第 3 章　决策分析的常用方法

本章主要对层次分析法、模糊综合评价、粗糙集、主成分分析法、数据包络分析、马尔科夫决策、神经网络几种较为流行的决策分析方法进行介绍。这些方法及第 2 章中介绍的决策树、价值矩阵等方法均属于系统建模决策的范畴。在实际应用中，还有一个分支被广泛用于决策支持，即统计分析及其以此为基础的系统模拟。许多方法的应用都基于对大量历史数据的统计分析；或者以统计工具和方法对数据进行预处理(清洗、筛选、排序、拟合等)后，再结合其他方法进行决策。

本章将通过情景案例介绍上述方法在实际中的应用。在本章案例的实证分析中，用到一些相关的工具，如 Excel、MATLAB、系统模拟工具(如 GPSS/World)、统计软件(SPSS)、模拟软件(Extend)等。本书只介绍案例计算的实验环境和过程，对于工具软件的操作不作普及性介绍，感兴趣的读者可自行查阅相关专业书籍。

3.1　层次分析法

日常生活中在面临多种方案时，需要依据一定的标准进行比较、判断、评价，最后作出决策。这个过程中主观因素占有相当的比重，因此给使用数学方法解决问题带来了不便。T. L. saaty 等人在 20 世纪 70 年代提出了一种能有效处理这类问题的实用方法。

3.1.1　层次分析法的基本概念与思路

层次分析法(Analytic Hierarchy Process，AHP)是一种定性和定量相结合的、系统化的、层次化的分析方法。过去研究自然和社会现象时主要有机理分析法和统计分析法两种方法。前者用经典的数学工具分析现象的因果关系；后者以随机数学为工具，通过大量的观察数据寻求统计规律。近年发展的系统分析是一种新型方法，而层次分析法是系统分析的数学工具之一。

3.1.2　层次分析法的基本步骤

1. 建立层次结构模型

该模型一般分为三层，最上面为目标层，最下面为方案层，中间是准则层或指标层。

若上层的每个因素都支配着下一层的所有因素，或被下一层所有因素影响，则称为完全层次结构，否则称为不完全层次结构。

例 3.1　机场选址与规划是一个复杂的系统工程，涉及气象、地形、地质、土地利用类型以及与城市的距离等多方面因素。2010 年初，四川省发改委委托中国民航建设集团公司对金堂县、中江县、简阳市 3 个场址进行成都新机场选址勘察考证。机场场址这个决策问题，

就是综合各种目标和因素，确定各个方案的相对优劣次序。建立决策问题的层次结构模型，从目标层到方案层的层次结构模型如图 3.1 所示，层次之间的关联情况均用作用线表明。

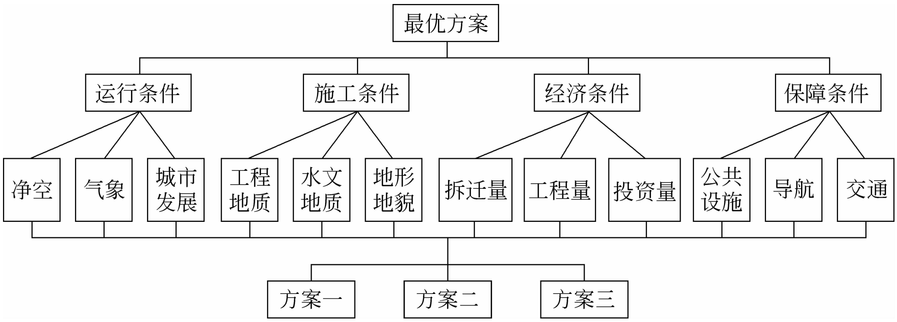

图 3.1　机场场址决策层次结构模型

2. 构造判断矩阵

设某层有 n 个因素，$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$。

要比较它们对上一层某一准则（或目标）的影响程度，确定在该层中相对于某一准则所占的比重（即把 n 个因素对上层某一目标的影响程度排序）。上述比较是两两因素之间进行的比较，比较时取 1～9 标度，如表 3.1 所示。

表 3.1　1～9 标度的含义

标度 a_{ij}	两指标相比	解　释
1	同等重要	指标 i 和 j 同样重要
3	稍微重要	指标 i 比 j 略微重要
5	明显重要	指标 i 比 j 重要
7	重要得多	指标 i 比 j 明显重要
9	极端重要	指标 i 比 j 绝对重要
2,4,6,8	介于两相邻重要程度之间	
以上各数的倒数	若因素 i 和 j 的重要性之比为 a_{ij}，那么因素 j 和因素 i 的重要性之比为 $\frac{1}{a_{ij}}$。	

用 a_{ij} 表示第 i 个因素相对于第 j 个因素的比较结果，则 $a_{ij}=\frac{1}{a_{ji}}$。

$$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{n\times n}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{A}$ 称为判断矩阵。

例 3.2　一块石头的重量记为 1，打碎后分成 n 块，各块的重量分别记为 $w_1,w_2,\cdots,$

w_n，则可得判断矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{w_1}{w_2} & \cdots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & 1 & \cdots & \frac{w_2}{w_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

建立判断矩阵，可使得判断思维数学化，从而简化了问题的分析，对问题进行定量分析成为可能。

3. 层次单排序及一致性检验

由于客观事物的复杂性和认识的多样性，建立的判断矩阵往往会出现不一致性。例如，若出现甲比乙重要，乙比丙重要，丙比甲重要；显然违反了常识。为了保证应用层次分析法得到的结论合理，还需要对构造的判断矩阵进行一致性检验。

若按照 1～9 标度构造的判断矩阵 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{n\times n}$满足以下性质：

(1) $a_{ij}>0$，(2)$a_{ij}=\frac{1}{a_{ji}}$，(3)$a_{ii}=1$；

则称 $\boldsymbol{A}$ 为互反正矩阵。

由上面石头重量的判断矩阵可以看出，$\frac{w_i}{w_j}=\frac{w_i}{w_k}\cdot\frac{w_k}{w_j}$，即 $a_{ik}\cdot a_{kj}=a_{ij}\quad i,j=1,2,\cdots,n$

在互反正矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中，若 $a_{ik}\cdot a_{kj}=a_{ij}$，则称 $\boldsymbol{A}$ 满足一致性条件，称 $\boldsymbol{A}$ 为一致性矩阵。要求每一个判断矩阵都有完全的一致性不太可能，特别是因素多、规模大的问题更是如此。

一致阵的性质：

(1) $a_{ij}=\frac{1}{a_{ji}}, a_{ii}=1, i,j=1,2,\cdots,n$；

(2) $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 也是一致阵；

(3) $\boldsymbol{A}$ 的各行成比例，则 $rank(\boldsymbol{A})=1$；

(4) $\boldsymbol{A}$ 的最大特征根(值)为 $\lambda_{\max}=n$，其余 $n-1$ 个特征根均等于 0；

(5) $\boldsymbol{A}$ 的任一列(行)都是对应于特征根 n 的特征向量。

若判断矩阵是一致阵，则我们自然会取对应于最大特征根 n 的归一化特征向量 $\{w_1,w_2,\cdots,w_n\}$，且 $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$。w_i 表示下层第 i 个因素对上层某因素影响程度的权值。

