第三章　导数的应用

一、选择题

1.（1989 年）　当 $x>0$ 时，曲线 $y=x\sin\frac{1}{x}$（　　）.

(A) 有且仅有水平渐近线　　(B) 有且仅有铅直渐近线

(C) 既有水平渐近线，也有铅直渐近线　　(D) 既无水平渐近线，也无铅直渐近线

2.（1990 年）　已知 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某个邻域内连续，且 $f(0)=0$，$\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)}{1-\cos x}=2$，则在点 $x=0$ 处 $f(x)$（　　）.

(A) 不可导　　(B) 可导，且 $f'(0)\neq0$

(C) 取得极大值　　(D) 取得极小值

3.（1991 年）　设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，$x_0\neq0$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点，则（　　）.

(A) x_0 是 $f(x)$ 的驻点　　(B) $-x_0$ 必是 $-f(-x)$ 的极小值点

(C) $-x_0$ 是 $-f(x)$ 的极小值点　　(D) 对一切 x 都有 $f(x)\leqslant f(x_0)$

4.（1993 年）　在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内，方程 $|x|^{\frac{1}{4}}+|x|^{\frac{1}{2}}-\cos x=0$（　　）.

(A) 无实根　　(B) 有且仅有一个实根

(C) 有且仅有两个实根　　(D) 有无穷多个实根

5.（1994 年）　曲线 $y=e^{\frac{1}{x^2}}\arctan\frac{x^2+x+1}{(x-1)(x+2)}$ 的渐近线有（　　）.

(A) 1 条　　(B) 2 条　　(C) 3 条　　(D) 4 条

6.（1995 年）　设在 $[0,1]$ 上 $f''(x)>0$，则 $f'(0)$，$f'(1)$，$f(1)-f(0)$ 或 $f(0)-f(1)$ 的大小顺序是（　　）.

(A) $f'(1)>f'(0)>f(1)-f(0)$　　(B) $f'(1)>f(1)-f(0)>f'(0)$

(C) $f(1)-f(0)>f'(1)>f'(0)$　　(D) $f'(0)>f(0)-f(1)>f'(1)$

7.（1995 年）　设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导，且对任意 x_1,x_2，当 $x_1>x_2$ 时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$，则（　　）.

(A) 对任意 x，$f'(x)>0$　　(B) 对任意 x，$f'(-x)\leqslant0$

(C) 函数 $f(-x)$ 单调增加　　(D) 函数 $-f(-x)$ 单调增加

8.（1996 年）　设 $f(x)$ 有二阶连续导数，且 $f'(0)=0$，$\lim\limits_{x\to0}\frac{f''(x)}{|x|}=1$，则（　　）.

(A) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值

(B) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值

(C) $(0,f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

(D) $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值，$(0,f(0))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

9.（1997 年）　已知函数 $y=f(x)$ 对一切 x 满足 $xf''(x)+3x[f'(x)]^2=1-e^{-x}$，若

$f'(x_0)=0(x_0\neq 0)$,则(　　).

(A) $f(x_0)$是$f(x)$的极大值

(B) $f(x_0)$是$f(x)$的极小值

(C) $(x_0,f(x_0))$是曲线$y=f(x)$的拐点

(D) $f(x_0)$不是$f(x)$的极值,$(x_0,f(x_0))$也不是曲线$y=f(x)$的拐点

10.(1998年)　设函数$f(x)$在$x=a$的某个邻域内连续,且$f(a)$为其极大值,则存在$\delta>0$,当$x\in(a-\delta,a+\delta)$时,必有(　　).

(A) $(x-a)[f(x)-f(a)]\geqslant 0$　　(B) $(x-a)[f(x)-f(a)]\leqslant 0$

(C) $\lim\limits_{t\to a}\dfrac{f(t)-f(x)}{(t-x)^2}\geqslant 0(x\neq a)$　　(D) $\lim\limits_{t\to a}\dfrac{f(t)-f(x)}{(t-x)^2}\leqslant 0(x\neq a)$

11.(2000年)　设$f(x),g(x)$是恒大于零的可导函数,且$f'(x)g(x)-f(x)g'(x)<0$,则当$a<x<b$时,有(　　).

(A) $f(x)g(b)>f(b)g(x)$　　(B) $f(x)g(a)>f(a)g(x)$

(C) $f(x)g(x)>f(b)g(b)$　　(D) $f(x)g(x)>f(a)g(a)$

12.(2000年)　设函数$f(x)$满足关系式$f''(x)+[f'(x)]^2=x$,且$f'(0)=0$,则(　　).

