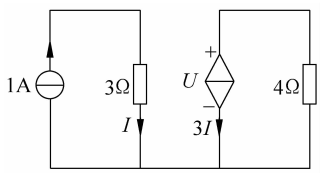


图 1-17 例 1-3 电路图

1.8 基尔霍夫定律

实际电路的分析依赖于对电路基本规律的认识和把握。电路是由不同电路元件相互连接而成，每个元件上都有一定的电压或电流，但这些电压、电流不是任意的，它们受电路基本规律的约束。基尔霍夫定律(Kirchhoff's laws)揭示了这些约束关系。基尔霍夫定律包括基尔霍夫电流定律(KCL)和基尔霍夫电压定律(KVL)，它反映了电路中所有支路电压和电流所遵循的基本规律，是分析集中参数电路的基本定律。基尔霍夫定律与元件特性构成了电路分析的基础。

为了更好地理解和掌握基尔霍夫定律，这里先阐述几个基本概念。

(1) 支路(branch, b)：每一个二端元件都构成一条支路，若干二端元件首尾顺次连接起来也构成支路，支路中流过的电流称为支路电流，支路两端的电压称为支路电压。

说明：电压源和电阻串联的支路可以看做一条支路；电流源和电阻并联的支路可以看做一条支路；首尾顺次连接的几个二端元件，且没有分叉的也可以看做一条支路。由此规定看出图 1-18中的支路数 $b=3$。

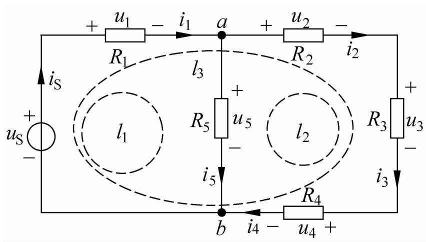


图 1-18 支路、节点、回路概念的说明图

(2) 节点(node, n)：三条或三条以上支路的连接点称为节点。

图 1-18 中共有两个节点，$n=2$，分别是 a，b。

(3) 回路(loop)：由支路构成的闭合路径。

说明：回路一般用 l 表示，图 1-18 中共有 3 个回路，$l=3$，分别是 l_1，l_2，l_3。

(4) 独立回路(independent loop)：一个电路中可以有多个回路，如果选取的每一回路中至少有

一个未被其他回路用过的新支路，这样选取的回路就称为独立回路。图 1-18 中共有 3 个回路，但独立回路数只有两个。

(5) 网孔(mesh，m)：对平面电路，其内部不含任何支路的回路称网孔。网孔一定是独立回路。图 1-18 中共有两个网孔，$m=2$。

1. 基尔霍夫电压定律

在集中参数电路中，任一时刻，沿任一闭合路径绕行，各支路电压的代数和等于零。其数学表达式如下：

$$\sum u = 0 \tag{1-20}$$

在采用式(1-20)进行计算时，需要规定回路的参考方向及每一个元件或支路的电压参考方向。回路参考方向和支路电压参考方向一致的，支路电压在代数和中取正号，相反的取负号。对于图 1-18，回路 l_1，l_2 均取顺时针方向为参考方向，则两回路的 KVL 方程分别为：