若成对比较矩阵不是一致阵，Saaty 等人建议用其最大特征根对应的归一化特征向量作为权向量 $\boldsymbol{\omega}$，则

$$\boldsymbol{A\omega} = \lambda_{\max}\boldsymbol{\omega},\quad \boldsymbol{\omega} = \{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$$

这样确定权向量的方法称为特征根法。

定理 3.1 n 阶互反阵 $\boldsymbol{A}$ 的最大特征根 $\lambda_{\max}\geqslant n$，当且仅当 $\lambda_{\max}=n$ 时，$\boldsymbol{A}$ 为一致阵。

由于 λ 连续依赖于 a_{ij}，因此 $\lambda_{\max}$ 比 n 大得越多，$\boldsymbol{A}$ 的不一致性越严重。用最大特征值对

应的特征向量作为被比较因素对上层某因素影响程度的权向量，其不一致程度越大，引起的判断误差越大，因而可以用 $\lambda_{max}-n$ 数值的大小来衡量 $\boldsymbol{A}$ 的不一致程度。

定义一致性指标 $CI=\frac{\lambda_{max}-n}{n-1}$，其中 n 为 $\boldsymbol{A}$ 的对角线元素之和，也为 $\boldsymbol{A}$ 的特征根之和。

定义随机一致性指标 RI：随机构造 500 个判断矩阵 $\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_2,\cdots,\boldsymbol{A}_{500}$，则可得一致性指标 $CI_1,CI_2,\cdots,CI_{500}$。

$$RI=\frac{CI_1+CI_2+\cdots CI_{500}}{500}=\frac{\frac{\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_{500}}{500}-n}{n-1}$$

表 3.2 随机一致性指标 RI 的数值

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0	0	0.58	0.89	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45

一般，当一致性比率 $CR=\frac{CI}{RI}<0.1$ 时，认为 $\boldsymbol{A}$ 的不一致程度在容许范围之内，可用其归一化特征向量作为权向量，否则要重新构造判断矩阵，对 $\boldsymbol{A}$ 加以调整。

对判断矩阵的一致性检验的步骤如下：

（1）计算一致性指标 CI：

$$CI=\frac{\lambda_{max}-n}{n-1}$$

（2）查找相应的平均随机一致性指标 RI。

（3）计算一致性比例：

$$CR=\frac{CI}{RI}$$

一般情况下，相对一致性指标 CR 越小，判断矩阵的一致性就越好。当 $CR<0.1$ 时，认为判断矩阵的一致性是可以接受的，否则应对判断矩阵作适当修正。

判断矩阵 $\boldsymbol{A}$ 对应于最大特征值 λ_{max} 的特征向量 $\boldsymbol{\omega}$，经归一化后即为同一层次相应因素对于上一层次某因素相对重要性的排序权值。这一过程称为层次单排序。

4. 层次总排序及其一致性检验

确定某层所有因素对于总目标相对重要性的排序权值过程，称为层次总排序，从最高层到最低层逐层进行。层次结构模型见图 3.2。

设：A 层 m 个因素 $A_1,A_2,\cdots,A_m$，对总目标 Z 的排序为 $a_1,a_2,\cdots,a_m$，B 层 n 个因素对上层 A 中因素为 A_j 的层次单排序为 $b_{1j},b_{2j},\cdots,b_{nj}(j=1,2,\cdots,m)$。

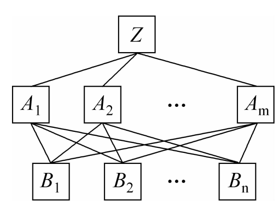

图 3.2 层次结构模型

B 层的层次总排序为：

$$B_1:a_1b_{11}+a_2b_{12}+\cdots a_mb_{1m}$$

$$B_2:a_1b_{21}+a_2b_{22}+\cdots a_mb_{2m}$$

$$\vdots$$

$$B_n: a_1b_{n1}+a_2b_{n2}+\cdots a_mb_{nm}$$

即 B 层第 i 个因素对总目标的权值为：$b_i=\sum_{j=1}^{m}a_jb_{ij}$

层次总排序见表 3.3。

表 3.3　层次总排序

B \ 权重 \ A	$A_1,A_2,\cdots,A_m$	B 层的层次总排序
	$a_1,a_2,\cdots,a_m$	
B_1	$b_{11}\,b_{12}\cdots b_{1m}$	$\sum_{j=1}^{m}a_jb_{1j}=b_1$
B_2	$b_{21}\,b_{22}\cdots b_{2m}$	$\sum_{j=1}^{m}a_jb_{2j}=b_2$
$\vdots$	$\vdots\ \ \vdots\ \ \ \vdots$	
B_n	$b_{n1}\,b_{n2}\cdots b_{nm}$	$\sum_{j=1}^{m}a_jb_{nj}=b_n$

层次总排序的一致性检验：

设 B 层 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 对上层（A 层）中因素 $A_j(j=1,2,\cdots,m)$ 的层次单排序一致性指标为 CI_j，随机一致性指为 RI_j，则层次总排序的一致性比率为：

$$\mathrm{CR}=\frac{a_1\mathrm{CI}_1+a_2\mathrm{CI}_2+\cdots+a_m\mathrm{CI}_m}{a_1\mathrm{RI}_1+a_2\mathrm{RI}_2+\cdots+a_m\mathrm{RI}_m}$$

当 $\mathrm{CR}<0.1$ 时，认为层次总排序通过一致性检验。到此，根据最下层（决策层）的层次总排序作出最后决策。

层次分析法的基本步骤归纳如下：

（1）建立层次结构模型：该结构图包括目标层、准则层、方案层。

（2）构造成对比较矩阵：从第二层开始用成对比较矩阵和 1～9 标度。

（3）计算单排序权向量并作一致性检验：对每个成对比较矩阵计算最大特征值及其对应的特征向量，利用一致性指标、随机一致性指标和一致性比率作一致性检验。若检验通过，特征向量（归一化后）即为权向量；若不通过，需要重新构造成对比较矩阵。

（4）计算总排序权向量并作一致性检验：计算最下层对最上层总排序的权向量。利用总排序一致性比率

$$\mathrm{CR}=\frac{a_1\mathrm{CI}_1+a_2\mathrm{CI}_2+\cdots+a_m\mathrm{CI}_m}{a_1\mathrm{RI}_1+a_2\mathrm{RI}_2+\cdots+a_m\mathrm{RI}_m}<0.1$$

进行检验。若通过，则可按照总排序权向量表示的结果进行决策，否则需要重新考虑模型或重新构造那些一致性比率 CR 较大的成对比较矩阵。

总排序的一致性检验也是从上到下逐层进行的。在实际中，这一步常常可以省略。因为层次单排序通过一致检验，层次总排序的一致性检验用上面的公式计算加权平均时，不会有太大偏离。实际上构造判断矩阵时，难以兼顾整体排序的一致性。