(A) $f(0)$是$f(x)$的极大值

(B) $f(0)$是$f(x)$的极小值

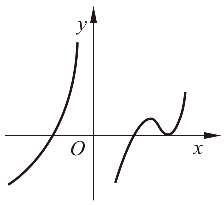
(C) 点$(0,f(0))$是曲线$y=f(x)$的拐点

(D) $f(0)$不是$f(x)$的极值,点$(0,f(0))$也不是曲线$y=f(x)$的拐点

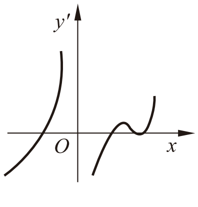
13.(2001年)　曲线$y=(x-1)^2(x-3)^2$的拐点个数为(　　).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

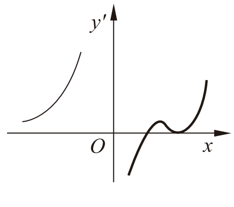
14.(2001年)　设函数$f(x)$在定义域内可导,$y=f(x)$的图形如题14图所示,则导函数$y=f'(x)$的图形为(　　).



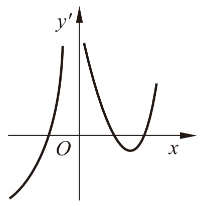
题14图



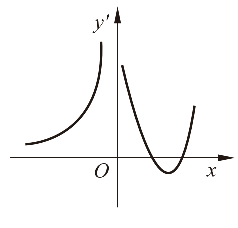
(A)



(B)



(C)



(D)

15.(2001年)　已知函数$f(x)$在区间$(1-\delta,1+\delta)$内具有二阶导数,$f'(x)$严格单调减少,且$f(1)=f'(1)=1$,则(　　).

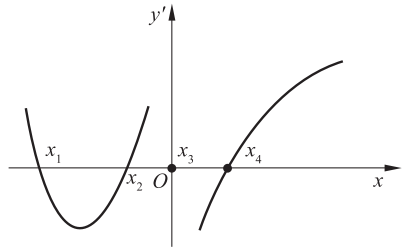
(A) 在$(1-\delta,1)$和$(1,1+\delta)$内均有$f(x)<x$

(B) 在$(1-\delta,1)$和$(1,1+\delta)$内均有 $f(x)>x$

(C) 在$(1-\delta,1)$内,$f(x)<x$;在$(1,1+\delta)$内,$f(x)>x$

(D) 在$(1-\delta,1)$内,$f(x)>x$;在$(1,1+\delta)$内,$f(x)<x$

16.(2003 年)　设函数 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内连续,其导函数的图形如题 16 图所示,则 $f(x)$有(　　).



题 16 图

(A) 一个极小值点和两个极大值点

(B) 两个极小值点和一个极大值点

(C) 两个极小值点和两个极大值点

(D) 三个极小值点和一个极大值点

17.(2004 年)　设函数 $f(x)$连续,且 $f'(0)>0$,则存在 $\delta>0$,使得(　　).

(A) $f(x)$在$(0,\delta)$内单调增加

(B) $f(x)$在$(-\delta,0)$内单调减少

(C) 对任意的 $x\in(0,\delta)$有 $f(x)>f(0)$

(D) 对任意的 $x\in(-\delta,0)$有 $f(x)>f(0)$

18.(2004 年)　设 $f(x)=|x(1-x)|$,则(　　).

(A) $x=0$ 是 $f(x)$的极值点,但$(0,0)$不是曲线 $y=f(x)$的拐点

(B) $x=0$ 不是 $f(x)$的极值点,但$(0,0)$是曲线 $y=f(x)$的拐点

(C) $x=0$ 是 $f(x)$的极值点,且$(0,0)$是曲线 $y=f(x)$的拐点

(D) $x=0$ 不是 $f(x)$的极值点,$(0,0)$也不是曲线 $y=f(x)$的拐点

19.(2005 年)　设 $y=y(x)$由参数方程$\begin{cases}x=t^2+2t,\\ y=\ln(1+t)\end{cases}$确定,则曲线 $y=y(x)$在 $x=3$ 处的法线与 x 轴交点的横坐标是(　　).

(A) $\frac{1}{8}\ln2+3$　　(B) $-\frac{1}{8}\ln2+3$　　(C) $-8\ln2+3$　　(D) $8\ln2+3$

20.(2007 年)　曲线 $y=\frac{1}{x}+\ln(1+e^x)$的渐近线的条数为(　　).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

21.(2007 年)　设函数 $f(x)$在$(0,+\infty)$内具有二阶导数,且 $f''(x)>0$,令 $u_n=f(n)$ $(n=1,2,\cdots)$,则下列结论正确的是(　　).

(A) 若 $u_1>u_2$,则$\{u_n\}$必收敛　　(B) 若 $u_1>u_2$,则$\{u_n\}$必发散

(C) 若 $u_1<u_2$,则$\{u_n\}$必收敛　　(D) 若 $u_1<u_2$,则$\{u_n\}$必发散

22.(2009 年)　若 $f''(x)$不变号,且曲线 $y=f(x)$在点$(1,1)$处的曲率圆为 $x^2+y^2=2$,则函数 $f(x)$在区间$(1,2)$内(　　).