对 l_1，由 KVL 得

$$u_1 + u_5 - u_S = 0$$

对 l_2，由 KVL 得

$$u_2 + u_3 + u_4 - u_5 = 0$$

KVL 也适用于电路中任一假想的回路，如图 1-19 所示，有

$$U_{ab} = U_1 + U_2 + U_S$$

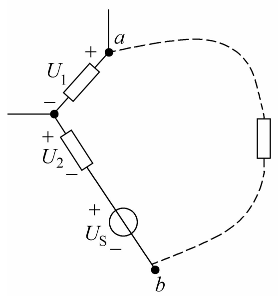


图 1-19　KVL 应用的假想回路

2. 基尔霍夫电流定律

在集中参数电路中，任意时刻，对任意节点，流出或流入该节点电流的代数和等于零，其数学表达式如下：

$$\sum i = 0 \tag{1-21}$$

采用式(1-21)计算时，需要规定电流的正负，如规定流入节点的电流为正，流出为负。实际上其正方向可以任意选取。

在图 1-18 中，对节点 a 应用 KCL，则 $i_1 - i_2 - i_5 = 0$，可改写为

$$i_1 = i_2 + i_5$$

这说明流入节点 a 的电流等于流出节点 a 的电流，即流入流出节点的电流相等。事实上基尔霍夫电流定律(KCL)可推广应用于电路中包围多个节点的任一闭合面，这种由假想的闭合面包围的节点和支路的集合也称做广义节点(super node)，如图 1-20 所示。

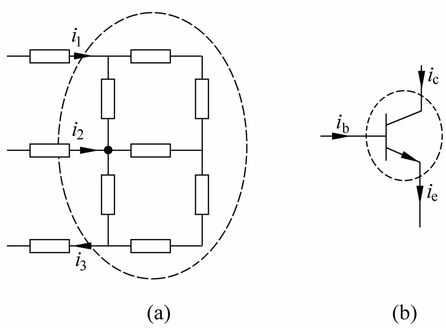


图 1-20　广义节点

在图 1-20(a)中，选虚线闭合部分为一个广义节点，由 KCL 得 $i_3 = i_1 + i_2$。图 1-20(b)为一个三极管电路，选虚线闭合部分为一个广义节点，由 KCL 得 $i_e = i_b + i_c$。

例 1-4 电路如图 1-21 所示，求电路中电流 I 和电压 U。

解：对电路节点 A，由 KCL 可得

$$I = 2 - 4 = -2(\mathrm{A})$$

对回路 L，由欧姆定律及 KVL 可得

$$U + U_1 + 3 - 2 = 0$$

又

$$U_1 = 3 \times I = -6(\mathrm{V})$$

解得 $U=5\mathrm{V}$。

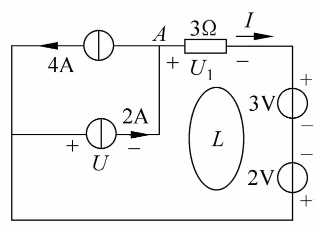
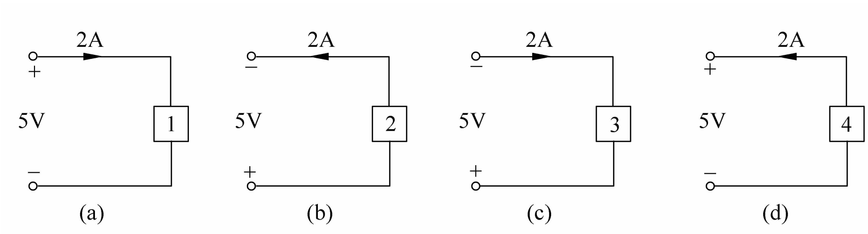