3.1.3　层次分析法的优点与局限性

1. 层次分析法的优点

（1）系统性：层次分析法把研究对象作为一个系统，按照分解、比较判断、综合的思维

方式进行决策，成为继机理分析、统计分析之后发展起来的系统分析的重要工具。

(2) 实用性：层次分析法把定性和定量方法结合起来，能处理许多用传统的最优化技术无法着手的实际问题，应用范围很广，同时，这种方法使得决策者与决策分析者能够相互沟通，决策者甚至可以直接应用它，这就增加了决策的有效性。

(3) 简洁性：决策者可以较容易了解层次分析法的基本原理并掌握该法的基本步骤，计算也非常简便，并且所得结果简单明确。

2. 层次分析法的局限性

(1) 只能从原有的方案中优选一个出来，没有办法得出更好的新方案。

(2) 该法中的比较、判断以及结果的计算过程都是粗糙的，不适用于精度较高的问题。

(3) 从建立层次结构模型到给出成对比较矩阵，人主观因素对整个过程的影响很大，这就使得结果难以让所有的决策者接受。当然采取专家群体判断的办法是克服这个缺点的一种途径。

3.1.4 正互反阵最大特征值和特征向量实用算法

用定义计算矩阵的特征值和特征向量相当困难，特别是阶数较高的时候。另外，判断矩阵是通过定性比较得到的比较粗糙的结果，对它的精确计算是没有必要的。因此，需要寻找简便的近似方法。

定理 3.2 对于正矩阵 $\boldsymbol{A}$($\boldsymbol{A}$ 的所有元素为正)

(1) $\boldsymbol{A}$ 的最大特征根为正单根 λ；

(2) λ 对应正特征向量 $\boldsymbol{\omega}$($\boldsymbol{\omega}$ 的所有分量为正)；

(3) $\lim\limits_{k\to+\infty}\dfrac{\boldsymbol{A}^k\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^k\boldsymbol{e}}=\boldsymbol{\omega}$，其中 $\boldsymbol{e}=(1,1,\cdots,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\omega}$ 是对应 λ 的归一化特征向量。

1. 幂法

(1) 任取 n 维归一化初始向量 $\boldsymbol{\omega}^{(0)}$；

(2) 计算 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{(k+1)}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\omega}^{(k)}$，$k=0,1,2,\cdots$；

(3) 归一化 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{(k+1)}$，即令 $\boldsymbol{\omega}^{(k+1)}=\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{(k+1)}/\sum\limits_{i=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i^{(k+1)}$；

(4) 对于预先给定的精度 ε，当 $|w_i^{(k+1)}-w_i^{(k)}|<\varepsilon$，$i=1,2,\cdots,n$ 成立时，$\boldsymbol{\omega}^{(k+1)}$ 即为所求的特征向量，否则返回(2)；

(5) 计算最大特征值 $\lambda=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{\tilde{w}_i^{(k+1)}}{w_i^{(k)}}$；

这是求特征根对应特征向量的迭代方法，其收敛性由定理 3.2 的(3)保证。

2. 和法

(1) 将 $\boldsymbol{A}$ 的每一列向量归一化得 $\tilde{w}_{ij}=a_{ij}/\sum\limits_{i=1}^{n}a_{ij}$；

(2) 对 $\widetilde{w}_{ij}$ 按行求和得 $\widetilde{w}_i = \sum_{j=1}^{n} \widetilde{w}_{ij}$；

(3) 归一化 $\widetilde{\boldsymbol{\omega}} = (\widetilde{w}_1, \widetilde{w}_2, \cdots, \widetilde{w}_n)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\omega} = (w_1, w_2, \cdots, w_n)^{\mathrm{T}}, w_i = \widetilde{w}_i / \sum_{i=1}^{n} \widetilde{w}_i$；

(4) 计算 $\boldsymbol{A\omega}$；

(5) 计算 $\lambda = \dfrac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \dfrac{(\boldsymbol{A\omega})_i}{w_i}$，最大特征值的近似值。

3. 根法

根法的步骤与和法基本相同，只是将步骤(2)改为对 $\widetilde{w}_{ij}$ 按行求积并开 n 次方，即 $\widetilde{w}_i = \left(\prod_{j=1}^{n} \widetilde{w}_{ij}\right)^{\frac{1}{n}}$。

以上三种方法中，和法最为简便。

例 3.3 用和法求特征值和特征向量。

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 1/2 & 1 & 4 \\ 1/6 & 1/4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{归一化}]{\text{列向量}} \begin{pmatrix} 0.6 & 0.615 & 0.545 \\ 0.3 & 0.308 & 0.364 \\ 0.1 & 0.077 & 0.091 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{求和}} \begin{pmatrix} 1.760 \\ 0.972 \\ 0.268 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{归一化}} \begin{pmatrix} 0.587 \\ 0.324 \\ 0.089 \end{pmatrix} = \boldsymbol{\omega}$$

$$\boldsymbol{A\omega} = \begin{pmatrix} 1.769 \\ 0.974 \\ 0.268 \end{pmatrix}, \quad \lambda = \frac{1}{3}\left(\frac{1.769}{0.587} + \frac{0.974}{0.324} + \frac{0.268}{0.089}\right) = 3.009$$

计算得：$\boldsymbol{\omega} = (0.588, 0.322, 0.090), \lambda = 3.013$

应用实践 1 “爸爸去哪儿”节目吸引受众因素分析(1)

1. 案例背景

从 2013 年 10 月份开始，一档真人秀节目迅速吸引了内地观众的关注，它就是湖南卫视于 10 月 11 号开播的“爸爸去哪儿”。这一节目播出之后以迅雷之势引起社会广泛关注和讨论，收视率节节攀升，广告商蜂拥而至。“爸爸去哪儿”成为继“我是歌手”、“中国好声音”等节目之后最受欢迎的综艺节目之一。作为一档令中国观众耳目一新，形式创新、风格鲜明的真人秀节目。“爸爸去哪儿”如此火爆究竟是什么因素在驱动？本案例将设计指标体系，应用层次分析法和模糊综合评价法对“爸爸去哪儿”这一节目吸引受众的因素进行分析。

2. 评价模型的构建

1) 指标体系

将“爸爸去哪儿”节目吸引受众因素评价指标体系一共分为 A、B、C 三个层次，建立指标体系，如图 3.3 所示。

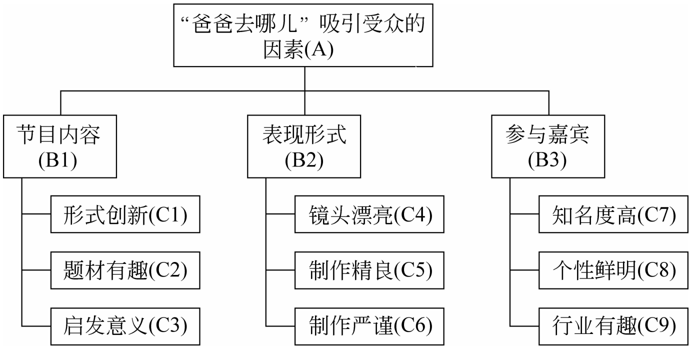

图 3.3　节目吸引受众因素评价指标体系

2）构造判断矩阵

针对指标体系设计调查问卷，并运用"问卷星"面向"爸爸去哪儿"的观众群发放调查问卷。共收回问卷 113 份，其中有效问卷 100 份。由于是探究节目指标的吸引受众因素，所以在构造判断矩阵时，笔者根据受众在填写调查问卷时对各层次各指标吸引程度的打分结果，确定每层各个指标的相对重要程度，并且按照层次结构模型，从上到下逐层构造了判断矩阵。每一层元素都以相邻上层次各元素为准则，按 1～9 标度方法两两比较构造判断矩阵。每层的判断矩阵如表 3.4～表 3.7 所示。

