

货币时间价值

学习目标

- 理解货币时间价值概念
- 掌握货币时间价值计算方法
- 掌握债券估值方法
- 掌握股票估值方法



引导案例

24 美元也能买下曼哈顿岛

24 美元买下曼哈顿！这并不是一个荒唐的痴人说梦，而是一个流传已久的故事，也是一个可以实现的愿望，更是一个老生常谈的投资方式，但是做得到的人不多。

故事是这样的：1626 年，荷属美洲新尼德兰省总督 Peter Minuit 花了大约 24 美元从印第安人手中买下了曼哈顿岛。而到 2000 年 1 月 1 日，曼哈顿岛的价值已经达到了约 2.5 万亿美元。以 24 美元买下曼哈顿，Peter Minuit 无疑占了一个天大的便宜。

但是，如果转换一下思路，Peter Minuit 也许并没有占到便宜。如果当时的印第安人拿着这 24 美元去投资，按照 11%（美国近 70 年股市的平均投资收益率）的投资收益计算，到 2000 年，这 24 美元将变成 2 380 000 亿美元，远远高于曼哈顿岛的价值 2.5 万亿美元，几乎是其现在价值的十万倍。如此看来，Peter Minuit 是吃了一个大亏。是什么神奇的力量让资产实现了如此巨大的倍增？

是复利。长期投资的复利效应将实现资产的翻倍增值。爱因斯坦就说过：“宇宙间最大的能量是复利，世界的第八大奇迹是复利。”一个不大的基数，以一个即使很微小的量增长，假以时日，都将膨胀为一个庞大的天文数字。那么，即使以像 24 美元这样的起点，经过一定的时间之后，你也一样可以买得起曼哈顿这样的超级岛屿。

资料来源：<http://forex.hexun.com/2008-07-14/107411068.html>

3.1 货币的时间价值

3.1.1 货币的时间价值的概念

1. 资金的收入

资金或者货币，是工商企业生产经营活动中一个动态因素，使用一次资金就发生一次成

本,这和企业使用员工而发生工资一样。资金的收入,是指资金被使用的报酬,从某种意义上讲,是资金的所有权和使用权相分离的产物。

提供资金是应该具有收益的,其理由如下:首先,资金的提供者应该获得收益,是因为使用者在占有资本期间,使用了提供者的资金;其次,资金提供者在提供给使用者资金期间要承担风险;最后,对资金提供者积累和提供资金的奖励。

关于时间价值,目前人们的认识还存在差异。西方学者认为,在不存在风险和通货膨胀的情况下,今天1元钱的价值必定大于1年后1元钱的价值。例如,投资者投资一笔资金,如1万元,那么从投资时起就失去了使用这1万元的机会和权利。按时间计算这一投资报酬或付出的代价,就是时间价值(time value)。

货币时间价值(time value in money),是指货币经过一定时间的投资所增加的价值,也称为资金的时间价值。货币具有时间价值,仅仅当它投入生产经营活动或存入银行,才能产生时间价值,若把它存放在柜子里,该笔资金是不可能具有时间价值的。

一般来看,货币在运用过程中增加的价值并不全部是货币的时间价值,其中还包括投资者在投资过程中因承担投资风险和通货膨胀而获得的补偿,因此,时间价值应当是在扣除风险报酬和通货膨胀贴水后的真实报酬率。

货币时间价值有两种表现形式:一种是绝对数形式,即资金价值的绝对增加额;另一种是相对数形式,即时间价值率,是指扣除风险报酬和通货膨胀贴水后的平均报酬率。

相关链接 3-1

《圣经》新约全书中的“马太福音”中有这样一个故事:一个国王远行前,交给三个仆人每人一锭银子,吩咐他们:“你们去做生意,等我回来时,再来见我。”国王回来时,第一个仆人说:“主人,你给我的一锭银子,我已赚了10锭。”于是国王奖励他10座城邑。第二个仆人报告说:“主人,你给我的一锭银子,我已赚了5锭。”于是国王奖励了他5座城邑。第三个仆人报告说:“主人,你给我的一锭银子,我一直包在手绢里存着,我怕丢失,一直没有拿出来。”于是国王命令将第三个仆人的一锭银子也赏给第一个仆人,并且说:“凡是少的,就连他所有的也要夺过来。凡是多的,还要给他,叫他多多益善。”

从货币时间价值角度来看,这个故事有什么启示?