图 1-21 例 1-4 电路图

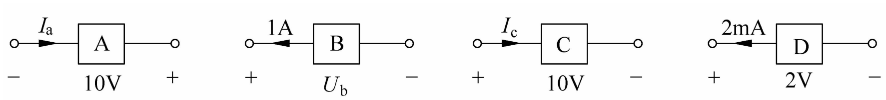
习 题 1

1-1 根据图示参考方向，判断各元件是吸收还是发出功率，其功率各为多少？



题 1-1 图

1-2 各元件的条件如图所示。



题 1-2 图

(1) 若元件 A 吸收功率为 10W，求 I_a；

(2) 若元件 B 发出功率为 −10W，求 U_b；

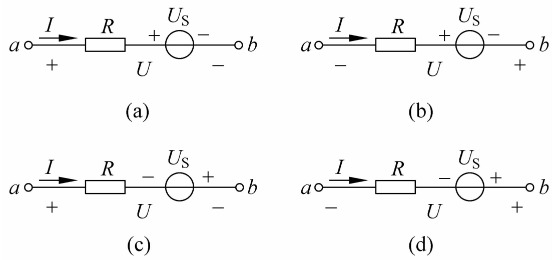
(3) 若元件 C 吸收功率为 −10W，求 I_c；

(4) 求元件 D 吸收的功率。

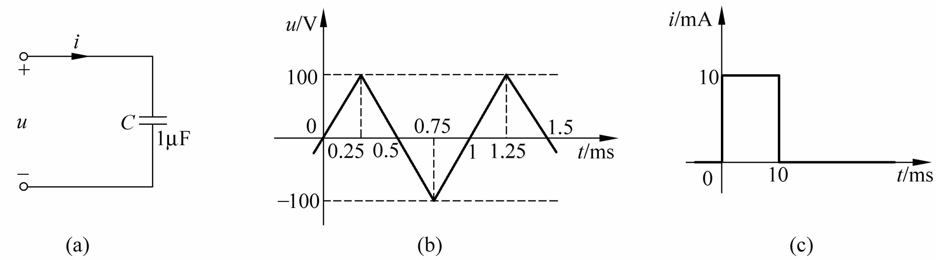
1-3 如图所示电路中，已知各支路的电流、电阻和电压源电压，试写出各支路电压的表达式。

1-4 (1) 已知电容元件电压 u 的波形如图(b)所示。试求 $i(t)$并绘出波形图。

(2) 若已知电路如图(a)所示，其电流 i 的波形如图(c)所示。设 $u(0)=0$，试求 $u(t)$ $(t\geqslant 0)$并绘出波形图。如果 $u(0)$改为 −20V，则结果如何？