表 3.4　总目标 A 的判断矩阵

A	节目内容(B1)	表现形式(B2)	参与嘉宾(B3)
节目内容(B1)	1	5	2
表现形式(B2)	1/5	1	1/4
参与嘉宾(B3)	1/2	4	1

表 3.5　节目内容(B1)的判断矩阵

B1	形式创新（C1）	题材有趣（C2）	启发意义（C3）
形式创新（C1）	1	1/5	2
题材有趣（C2）	5	1	5
启发意义（C3）	1/2	1/5	1

表 3.6　表现形式(B2)的判断矩阵

B2	镜头漂亮（C4）	制作精良（C5）	制作严谨（C6）
镜头漂亮（C4）	1	2	5
制作精良（C5）	1/2	1	5
制作严谨（C6）	1/5	1/5	1

表 3.7　参与嘉宾(B3)的判断矩阵

B3	知名度高（C7）	个性鲜明（C8）	行业有趣(C9)
知名度高（C7）	1	1/2	3
个性鲜明（C8）	2	1	5
行业有趣(C9)	1/3	1/5	1

3）判断矩阵一致性检验

采用**根法**计算得到最大特征根及其对应的特征向量，并进行一致性检验，结果如下($\boldsymbol{A}$为判断矩阵，$\boldsymbol{\omega}$为权重矩阵)。

（1）准则层三个指标的计算结果

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 1/5 & 1 & 1/4 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0.569541 \\ 0.097390 \\ 0.333069 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 3.02460, \quad \mathrm{CR} = 0.02365 < 0.1$$

因此，相对于总目标，B层的指标节目内容、参与嘉宾和表现形式权重分别为：0.5695，0.0974，0.3331。

（2）对于准则节目内容(**B1**)判断矩阵的计算结果

$$\mathbf{B1} = \begin{bmatrix} 1 & 1/5 & 2 \\ 5 & 1 & 5 \\ 1/2 & 1/5 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0.178620 \\ 0.708856 \\ 0.112524 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 3.05362, \quad \mathrm{CR} = 0.05156 < 0.1$$

（3）对于准则表现形式(**B2**)判断矩阵的计算结果

$$\mathbf{B2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1/2 & 1 & 5 \\ 1/5 & 1/5 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0.559065 \\ 0.352189 \\ 0.088746 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 3.05362, \quad \mathrm{CR} = 0.05156 < 0.1$$

（4）对于准则参与嘉宾(**B3**)判断矩阵的计算结果

$$\mathbf{B3} = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1/3 & 1/5 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0.308996 \\ 0.581552 \\ 0.109452 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 3.00369, \quad \mathrm{CR} = 0.00355 < 0.1$$

3. 计算方法

采用**根法**计算得到最大特征根及其对应的特征向量过程如下。

1）准则层三个指标的计算过程

准则层三个指标的计算过程如图 3.4～图 3.5 所示。

图 3.4 准则层指标计算过程 1

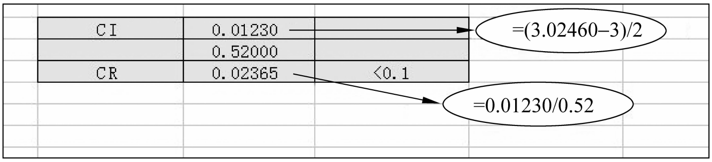

图 3.5 准则层指标计算过程 2

2）节目内容(**B1**)判断矩阵的计算过程如图 3.6～3.7 所示。

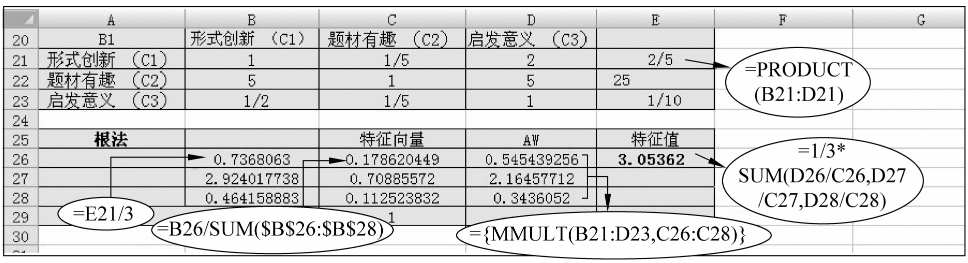

图 3.6 节目内容(**B1**)判断矩阵的计算过程 1

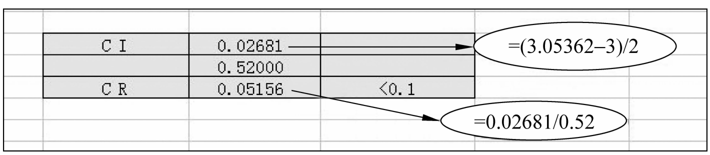

图 3.7 节目内容(**B1**)判断矩阵的计算过程 2

3）表现形式(**B2**)判断矩阵的计算过程如图 3.8～3.9 所示。

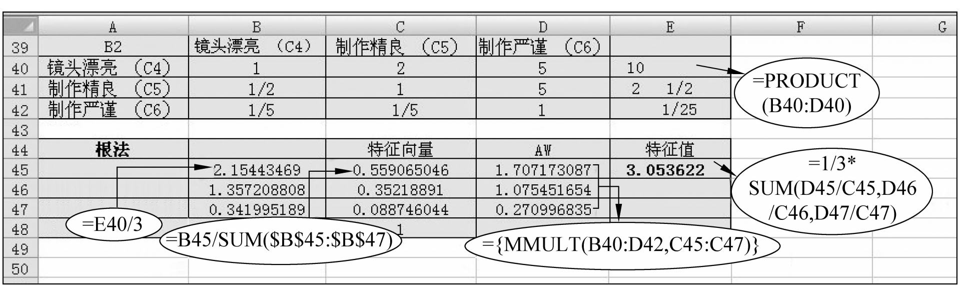

图 3.8 表现形式(**B2**)判断矩阵的计算过程 1

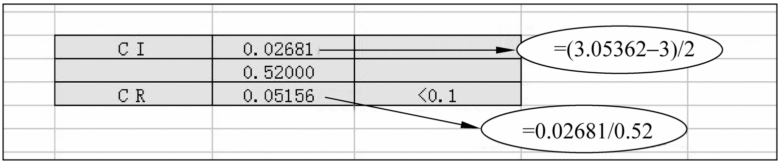

图 3.9　表现形式(B2)判断矩阵的计算过程 2

4）参与嘉宾(**B3**)判断矩阵的计算过程如图 3.10～3.11 所示。

图 3.10　参与嘉宾(**B3**)判断矩阵的计算过程 1

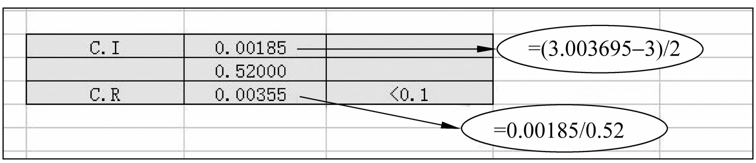

图 3.11　参与嘉宾(**B3**)判断矩阵的计算过程 2

4. 结论分析

通过计算得出 9 个指标对目标层 A 所占权重如表 3.8 所示。

表 3.8　9 个指标对目标层 A 所占权重

指标	形式创新	题材有趣	启发意义	镜头漂亮	制作精良	制作严谨	知名度高	个性鲜明	行业有趣
权重	0.1017	0.4037	0.0641	0.0544	0.0343	0.0086	0.1029	0.1937	0.0365