2. 利息

(1) 利息(interest)。利息,是使用借贷资金所付出的代价,它是衡量资金随时间变化的尺度。利息按其表现形式可以分为:收益利息;合同利息,如存款利息、股息、债息等;隐含利息,如资金被冻结而无报酬的场合,是丧失机会的利息。

(2) 单利(simple interest)。单利计息,仅以本金为基数计算利息,不把已产生的利息也作为本金计算利息,即利息不再产生利息。其利息公式为:

$$I = P \times i \times n \quad (3-1)$$

式中: I 为利息; P 为本金; i 为每期的单利率(%); n 为计算利息的期数。

而 n 期之后的本息之和,即单利终值的公式则为:

$$F = P + I = P(1 + i \times n) \quad (3-2)$$

式中: F 为 n 年年末的终值,即本金与利息之和。

思考 3-1 张先生在银行里存入 10 000 元,拟 5 年后取出,已知 1 年期利息率为 6%,3 年期利息率 8%,按单利计息。

试问:有几种存款方式?何种存款方式最佳?

(3) 复利(compound interest)。复利,是以本金加上前期的利息之和为基数,计算其利息。在复利计息体系中,每期利息在以后每期均可产生利息。民间通俗的说法,就是“利滚利”。

【例 3-1】 李先生借款 1 000 元,期限 3 年,利率 5%,以复利方式计息。

试求:李先生第 3 年年末应偿还的资金为多少?

解:按单利方式计算,结果如表 3-1 所示。

表 3-1 按单利方式计算复利			金额单位:元
计息期	年初欠	年 利 息	年末本利和
1	1 000	$50(1\,000 \times 5\%)$	1 050
2	1 050	$52.5(1\,050 \times 5\%)$	1 102.5
3	1 102.5	$55.125(1\,102.5 \times 5\%)$	1 157.625

由计算结果可知,第 3 年年末李先生应偿还本息和共 1 157.625 元,比较一下单利的情况,其本息和为 1 150 元,相差 7.625 元,似乎差别不大;但如果货币单位是百万、千万,甚至是亿,复利与单利的利息之差,就相当大了。

(4) 等值。等值(equivalent),是指在利率一定的条件下,两个或多个不同时点发生的现金流量(或货币额度),虽然数额不等(绝对值),但其价值保持相等。

换言之,可以把任一时点的资金(或货币额度),按一定的利率换算为另一特定时点不同数额的资金(或货币额度);而这不同时点的两个不同数额的资金(或货币额度),在经济上(或财务上)的作用是相等的,有相等的经济价值,即资金(或货币额度)是等值的。

例如,现在的 100 元,在年利率为 8%的条件下,与一年后的 108 元,虽然资金数额不等,但其经济价值是相等的,即二者是等值的。

值得注意的是,在以后的讨论中,不同时点的现金流量,不能直接相加减;并且,不同方案的不同时点的现金流量,不能直接比较大小。

相关链接 3-2

利滚利合法了,但利息有规定

“只要不超过银行同期同类贷款利率的 4 倍,出借人可以将利息计入本金请求借款人支付复利,也就是通常所说的利滚利。”昨日,市高院民二庭法官解读了市高院日前出台的《关于审理民间借贷纠纷案件若干问题的指导意见》。

近年来,民间借贷纠纷案件急剧上升,民间借贷纠纷案件的受审数量,占到了整个商事案件的三分之一还多,涉案标的逐年增大。

市高院经过一年多的调研,出台了《关于审理民间借贷纠纷案件若干问题的指导意见》(以下简称《意见》)。《意见》共 20 条,适用于自然人与非金融企业之间或者自然人相互之间的借贷纠纷。

利滚利不等同于高利贷。

在市高院昨天举行的新闻发布会上,《意见》中第十三条对于复利的计算成了媒体关注的亮点。这一条明确指出,出借人根据约定将利息计入本金请求借款人支付复利的,只要约定利率不超出人民银行公布的同期同类贷款利率的4倍,法院应予以支持。

普通市民可以计算复利。

此前,法院审理金融案件时,普通市民如果请求计算复利,法院通常情况下不予支持。《意见》首次明确,对复利的计算不再是银行等金融机构特有的权利,对普通市民也赋予了此项权利。

例如,若出借人出借的本金为100万元,约定出借期为一年,假定年利息为6万元,一年还款期到后,借款人未按时归还本息,下一年本金则为106万元,并开始以此数额计算利息。