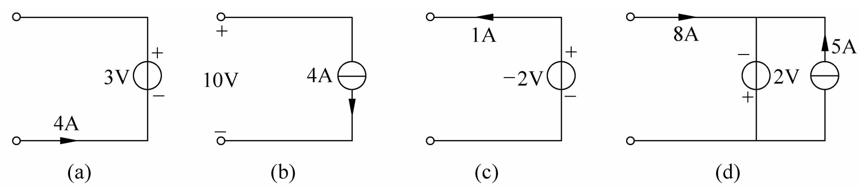


题 1-3 图



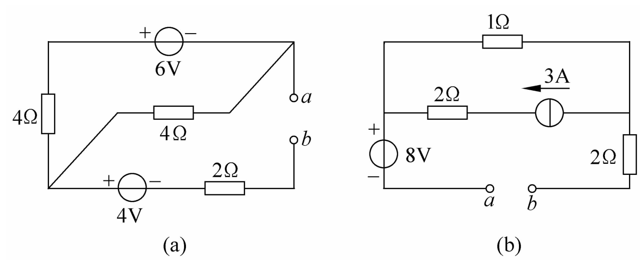
题 1-4 图

1-5 图示的各电路中的电源对外部是发出功率还是吸收功率？其功率为多少？



题 1-5 图

1-6 求图示电路中的电压 U_{ab}。

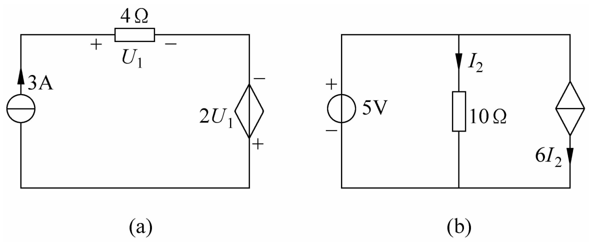


题 1-6 图

1-7 (1) 求图(a)所示电路中受控电压源的端电压和它的功率。

(2) 求图(b)所示电路中受控电流源的电流和它的功率。

(3) 试问(1)、(2)中的受控源是否可以用电阻或独立电源来替代？若能，所替代元件的参数值为多少？并说明如何连接。



题 1-7 图

第2章

简单电阻电路的分析方法

第 1 章介绍了电路理论中的一些基本概念和常用的电路元件及电路理论最重要的基础定律——基尔霍夫电压定律和电流定律。在此基础上，本章将学习简单的电阻电路的分析方法。简单电路是指：电路元件的连接方式主要为串联、并联和混联，组成简单电路的元件除电阻外，仅仅有独立电源。等效分析法是本章的重要学习内容，应用电阻的串联、并联、△-Y等效变换、电源等效变换等方法使电路中不感兴趣的部分尽可能简化，是一种很重要的电路分析方法，熟练掌握此法，将会为后续的学习奠定基石。

2.1 电阻的串联

n 个电阻元件首尾依次相连接称为电阻的串联，如图 2-1 所示。

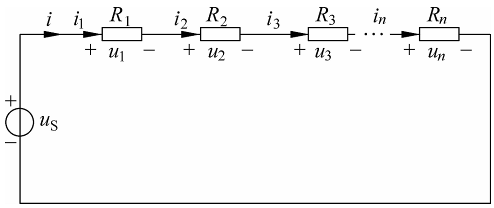


图 2-1 n 个电阻元件串联的电路

根据基尔霍夫电流定律可以知道，串联的每个电阻流过的电流相等，即

$$i_1 = i_2 = i_3 = \cdots = i_n = i$$

根据欧姆定律，每个电阻两端的电压为

$$\begin{aligned} u_1 &= i_1 R_1 \\ u_2 &= i_2 R_2 \\ u_3 &= i_3 R_3 \\ &\vdots \end{aligned}$$

根据基尔霍夫定律，电路总电压为

$$\begin{cases} u = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n = i(R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n) \\ u_S = iR_{eq} \\ R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n \end{cases} \tag{2-1}$$

由式(2-1)可知,电阻串联,每个电阻上流过的电流相等;串联电路的总电阻等于每个串联的电阻之和。这样我们可以用一个阻值为 R_{eq} 的电阻等效代替原电路的所有电阻,即电路也可以等效为图 2-2。

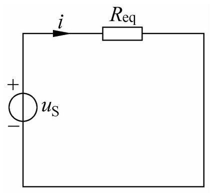


图 2-2 *n* 个电阻串联的等效电路图

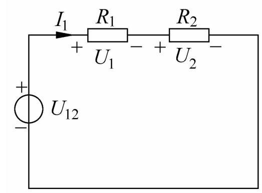


图 2-3 两个电阻的串联

图 2-3 为两个电阻串联的电路,根据 KVL 有

$$U_1 = I_1 R_1$$
$$U_2 = I_1 R_2$$
$$U_{12} = U_1 + U_2 = I_1 R_1 + I_1 R_2$$

从而可以得到

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1 R_1}{I_1 R_2} = \frac{R_1}{R_2}$$
$$\frac{U_1}{U_{12}} = \frac{I_1 R_1}{I_1 R_1 + I_1 R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$
$$\frac{U_2}{U_{12}} = \frac{I_1 R_2}{I_1 R_1 + I_1 R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

即对于两个串联的电阻元件,电阻两端的电压与电阻阻值成正比。根据以上公式可以得到分压定理公式:

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{12}, \quad U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{12} \tag{2-2}$$

利用分压定理可以简化解题步骤,直接根据公式计算出结果,解题很方便。下面通过例题讲解分压定理的应用。

例 2-1 电路如图 2-4 所示,其中 R_1 为 6Ω,R_2 为 2Ω。已知 A、C 点的电位,求 B 点的电位。

解:根据分压定理可得

$$U_{BC} = V_B - V_C = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{AC} = \frac{2}{6+2} \times (V_A - V_C)$$
$$= \frac{1}{4} \times (-16) = -4(\mathrm{V})$$
$$V_B = U_{BC} + V_C = -2(\mathrm{V})$$