从表 3.8 中可以看出在以上 9 个关于“爸爸去哪儿”这个节目吸引受众的因素指标中，所占权重最大的是该节目的题材有趣，所占比重是 40.37%；其次是参与节目的嘉宾个性鲜明，所占比重是 19.37%；接着是参与嘉宾的高知名度和形式创新，所占比重分别为 10.29% 和 10.17%。可以看出关于节目的表现形式的三项指标所占比重皆很小，说明观众对其重视程度要低于其他两个方面。

应用实践 2　电视台频道部门绩效考核(1)

1. 案例背景

随着我国传媒走向市场化,传媒竞争日益加剧,建立起科学而合理的电视媒体绩效考核体系,是电视台管理走向科学化、规范化的必由之路,也是关系到电视台能够良好有效运行、参与市场竞争的重要环节。绩效考核是人力资源管理工作的一个重要组成部分,频道是电视台的核心部门。因此,对电视频道部门的绩效考核尤为重要。

电视台频道绩效评估的过程通常分为四个步骤:第一,建立绩效评价体系;第二,确定各类关键要素和各个评价因素的权重;第三,由电视台内部相关专家和考核部门对频道进行考核;第四,统计评价结果,作出频道部门的综合评价和相对价值排序。

2. AHP-模糊综合评价模型的建立

对电视台频道的绩效评估需要坚持定性评价与定量评价相结合的原则。AHP-模糊综合评价法可以有效地将绩效评估中的定性评价进行定量化处理,基本上可以实现总体上的量化评价,提高两种评价的可靠度,从而系统地提高电视台人力资源管理的有效性。

AHP-模糊综合评价模型主要由层次分析法和模糊综合评价法两部分组成,如图 3.12 所示。其中,模糊综合评价是在层次分析法的基础上进行的,两者相辅相成,共同提高了评价的可靠性与有效性。

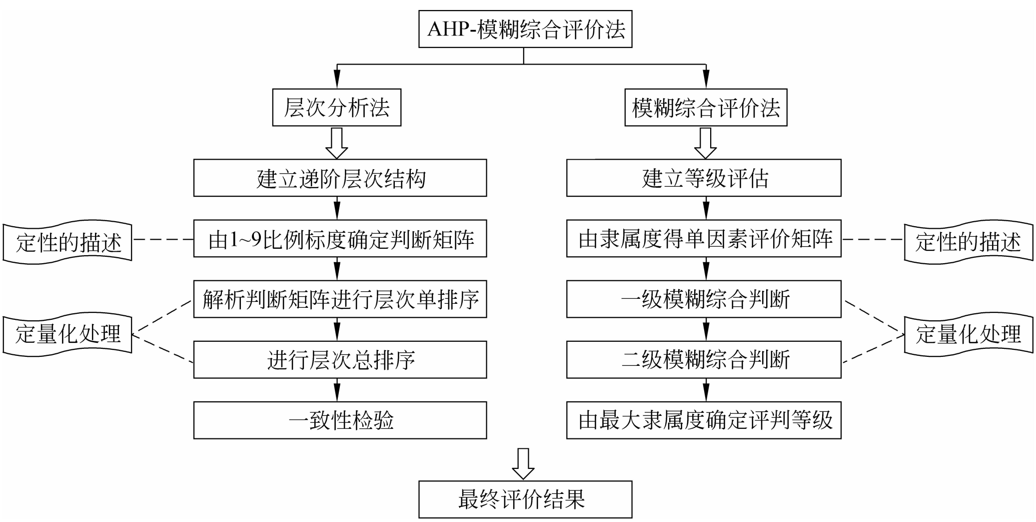

图 3.12　AHP-模糊综合评价法流程

AHP-模糊综合评价法应用于电视台频道绩效考核体系,要解决的是绩效考核体系中各指标的权重设置和主观性判断等问题。首先,通过运用层次分析法,计算评价体系中各指标权重;然后,借助模糊综合评价方法,将各位评价委员的评价结果进行模糊综合处理,科学地界定等级顺序。本案例从电视台频道绩效考核指标建立完成开始,详细论证 AHP-模糊

综合评价方法对于绩效考核的实际应用价值。

3. 指标体系及权重确定

1）指标体系

电视台频道绩效考核表 S 如表 3.9 所示。

表 3.9 电视台频道绩效考核表 S

考核频道：　　　　　　　　　　　　　　　　考核时段：

频道负责人					主考评人		
频道职责							
绩效考核指标	序号	KPI	序号	考核标准	考核目标值	权重系数	绩效得分
政治指标（A1）	B11	重大事件播报质量	01	在考核周期内若有党政会议是否全程报道			
			02	在考核周期内若有突发新闻是否第一时间报道			
			03	重大事件播报的准确性			
	B12	日常节目播报质量	01	舆论导向			
			02	采编内容质量			
	B13	党政建设	01	每月至少组织一次党员学习活动			
			02	每月至少组织一次党员干部下基层实践			
运营指标（A2）	B21	财务管理	01	广告收入			
			02	成本控制率控制在±X%为正常范围(栏目的统计周期为半年)			
	B22	受众影响	01	收视率			
			02	观众满意度			
			03	频道影响力			
发展指标（A3）	B31	节目发展	01	新栏目数量或比率			
			02	节目制作周期			
	B32	员工成长	01	员工满意度			
			02	员工流动率			
			03	员工培训次数			
补充说明							
初评分值							

2）指标权重的确定

(1) 由 1～9 比例标度法对每一层次的评价指标的相对重要性进行定性描述，并定量化表示，确定两两比较判断矩阵。

S 层—A 层(一级评价体系)

$$\boldsymbol{S}=\begin{array}{c|ccc} \textbf{S} & \textbf{A1} & \textbf{A2} & \textbf{A3} \\ \hline \textbf{A1} & 1 & 2 & 4 \\ \textbf{A2} & 1/2 & 1 & 1 \\ \textbf{A3} & 1/4 & 1 & 1 \end{array}$$