资料来源:重庆晨报,2011-8-23(B26)

(5) 现金流量图。现金流量图(cash flow diagram),是反映财务活动(或经济活动)中资金运动状态的图形,即把财务活动中现金流量绘入一时间坐标图中,表示出各现金流量流进、流出与相应时间的对应关系。现金流量图的三要素是大小、流向和时间点。大小表示现金流量的额度,流向表示现金流量流进或流出,时间点表示现金流量流进或流出发生的时间点。

现金流量图可以直观地反映财务活动中现金流的状态,是学习货币时间价值的有效工具。

下面结合实例,说明现金流量图的画法。

① 现金流量图常用字母。

i (interest rate): 表示利息期的利率(利息/本金)。广义的利率有收益率、报酬率、利润率等。

n (number): 表示复利期数,一般有年、季、月、周、日等。

P (present): 表示本金、现值等;在时间标度上,它出现在零点,或出现在选定的任一时间单位的某一初始时点。

F (future): 表示未来值、终值等;在时间标度上,它出现在第 n 期期末(或第 n 年年末),或者出现在所选定的任意时间单位的某一未来期末时点。

A (annuity): 表示普通年金、等额年金等。指一定期限内每年(或每期)金额相等的现金流量。

② 现金流量图的画法。

- 以横轴为时间坐标,时间间隔相等,时间单位按需要选取(年、季、月等)。
- 以纵轴为现金流量坐标,单位为元、万元等,同一图中应统一。
- 现金流入为正,可选用向上的箭号线表示;现金流出为负,可选用向下的箭号线表示;箭号线长短只要能区别现金流量的多少即可,不必按比例确定。
- 时间坐标的原点,通常都取在投资时点。
- 通常规定初始投资发生在第一期期初,其他现金流量发生在当期期末。

【例 3-2】 陈女士存入银行1 000元,年利率5%,按复利计算。

问:第4年年末应收回资金多少? 要求做出相应的现金流量图。

分析作图步骤如下。

a. 作时间线示意图

根据例 3-2 的条件,存款期为 4 年,作一条水平时间线,平均分成 4 等份,并标上相应时间(年份)序号,如图 3-1 所示。在图上,时间序号 0 表示现在,时间序号 1 表示从现在起的第 1 年年末,换言之,序号 1 也表示第 2 年年初,以此类推。

b. 作现金流量示意图

陈女士存入现金是资金流出,在第 1 期期初,箭号线向下, $P=1\,000$ 元;4 年后回收本息,是资金的流入,在第 4 年年末,箭号线向上, F 是未知的。分别如图 3-1 所示。

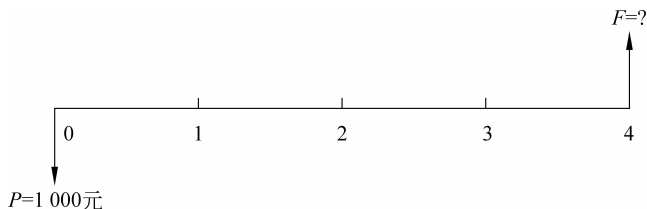


图 3-1 存款的现金流量

3.1.2 基本复利公式

1. 复利终值与复利现值

复利终值和复利现值,是货币时间价值的两种主要表现形式。其共同特点,均是一次性现金流。

(1) 复利终值

复利终值(compound amount),是指现在一定量的本金,按复利计算若干期后的本利之和。

【例 3-3】 沿用例 3-2 的相关资料,经过 1 年时间,陈女士存在银行 1 000 元资金的本利和是多少呢?

解: 按单利方式计算,由式(3-2)可得:

$$F = P + P \times i = P \times (1 + i) = 1\,000 \times (1 + 5\%) = 1\,050 (\text{元})$$

式中: F 为终值,即本利和; P 为现值,即初始本金; i 为年利率,即报酬率。

那么,第 2 年年末陈女士存在银行 1 000 元资金的本来和是多少? 这一问题相当于把 1 050 元再存 1 年,则其本利和为:

$$\begin{aligned} F &= [P \times (1 + i)] \times (1 + i) \\ &= P \times (1 + i)^2 \\ &= 1\,000 \times (1 + 5\%)^2 \\ &= 1\,102.5 (\text{元}) \end{aligned}$$