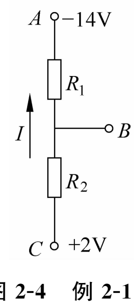


图 2-4 例 2-1 图

2.2 电阻的并联

如图 2-5 所示,将 n 个电阻元件的首端、末端分别连接在一起,称为电阻元件的并联。根据 KVL,并联电阻元件两端的电压相等,即

$$u_1 = u_2 = u_3 = \cdots = u$$

根据基尔霍夫电流定律有

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$

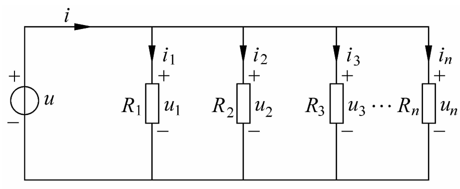


图 2-5　*n* 个电阻元件并联的电路图

根据欧姆定律，得

$$i_1 = \frac{u}{R_1},\quad i_2 = \frac{u}{R_2},\quad i_3 = \frac{u}{R_3},\quad \cdots,\quad i_n = \frac{u}{R_n}$$

$$i = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \frac{u}{R_3} + \cdots + \frac{u}{R_n}$$

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$$

同样，可以用一个阻值为 R_{eq} 的电阻代替电路的总电阻，总电阻的倒数等于每个电阻的倒数之和。图 2-5 可等效为图 2-2 的形式。

上式如果用电导表示则有

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_n = \sum_{k=1}^{n} G_k \tag{2-3}$$

图 2-6 为两个电阻并联的电路。可得

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{2-4}$$

$$i_1 = \frac{u}{R_1},\quad i_2 = \frac{u}{R_2},\quad i = \frac{u}{\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

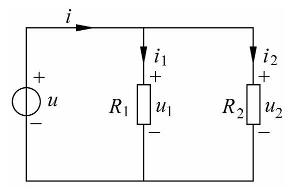


图 2-6　两个电阻并联电路图

则有

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1},\quad \frac{i_1}{i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2},\quad \frac{i_2}{i} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

即

$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i,\quad i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i \tag{2-5}$$

以上为分流定理公式，根据分流定理可以知道，两个电阻并联时，每个电阻上的电流与电阻成反比。与分压定理类似，利用分流定理可以方便地解题，下面通过例题说明。

例 2-2　电路如图 2-7(a)所示，求电流 I，I_2。

解：图 2-7(a)所示电路可以等效成图 2-7(b)所示电路，两个 8Ω 的电阻并联，12Ω 与 6Ω 的电阻并联，有

$$R_0 = 2 \mathbin{/\!/} [(8 \mathbin{/\!/} 8) + (6 \mathbin{/\!/} 12)] = 1.6\Omega$$