A 层—B 层(二级评价体系)：

$$\textbf{A1}=\begin{array}{c|ccc} \textbf{A1} & \textbf{B11} & \textbf{B12} & \textbf{B13} \\ \hline \textbf{B11} & 1 & 4 & 3 \\ \textbf{B12} & 1/4 & 1 & 1/3 \\ \textbf{B13} & 1/3 & 3 & 1 \end{array}$$

$$\textbf{A2}=\begin{array}{c|cc} \textbf{A2} & \textbf{B21} & \textbf{B22} \\ \hline \textbf{B21} & 1 & 1 \\ \textbf{B22} & 1 & 1 \end{array}$$

$$\textbf{A3}=\begin{array}{c|cc} \textbf{A3} & \textbf{B31} & \textbf{B32} \\ \hline \textbf{B31} & 1 & 1/2 \\ \textbf{B32} & 2 & 1 \end{array}$$

(2) 运用 MATLAB 软件求解各判断矩阵，得出单一准则下被比较元素的相对权重，即层次单排序。

S 层—A 层的判断矩阵：

权重向量：

$$\boldsymbol{\omega}=(\textbf{A1},\textbf{A2},\textbf{A3})^{\mathrm{T}}=(0.5842,0.2318,0.1840)^{\mathrm{T}}$$

最大特征根：

$$\lambda_{\max}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{(\boldsymbol{S}\omega)_i}{\omega_i}=3.0536$$

一致性检验：

$$\mathrm{CI}=0.0268,\quad \mathrm{RI}=0.5800$$

则 $\mathrm{CR}=\frac{\mathrm{CI}}{\mathrm{RI}}<0.1$，说明判断矩阵 $\boldsymbol{S}$ 具有满意的一致性，因此，由判断矩阵计算出来的一级评价指标的权重向量值是比较可靠的。

A 层—B 层的判断矩阵：

判断矩阵 **A1** 求解的结果如下：

权重向量：

$$\boldsymbol{\omega}=(\textbf{B11},\textbf{B12},\textbf{B13})^{\mathrm{T}}=(0.6144,0.1172,0.2648)^{\mathrm{T}}$$

最大特征根：

$$\lambda_{\max}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{(\boldsymbol{S}\omega)_i}{\omega_i}=3.0735$$

一致性检验：

$$CI = 0.0268, \quad RI = 0.5800$$

则 $CR = \frac{CI}{RI} < 0.1$，说明判断矩阵 $\boldsymbol{S}$ 具有满意的一致性，因此，由判断矩阵计算出来的一级凭借指标的权重向量值是比较可靠的。

判断矩阵 **A2** 求解的结果如下：

权重向量：

$$\boldsymbol{\omega} = (\mathbf{B21}, \mathbf{B22})^{T} = (0.5000, 0.5000)^{T}$$

判断矩阵 **A3** 求解的结果如下：

权重向量：

$$\boldsymbol{\omega} = (\mathbf{B31}, \mathbf{B32})^{T} = (0.3333, 0.6667)^{T}$$

由于阶数小于 3 的矩阵总是具有完全满意的一致性，因此不需要进行一致性检验。

(3) 进行层次总排序。计算同一层次所有元素的组合权重，结果如表 3.10 所示。

表 3.10　权重加权统计

A 级指标	权重	B 级 指 标	权重	B 级 指 标	权重总排序
政治指标	0.5842	重大事件播报质量	0.6144	重大事件播报质量	0.3589
		日常节目播报质量	0.1172	日常节目播报质量	0.0685
		党政建设	0.2684	党政建设	0.1568
运营指标	0.2318	财务管理	0.5000	财务管理	0.1159
		受众影响	0.5000	受众影响	0.1159
发展指标	0.1840	节目发展	0.3333	节目发展	0.0613
		员工成长	0.6667	员工成长	0.1227

从该表中可以看出，每一个指标的相对重要性得到了明显的体现。

3.2　模糊综合评价

决策过程涉及社会、心理、主观意愿和工作经验等因素，这些因素大都具有模糊特征与动态性质，将模糊集理论引入决策问题形成模糊决策是发展的必然。

3.2.1　模糊综合评价概述

事物的模糊性是指客观事物在中介过渡时所呈现的“亦此亦彼性”。

(1) 清晰的事物：每个概念的内涵(内在含义或本质属性)和外延(符合本概念的全体)都必须是清楚的、不变的，每个概念非真即假，有一条截然分明的界线，如男、女。

(2) 模糊性事物：由于人未认识，或有所认识但信息不够丰富，使其模糊性不可忽略。它是一种没有绝对明确的外延的事物，如美与丑等。人们对颜色、气味、滋味、声音、容貌、冷暖、深浅等的认识就是模糊的。

“事物的复杂性与精确性的矛盾是当代科学的一个基本矛盾”，由此促使着模糊数学的产生和发展。“模糊”并非坏事，在有些情况下它比精确更有意义，会带来更好的效果。如模糊描述人的特征，对人进行模糊综合评价。郑板桥讲“难得糊涂”，实际上包含了难得模糊的哲理。很多时候，人们不仅要从多种因素考虑，且一般只能用模糊语言描述。如显示器的舒适性、某建设方案的社会影响等。

评价者从诸因素出发，参照有关信息，根据其判断对复杂问题分别作出“大、中、小”，“好、较好、一般、较差、差”等程度性的模糊评价。多因素评价要同时综合考虑的因素很多，而各因素重要程度又不同，使问题变得很复杂。如用经典数学方法来解决综合评价问题，就显得很困难。而模糊数学则为解决模糊综合评价问题提供了理论依据，从而找到了一种简便而有效的评价与决策方法。

3.2.2 模糊集的基本概念

1904 年谓词逻辑的创始人 G. Frege 就提出了含糊(Vague)一词。在全域上存在一些个体既不能在其某个子集上分类，也不能在该子集的补集上分类，G. Frege 把它归结到边界线上。1965 年，Zadeh 提出了模糊集，不少科学家和逻辑学家试图通过这一理论解决 G. Frege 的含糊概念。模糊集理论采用隶属度函数来处理模糊性。

1. 模糊集合

定义 3.1 设 X 为一基本集，若对每个 $x\in X$ 都指定一个数 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\in[0,1]$，则定义模糊子集 $\underset{\sim}{A}=\left\{\left|\dfrac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)}{x}\right| x\in X\right\}$，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$称为 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属函数，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)$称为元素 x_i 的隶属度。

隶属函数就是，论域中的元素 u 与模糊集合 $\underset{\sim}{A}$ 的关系。

例 3.4 以年龄为论域，$U=[0,100]$，以 A 表示模糊子集“青年人”。一般认为 25 岁以下的均为青年人，超过 25 岁的人“年轻”程度逐年下降，见图 3.13。A 的隶属函数为：

$$\mu_A(u)=\begin{cases}1 & 0\leqslant u\leqslant 25\\ \left[1+\left(\dfrac{u-25}{5}\right)^2\right]^{-1} & 25<u\leqslant 100\end{cases}$$

$\mu_{\text{青年人}}(\leqslant 25)=1$，$\mu_{\text{青年人}}(30)=0.5$，$\mu_{\text{青年人}}(40)=0.1$，$\mu_{\text{青年人}}(50)=0.04$。