以此类推,可得第 4 年年末陈女士 1 000 元存款的本来和为:

$$\begin{aligned} F &= P \times (1 + i)^4 \\ &= 1\,000 \times (1 + 5\%)^4 \\ &= 1\,000 \times 1.215\,5 \\ &= 1\,215.5 (\text{元}) \end{aligned}$$

综上可得,复利终值的计算公式如下:

$$F = P \times (1+i)^n \quad (3-3)$$

式(3-3)是计算复利终值的一般公式,其中 $(1+i)^n$ 是计算复利终值的系数(或1元的复利终值),即复利终值系数(future value interest factor, FVIF),可以写成 $FVIF_{i,n}$,或 $(F/P, i, n)$,则复利终值公式(3-3)也可表示为:

$$F = P \times (1+i)^n = P \times FVIF_{i,n} = P \times (F/P, i, n) \quad (3-4)$$

式中:各符号含义与前述相同。

$(F/P, i, n)$, $FVIF_{i,n}$ 都是复利终值系数,但由于 $(F/P, i, n)$ 便于理解和记忆,并且中国注册会计师(CICPA)资格统考和全国会计专业资格考试的财务管理科目,均使用的是 $(F/P, i, n)$ 形式的复利终值系数符号,所以,本书也选用 $(F/P, i, n)$ 这一形式的复利终值系数符号。

例3-2、例3-3中,利率为5%,期数为4年,则复利终值系数可表示为 $(F/P, 5\%, 4)$,或者说 $(F/P, 5\%, 4)$ 表示利率为5%,期数为4年的复利终值系数。

为了便于计算,前人已编制了“复利终值系数表”。平常计算时,可直接查表:该表的第1行是利率 i ,第1列是计息期数 n ,相应的复利终值系数 $(1+i)^n$ 值,在纵(i)横(n)相交处。例如,通过查表,可得

$$(F/P, 5\%, 4) = 1.2155$$

用于已知现值求终值的复利终值系数可以理解为,在年复利率为5%的情况下,现在的1元和4年后的1.2155元在财务上(或经济上)是等效的,因此可用这一系数把现值换算成终值。

(2) 复利现值

复利现值(present value),是指未来某个时点的特定资金,按复利计算的现在价值,或等值于现在投入的资金量。现值与终值是相对的,由终值求现值的方法称为折现(或贴现)法,折现时使用的利息率称为折现率(或贴现率)。

复利现值的计算公式,可由复利终值的计算公式导出。

由式(3-3),有

$$F = P \times (1+i)^n$$

则

$$P = F \times \frac{1}{(1+i)^n} \quad (3-5)$$

式(3-5)中的 $\frac{1}{(1+i)^n}$ 称为复利现值系数(present value interest factor, PVIF),也叫折现系数,即 $PVIF_{i,n}$,通常也表达为 $(P/F, i, n)$ 。复利现值的公式也可表示为

$$P = F \times \frac{1}{(1+i)^n} = F \times (1+i)^{-n} = F \times PVIF_{i,n} = F \times (P/F, i, n) \quad (3-6)$$

式中:各符号的含义同前。

为了便于计算,前人已编制了“复利现值系数表”。计算时可直接查表。

【例3-4】微型企业立威公司,预计第6年年末将需用10 000元,复利率10%。

问:该公司现在应存入资金多少?

解：

① 依题意，作现金流量图，如图 3-2 所示。

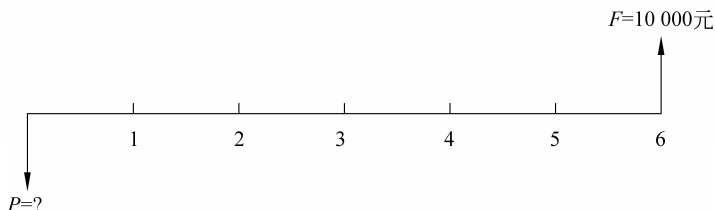


图 3-2 立威公司存款的现金流量图

② 按式(3-5)计算：

$$\begin{aligned}
 P &= F \times \frac{1}{(1+i)^n} \\
 &= 10\,000 \times \frac{1}{(1+10\%)^6} = 10\,000 \times 0.564\,47 \\
 &= 5\,644.7(\text{元})
 \end{aligned}$$