$$I=\frac{U_S}{R_0+0.4}=\frac{16}{2}=8(\mathrm{A})$$

由分流定理

$$I_3=\frac{2}{2+8}I=\frac{2}{2+8}\times 8=1.6(\mathrm{A})$$

$$I_2=\frac{12}{12+6}I_3=\frac{12}{12+6}\times 1.6=1.07(\mathrm{A})$$

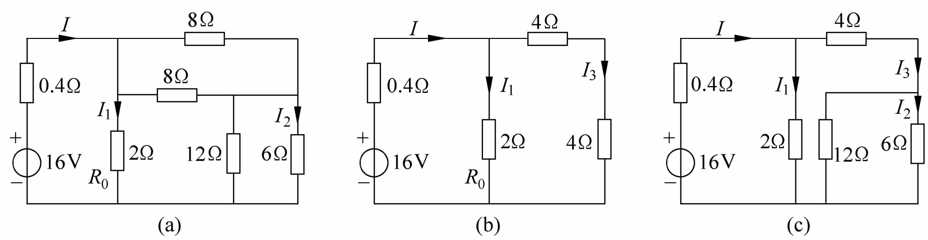


图 2-7　例 2-2 电路图

2.3　星形与三角形电阻电路等效变换

2.3.1　等效的基本概念

如果某二端网络端口的伏安特性与另一个二端网络的伏安特性相同，则称这两个二端网络等效。只要对外伏安特性相同，不管内部结构如何，对于外电路它们是没有区别的。求解外电路的电流或电压时，如果二端网络复杂，求解过程烦琐，如用另一与其伏安特性相同的简单的二端网络代替，可有效简化计算。下面举例说明。

求解外电路的电流 I 或电压 U 时，如果满足

$$R_4=R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$$

则图 2-8(a)的二端网络可以用图 2-8(b)来等效代替。

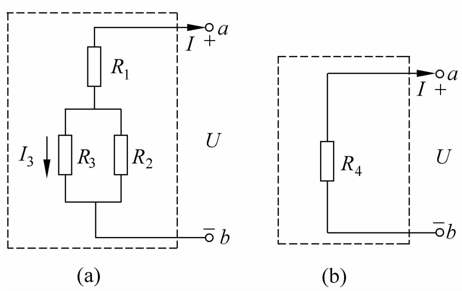


图 2-8　等效变换举例

等效变换将问题化繁为简，但要注意，等效变换是对外等效，即只是求解端口外的电路时适用，不可以求解二端网络内部的物理量，如计算图 2-8(a)的 I_3，不能用图 2-8(b)来计

算。虽然两个等效的一端口网络伏安特性相同,但内部结构是不同的。

2.3.2　电阻的星形连接与三角形连接的等效变换

电阻的连接除了简单的串并联以外,常见的还有星形连接(Y连接)和三角形连接(△连接)。这两种连接在三相电路中较常见,应用范围较为广泛。电阻的星形连接如图 2-9(a)所示,三角形连接如图 2-9(b)所示。

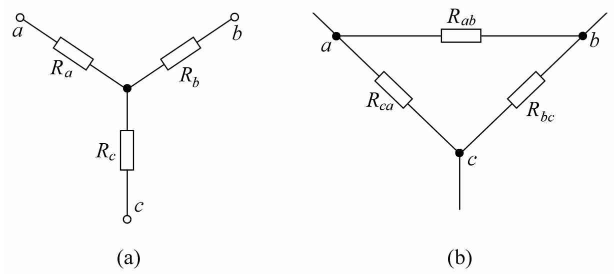


图 2-9　电阻的星形、三角形连接图

(a) 星形连接;(b) 三角形连接

有时候为了方便解题,需要将星形连接和三角形连接相互等效变换,等效的条件为:变换之后任意两个端子之间的电压电流关系保持不变,也就是在两个电阻网络中,当任一端开路时,其余的两个端子之间的端口等效电阻必须相等。

在星形连接中,计算 a,b 两个端子之间的等效电阻,将 c 端子开路,则等效电阻为 R_a 和 R_b 之和;再看三角形网络中,同样将 c 端子开路,则 a,b 两个端子之间的等效电阻为 R_{ca} 和 R_{bc} 串联后与 R_{ab} 的并联。据此,根据等效条件,可得

$$R_a + R_b = \frac{R_{ab}(R_{ca} + R_{bc})}{R_{ab} + R_{ca} + R_{bc}}$$

用同样的方法计算两个网络中 b,c 两个端子之间的等效电阻,得到

$$R_b + R_c = \frac{R_{bc}(R_{ca} + R_{ab})}{R_{bc} + R_{ab} + R_{ca}}$$

同理可得

$$R_a + R_c = \frac{R_{ca}(R_{ab} + R_{bc})}{R_{ca} + R_{ab} + R_{bc}}$$

联立求解,即可得

$$\begin{cases} R_a = \dfrac{R_{ab}R_{ca}}{R_{ab} + R_{ca} + R_{bc}} \\ R_b = \dfrac{R_{bc}R_{ab}}{R_{ab} + R_{ca} + R_{bc}} \\ R_c = \dfrac{R_{ca}R_{ab}}{R_{ab} + R_{ca} + R_{bc}} \end{cases} \tag{2-6}$$