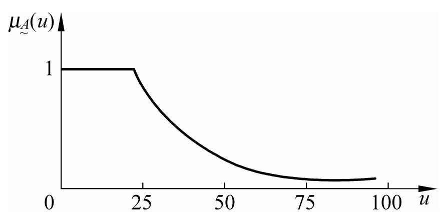

图 3.13 隶属函数图

2. 隶属函数的确定

模糊统计确定隶属函数的方法：先选取一个基本集，然后取其中任一元素 x_i，再考虑此元素属于集合 $\underset{\sim}{A}$ 的可能性。

$$\underset{\sim}{A}=\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(a_1)}{a_1}+\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(a_2)}{a_2}+\cdots+\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(a_i)}{a_i}+\cdots+\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(a_n)}{a_n}$$

公式中“$\sum$”不表示数字和，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(u_i)/u_i$ 也不表示分数，而是表示模糊集中的元素 u_i 及

其对应的隶属度 $\mu_{\underset{\sim}{A}}(u_i)$。

3. 截集

定义 3.2 设 $\underset{\sim}{A}$ 是论域 U 上的模糊子集，任取 $\lambda \in [0,1]$，集合 $A_\lambda = \{u \mid \mu_{\underset{\sim}{A}}(u) \geqslant \lambda, u \in U\}$ 则 A_λ 称为模糊子集 $\underset{\sim}{A}$的 λ 截集，其中 λ 称为阈值或置信水平。模糊子集 A_λ 与它的 λ 截集的关系如图 3.14 所示。

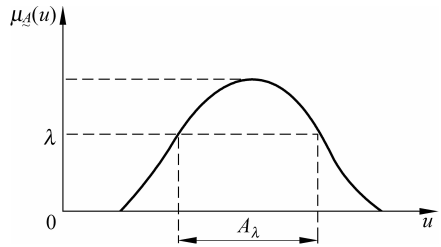

图 3.14　模糊集与截集的关系

3.2.3　模糊关系与模糊矩阵

1. 模糊关系

设 U、V 为论域 U 和 V 中任意元素所构成的元素对 (u,v) 的集合称为笛卡儿积，记作

$$U \times V = \{(u,v) \mid u \in U, v \in V\}$$

定义 3.3 $U \times V$ 上的一个模糊子集称为 U 到 V 上的一个模糊关系，记作 $\underset{\sim}{R}$。即

$$\underset{\sim}{R} = \{(u,v) \mid u \in U, v \in V; 0 \leqslant \mu_{\underset{\sim}{R}}(u,v) \leqslant 1\}$$

其中 $\mu_{\underset{\sim}{R}}(u,v): U \times V \to [0,1]; (u,v) \to \mu_{\underset{\sim}{R}}(u,v)$

给定评价指标因素的有限集合 $U = \{u_1, u_2, \cdots, u_n\}$，评语的有限集合 $V = \{v_1, v_2, \cdots, v_m\}$，相对某一单项评价因素 u_1 而言，评价结果可以用评语集合 V 这一论域上的模糊子集 $\underset{\sim}{B}_1$ 来描述：

$$\underset{\sim}{B}_1 = \mu_1/v_1, \mu_2/v_2, \cdots, \mu_m/v_m$$

并简记为向量形式 $\boldsymbol{B}_1' = [\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_m]$。

例如，教材的评价。假如从科学性（u_1）、实践性（u_2）、适应性（u_3）、先进性（u_4）、专业性（u_5）等方面评价，则评价指标因素集为 $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$。若评价结果划分为“很好”（$v_1$）、“好”（$v_2$）、“一般”（$v_3$）、“差”（$v_4$）四个等级，评语集则为 $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$。

如只以科学性（u_1）一个因素来评定该教材，采用民意测验的方法，结果 16% 的人说“很好”，42% 的人说“好”，39% 的人说“一般”，3% 的人说“差”，则评价结果可用模糊集描述：

$$\underset{\sim}{B}_1 = 0.16/\text{很好} + 0.42/\text{好} + 0.39/\text{一般} + 0.03/\text{差}$$

$\underset{\sim}{B}_1'$ 可简记为向量形式 $\boldsymbol{B}_1' = [0.16, 0.42, 0.39, 0.03]$。

评价结果 $\underset{\sim}{B}_1$ 是评语集合 V 这一论域上的模糊子集。$\underset{\sim}{B}_1$ 就是对被评对象所做的单因素评价。

对多指标因素的综合评价，最终结果仍是评语集合 V 这一论域上的模糊子集，记作 $\underset{\sim}{B}$。

$$\underset{\sim}{B} = b_1/v_1 + b_2/v_2 + \cdots + b_m/v_m$$

简记为 m 维向量形式 $\boldsymbol{B}' = [b_1, b_2, \cdots, b_m]$。

其中 b_j 为 V 中相应元素的隶属度，且 $b_j \in [0,1]$，$j = 1, 2, \cdots, m$。

实际评价工作中，考虑到不同评价因素重要性的区别，评价因素集合是因素集 U 这一论域上的模糊子集，记作 $\underset{\sim}{A}$。

$$\underset{\sim}{A} = a_1/u_1 + a_2/u_2 + \cdots + a_n/u_n$$

简记为 n 维向量形式 $\underset{\sim}{\boldsymbol{A}}' = [a_1, a_2, \cdots, a_n]$。

其中 a_i 为 U 中相应元素的隶属度，且 $a_i \in [0,1]$，$\sum_{i=1}^{n} a_i = 1$。

2．模糊矩阵的合成运算

由两个或两个以上的关系形成的一个新的关系，叫做合成关系。设 X 是某人群集合，S 是 X 上的兄弟关系，R 是 X 上的父子关系，T 是 X 上的叔侄关系。

假设 3 个人 x、y、z，若 $(x,y) \in S$，$(y,z) \in R$，则 $(x,z) \in T$，我们称叔侄关系是兄弟关系和父子关系的合成。

设 $\underset{\sim}{\boldsymbol{R}} = (r_{ij})_{n\times m}$，$\underset{\sim}{\boldsymbol{S}} = (s_{jk})_{m\times p}$，若 $t_{ik} = \bigvee_{j=1}^{m} [r_{ij} \wedge s_{jk}]$ $(1 \leqslant i \leqslant n, 1 \leqslant j \leqslant m)$，则 $\boldsymbol{T} = (t_{ik})_{n\times p}$ 称为 $\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}$ 对 $\underset{\sim}{\boldsymbol{S}}$ 的合成矩阵，记作 $\underset{\sim}{\boldsymbol{T}} = \underset{\sim}{\boldsymbol{R}} \circ \underset{\sim}{\boldsymbol{S}}$。

广义模糊算子主要有下列 3 种。

1）主因素决定型——$M(\wedge, \vee)$ 型

$$b_j = \bigvee_{i=1}^{n} (a_i \wedge r_{1j}) = \max\{\min(a_1, r_{1j}), \min(a_2, r_{2j}), \cdots, \min(a_n, r_{nj})\} (j = 1, 2, \cdots, m)$$

2）主因素突出型——$M(\cdot, \vee)$ 型

$$b_j = \bigvee_{i=1}^{n} (a_i r_{ij}) = \max\{a_1 r_{1j}, a_2 r_{2j}, \cdots, a_n r_{nj}\} (j = 1, 2, \cdots, m)$$