查复利现值系数表，则可计算如下：

$$P = F \times (P/F, i, n) = 10\,000 \times 0.564\,5 = 5\,645(\text{元})$$

2. 年金终值与终值年金

在日常生活中，人们常常会经历等额、定期的系列现金流量收支问题，例如，分期偿还贷款、分期付款赊购、发放养老金、分期支付工程款等，都是年金现金流量的形式。

年金(annuity)，是指一定时期内每期相等金额的收付款项。公司的折旧、利息、租金、保险费等，均表现为年金的形式。年金现金流量具有以下特征：等额，即现金流量大小相等；定期，即现金流量时间间隔相同；同向，即现金流量方向相同；利率相同，即现金流量持续期内利率保持不变。

年金包括普通年金(后付年金)、先付年金(预付年金、即付年金)、递延年金和永续年金等形式。普通年金(ordinary annuity)是年金的基本形式，它是从第一期起，在一定时期内每期期末等额收付的系列款项，又称为后付年金。其他各种形式的年金，都可以看做普通年金的转化形式。

(1) 年金终值

普通年金终值，与等额零存整取的本利和十分相似，它是一定时期内每期期末等额收付款项的复利终值之和。

【例 3-5】 为给孩子上大学准备资金，卫先生连续 5 年每年年末存入银行 4 000 元，年复利率为 5%。问：卫先生在第 5 年年末能取出的资金本利和共多少？

解：

① 依题意作现金流量图，如图 3-3 所示。

② 计算每年存款的本利和。

按复利终值的方式计算，如表 3-2 所示。

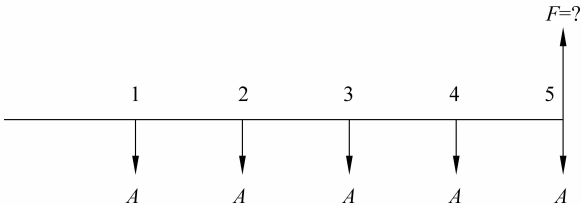


图 3-3 普通年金终值现金流量图

表 3-2 第 5 年年末存款本利和 单位：元

年	年 末 存 款	每年年末存款至第 5 年年末本利和
1	4 000	$4\,000 \times (1+5\%)^4 = 4\,862.025$
2	4 000	$4\,000 \times (1+5\%)^3 = 4\,630.5$
3	4 000	$4\,000 \times (1+5\%)^2 = 4\,410$
4	4 000	$4\,000 \times (1+5\%)^1 = 4\,200$
5	4 000	$4\,000 \times (1+5\%)^0 = 4\,000$
F_5		22 102.525

$F_5 = 22\,102.525$ ，它是每年年末储存年金计算到第 5 年末时的复本利总和。

③ 年金终值公式。

根据表 3-2 的计算，有以下等式：

$$F_5 = A(1+i)^{5-1} + A(1+i)^{5-2} + A(1+i)^{5-3} + A(1+i)^{5-4} + A(1+i)^{5-5} \quad (a)$$

式(a)两边同乘以 $(1+i)$ ，则有：

$$F_5(1+i) = A(1+i)^5 + A(1+i)^{5-1} + A(1+i)^{5-2} + A(1+i)^{5-3} + A(1+i)^{5-4} \quad (b)$$

(b)－(a)，则有：

$$F_5(1+i) - F_5 = A(1+i)^5 - A(1+i)^{5-5}$$

整理可得：

$$F_5 = A \times \frac{(1+i)^5 - 1}{i}$$

实际上，期数 n 为其他正数都是成立的，即：

$$F_n = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \tag{3-7}$$

式中： F_n 为年金终值； A 为普通年金；其他同前。

式(3-7)就是已知普通年金求终值的公式。其中， $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ 是年金终值系数(future value interest factor for annuity, FVIFA)，通常也表达为 $(F/A, i, n)$ 。

本例也可用式(3-7)计算：

$$\begin{aligned} F_5 &= A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} = A \times (F/A, i, n) \\ &= 4\,000 \times (F/A, 5\%, 5) = 4\,000 \times 5.5256 = 22\,102.4(\text{元}) \end{aligned}$$

式中：年金终值系数 $(F/A, 5\%, 5)$ ，可查“年金终值系数表”得到。

思考 3-2 在例 3-5 中，两种方法计算的结果并不完全相等，存在一定的误差。你知道

它是怎样产生的吗?

【例 3-6】 圆通公司有一投资项目,需连续 5 年每年年末向银行贷款 10 万元,复利率为 6%。问:圆通公司该项目第 5 年年末应付银行本利和共多少?