式(2-6)是由三角形连接等效变为星形连接的公式,观察这三个公式的结构发现,星形连接中的一个电阻等于三角形连接中连接到对应端点的两邻边电阻之积除以三边电阻之和。

由式(2-6)亦可解得

$$\begin{cases} R_{ab} = \dfrac{R_aR_c + R_bR_c + R_aR_b}{R_c} \\ R_{bc} = \dfrac{R_aR_c + R_bR_c + R_aR_b}{R_a} \\ R_{ca} = \dfrac{R_aR_c + R_bR_c + R_aR_b}{R_b} \end{cases} \tag{2-7}$$

式(2-7)是由星形连接等效变为三角形连接的公式，观察这三个公式的结构发现，三角形连接中的一个电阻等于星形连接中两两电阻乘积之和除以星形连接中对应端子不相邻的电阻。

下面考虑特殊情况，如果星形连接中三个电阻阻值均相等，则等效变换为三角形连接时，由式(2-7)可得

$$R_{\triangle} = 3R_{\mathrm{Y}}$$

同样，如果三角形连接中三个电阻阻值均相等，由式(2-6)可得

$$R_{\mathrm{Y}} = R_{\triangle}/3$$

例 2-3 图 2-10(a)所示电路中，已知 I_S 为 5A，求 U_{S1}。

解：将 d,b,c 端的三角形连接的三个电阻等效变换为星形连接，变换后的电路如图 2-10(b) 所示，根据式(2-6)有

$$R_2 = \frac{6 \times 2}{6+2+8} = 0.75(\Omega)$$

$$R_3 = \frac{8 \times 2}{6+2+8} = 1(\Omega)$$

$$R_4 = \frac{6 \times 8}{6+2+8} = 3(\Omega)$$

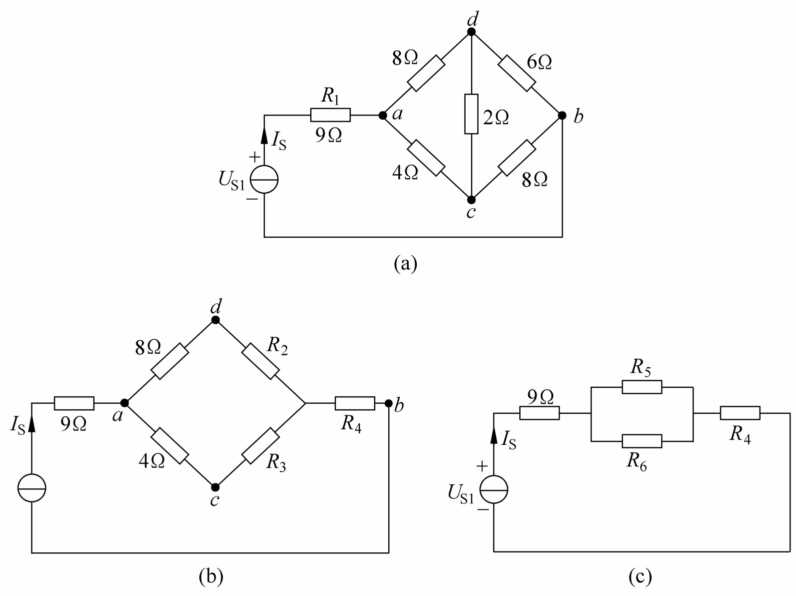


图 2-10 例 2-3 电路图

将图 2-10(b)改画为图 2-10(c)，则有