3）加权平均型 $M(\cdot, +)$

$$b_j = \sum_{i=1}^{n} a_i r_{ij} \quad (j = 1, 2, \cdots, m)$$

在上述各式中，$\wedge$ 表示 min 称为模糊积；$\vee$ 表示 max 称为模糊并；$\cdot$ 表示普通积；$+$ 表示和。根据分析表明：加权平均型比较接近人们的经验评判，但计算出的结果不明细；主因素决定型信息利用率不高，计算结果偏差变化大；主因素突出型利用信息比较充分。

3．模糊变换

设论域 U，V 均为有限集，$U = \{u_1, u_2, \cdots, u_n\}$，$V = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$，$U$ 上的模糊子集可以表示为 n 维模糊向量

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{A}} = (\mu_{\underset{\sim}{A}}(u_1), \mu_{\underset{\sim}{A}}(u_2), \cdots, \mu_{\underset{\sim}{A}}(u_n)) = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$$

同样，V 上的模糊子集也可以表示为 m 维向量

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{B}} = (\mu_{\underset{\sim}{B}}(v_1), \mu_{\underset{\sim}{B}}(v_2), \cdots, \mu_{\underset{\sim}{B}}(v_m)) = (b_1, b_2, \cdots, b_m)$$

设 U 到 V 上的一个模糊关系为 $\underset{\sim}{R}$，其模糊矩阵为

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{R}} = (r_{ij})_{n\times m} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nm} \end{bmatrix}$$

根据模糊矩阵的合成运算，模糊关系 $\underset{\sim}{R}$ 确定了一个变换。根据这个变换，对 U 上任意

一个模糊子集$\underset{\sim}{A}$，有V上的一个模糊子集与之对应，即$\underset{\sim}{B}=\underset{\sim}{A}\circ\underset{\sim}{R}$，则称$\underset{\sim}{R}$导出了从$U$到$V$的模糊变换。

一个模糊综合评价问题，就是将评价因素集合U这一论域上的一个模糊集合$\underset{\sim}{A}$经过模糊关系变换为评语集合V这一论域上的一个模糊集合$\underset{\sim}{B}$，即$\underset{\sim}{B}=\underset{\sim}{A}\circ\underset{\sim}{R}$。

上式即模糊综合评价的数学模型。其中：

$\underset{\sim}{\boldsymbol{B}}'$——模糊综合评价的结果，是$m$维模糊行向量。

$\underset{\sim}{\boldsymbol{A}}'$——模糊评价因素权重集合，是$n$维模糊行向量。

$\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}'$——从$U$到$V$的一个模糊关系，是$n\times m$矩阵。

$\circ$——称为综合评判合成算子。

其元素$r_{ij}\begin{pmatrix} i=1,2,\cdots,n \\ j=1,2,\cdots,m \end{pmatrix}$表示根据第$i$个因素，做出第$j$种评语的可能程度。

3.2.4 模糊综合评价

1. 模糊综合评价步骤

（1）设定评价指标因素集U。

（2）设定评语集V。

（3）确定评价指标权重集$\underset{\sim}{A}$。

（4）用民意测验方法请专家实施评价。

（5）建立评价矩阵$\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}$。

（6）按数学模型进行综合评价。

（7）归一化处理，得出具有可比性的综合评价结果。

2. 多层次模糊综合评价

1）对因素集合$U=\{u_1,u_2,\cdots,u_n\}$按属性划分为若干子集

设划分$U=\{U_1,U_2,\cdots,U_k\}$，划分应当满足$\sum_{i=1}^{k}U_i=U$，$U_i\cap U_j=\varnothing$，$i\neq j$。第2层次因素子集$U_i(i=1,2,\cdots,k)$所包含元素为$U_i=\{u_{i1},u_{i2},\cdots,u_{in_i}\}$。

2）对第2层次每个U_i的n_i个元素进行综合评价

设评语集为$V=\{v_1,v_2,\cdots,v_m\}$，U_i中各因素的权向量为$\underset{\sim}{\boldsymbol{A}}_i=(a_{i1},a_{i2},\cdots,a_{in_i})$，综合评价矩阵为$\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}_i$，于是综合评价向量$\underset{\sim}{\boldsymbol{B}}_i=\underset{\sim}{\boldsymbol{A}}_i\circ\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}_i=(b_{i1},b_{i2},\cdots,b_{im})$，$(i=1,2,\cdots,k)$

3）进行第1层次各子集的综合评价

在第1层次将子集U_i当作一个因素，第2层次综合评价向量$\underset{\sim}{\boldsymbol{B}}_i$作为$U_i$的单因素评价，设各子集的权重向量为$\underset{\sim}{\boldsymbol{A}}=(a_1,a_2,\cdots,a_k)$，综合评价矩阵为

$$\underset{\sim}{\boldsymbol{R}}=\begin{bmatrix}\underset{\sim}{B}_1\\ \underset{\sim}{B}_2\\ \vdots\\ \underset{\sim}{B}_k\end{bmatrix}=(b_{ij})_{k\times m}$$

总的综合评价向量为 $\underset{\sim}{B}=\underset{\sim}{A}\circ\underset{\sim}{R}=(b_1,b_2,\cdots,b_m)$

应用实践 1　“爸爸去哪儿”节目吸引受众因素分析(2)

在应用实践 1 前面的部分中，用 AHP 方法对吸引受众因素的指标的权重进行了确定。下面结合模糊综合评价法，对“爸爸去哪儿”节目的受众因素进一步进行分析。

1. 模糊综合评价指标体系

运用模糊综合评价法建立评价指标体系如下。

(1) 第一层为总目标因素集：

$$U=\{U_1,U_2,\cdots,U_n\}=\{\text{节目内容,表现形式,参与嘉宾}\}$$

(2) 第二层为子目标因素集：

$$U_1=\{U_{11},U_{12},U_{13}\}=\{\text{形式创新,题材有趣,启发意义}\}$$
$$U_2=\{U_{21},U_{22},U_{23}\}=\{\text{镜头漂亮,制作精良,制作严谨}\}$$
$$U_3=\{U_{31},U_{32},U_{33}\}=\{\text{知名度高,个性鲜明,行业有趣}\}$$

2. 评价集的确定

针对上述子目标集中的 9 个指标设计调查问卷，使“爸爸去哪儿”的受众对其认同程度分别作出评价。认同程度分为 5 级，分别为很不同意、不同意、一般、同意和很同意。

V 表示定性评价的评价域 $V=\{V_1,V_2,V_3,V_4,V_5\}$。

3. 权重的确定

采用 AHP 方法确定出了各层指标所占权重如表 3.11 所示。

表 3.11　各层指标权重

A 选择吸引受众因素	U_1 节目内容：0.5695	U_{11} 形式创新：0.1786
		U_{12} 题材有趣：0.7089
		U_{13} 启发意义：0.1125
	U_2 节目内容：0.0974	U_{21} 镜头漂亮：0.5591
		U_{22} 制作精良：0.3522
		U_{23} 制作严谨：0.0887
	U_3 节目内容：0.3331	U_{31} 知名度高：0.3090
		U_{32} 个性鲜明：0.5816
		U_{33} 行业有趣：0.1095

4. 模糊判断矩阵的确定和计算

笔者设计了调查问卷调查观众对于“爸爸去哪儿”这一节目的 9 个方面指标的认同程