解:

① 依题意作现金流量图,如图 3-4 所示。

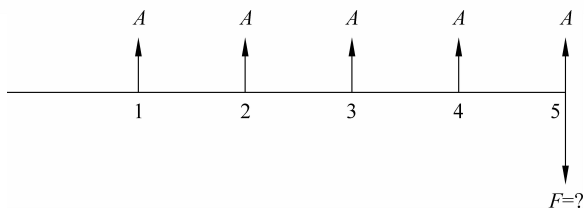


图 3-4 普通年金终值现金流量图

② 按式(3-7)计算:

$$\begin{aligned} F_5 &= A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} = A \times (F/A, i, n) \\ &= 10 \times (F/A, 6\%, 5) = 10 \times 5.6371 = 56.371 (\text{万元}) \end{aligned}$$

圆通公司该项目第 5 年年末应付银行本利和共 56.371 万元。

(2) 终值年金

终值年金,就是已知终值求普通年金。如在现实生活中,商品房的按揭,就是已知要偿还的房价加上利息(终值),确定如何分期等额(普通年金)偿还。

终值年金,通常称为年偿债基金,是指为了在约定的未来某一时点清偿某笔债务或积累一定数额的资金,而必须分次等额存入的存款准备金。

年偿债基金的计算,就是已知年金终值,求 A 这个偿债基金。由式(3-7)可得:

$$A = F_n \times \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad (3-8)$$

式中: $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ 为终值年金系数,或年偿债基金系数,也可写为 $(A/F, i, n)$ 。其他符号与前述相同。

【例 3-7】 凡人小超市拟分期等额归还第 5 年年末的 10 000 元债务,年利率为 7%。问:在 5 年内每年年末存入的等额年金是多少?

解:

① 依题意作现金流量图,如图 3-5 所示。

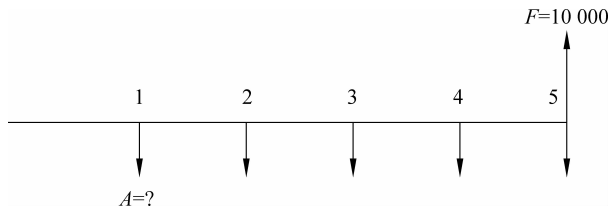


图 3-5 普通年金终值现金流量图

② 按式(3-8)计算:

$$\begin{aligned} A &= F_n \times \frac{i}{(1+i)^n - 1} = F_n \times (A/F, i, n) \\ &= 10\,000 \times (A/F, 7\%, 5) \\ &= 10\,000 \times 0.173\,9 \\ &= 1\,739(\text{元}) \end{aligned}$$

式中: 终值年金系数 $(A/F, 7\%, 5)$, 可按年金终值系数 $(F/A, 7\%, 5)$ 查表, 再求其倒数得到。即 $(A/F, 7\%, 5) = \frac{1}{(F/A, 7\%, 5)}$, 可查表“年金终值系数表”得到。

$$(A/F, 7\%, 5) = \frac{1}{(F/A, 7\%, 5)} = \frac{1}{5.750\,7} = 0.173\,9$$

3. 年金现值与现值年金

(1) 年金现值

普通年金现值, 已知普通年金求现值, 它是一定时期内每期期末等额收付款项的复利现值之和。如现实生活中, 家长为了孩子在一定期间每年可以有一定数量的教育资金供使用, 现在就得存入一笔教育基金, 即已知每年一定数量的教育资金 (A) , 求家长现在应存入银行的款项 (P) 。

由式(3-3)有

$$F = P \times (1+i)^n \quad (\text{a})$$

另由式(3-7)有

$$F = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (\text{b})$$

(a)代入(b), 有

$$P \times (1+i)^n = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

整理上式, 则可得到

$$P = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad (3-9)$$

式中: P 为普通年金现值; A 为普通年金; $\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$ 为年金现值系数(present value interest factor for annuity, $PVIFA$), 也可记为 $(P/A, i, n)$; 其他符号与前述相同。

【例 3-8】 微型企业三利公司, 今后 5 年每年需垫资 1 000 元, 年利率为 6%。问: 现在应存入的资金为多少?

解:

① 依题意作现金流量图, 如图 3-6 所示。

② 按式(3-9)计算:

$$\begin{aligned} P &= A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = A \times (P/A, i, n) \\ &= 1\,000 \times (P/A, 6\%, 5) \end{aligned}$$