(A) 有极值点,无零点　　(B) 无极值点,有零点

(C) 有极值点,有零点　　(D) 无极值点,无零点

23.(2010 年)　曲线 $y=x^2$ 与曲线 $y=a\ln x(a\neq0)$相切,则 $a=$(　　).

(A) $4e$　　(B) $3e$　　(C) $2e$　　(D) e

24.(2011 年)　曲线 $y=(x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ 的拐点是(　　).

(A) $(1,0)$　　(B) $(2,0)$　　(C) $(3,0)$　　(D) $(4,0)$

25.(2011 年)　函数 $f(x)=\ln|(x-1)(x-2)(x-3)|$ 的驻点个数为(　　).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

26.(2012 年)　曲线 $y=\dfrac{x^2+x}{x^2-1}$ 的渐近线的条数为(　　).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

27.(2014 年)　下列曲线中有渐近线的是(　　).

(A) $y=x+\sin x$　　(B) $y=x^2+\sin x$　　(C) $y=x+\sin\dfrac{1}{x}$　　(D) $y=x^2+\sin\dfrac{1}{x}$

28.(2014 年)　设函数 $f(x)$ 具有二阶导数,$g(x)=f(0)(1-x)+f(1)x$,则在 $[0,1]$ 上(　　).

(A) 当 $f'(x)\geqslant 0$ 时,$f(x)\geqslant g(x)$　　(B) 当 $f'(x)\geqslant 0$ 时,$f(x)\leqslant g(x)$

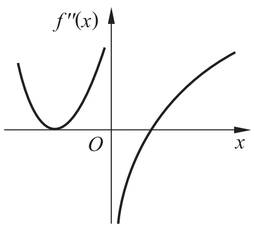
(C) 当 $f''(x)\geqslant 0$ 时,$f(x)\geqslant g(x)$　　(D) 当 $f''(x)\geqslant 0$ 时,$f(x)\leqslant g(x)$

29.(2014 年)　曲线 $\begin{cases} x=t^2+7, \\ y=t^2+4t+1 \end{cases}$ 上对应于 $t=1$ 的点处的曲率半径是(　　).

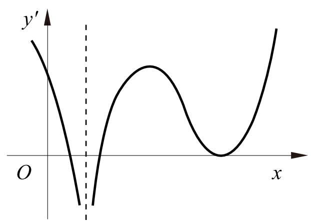
(A) $\dfrac{\sqrt{10}}{50}$　　(B) $\dfrac{\sqrt{10}}{100}$　　(C) $10\sqrt{10}$　　(D) $5\sqrt{10}$

30.(2015 年)　设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续,其二阶导数 $f''(x)$ 的图形如题 30 图所示,则曲线 $y=f(x)$ 的拐点个数为(　　).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3



题 30 图



题 31 图

31.(2016 年)　设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续,其导函数的图形如题 31 图所示,则(　　).

(A) 函数 $f(x)$ 有 2 个极值点,曲线 $y=f(x)$ 有 2 个拐点

(B) 函数 $f(x)$ 有 2 个极值点,曲线 $y=f(x)$ 有 3 个拐点

(C) 函数 $f(x)$ 有 3 个极值点,曲线 $y=f(x)$ 有 1 个拐点

(D) 函数 $f(x)$ 有 3 个极值点,曲线 $y=f(x)$ 有 2 个拐点

32.(2016 年)　设函数 $f_i(x)(i=1,2)$ 具有二阶连续导数,且 $f''_i(x_0)<0(i=1,2)$.若两条曲线 $y=f_i(x)(i=1,2)$ 在点 (x_0,y_0) 处具有公切线 $y=g(x)$,且在该点处曲线 $y=f_1(x)$ 的曲率大于曲线 $y=f_2(x)$ 的曲率,则在 x_0 的某个邻域内,有(　　).

(A) $f_1(x)\leqslant f_2(x)\leqslant g(x)$　　(B) $f_2(x)\leqslant f_1(x)\leqslant g(x)$

(C) $f_1(x)\leqslant g(x)\leqslant f_2(x)$　　(D) $f_2(x)\leqslant g(x)\leqslant f_1(x)$

33.(2017 年)　设函数 $f(x)$ 可导,且 $f(x)f'(x)>0$,则(　　).

(A) $f(1)>f(-1)$　　(B) $f(1)<f(-1)$

(C) $|f(1)|>|f(-1)|$　　(D) $|f(1)|<|f(-1)|$

二、填空题

34.(1997 年)　对数螺线 $\rho=e^{\theta}$ 在点 $(\rho,\theta)=\left(e^{\frac{\pi}{2}},\frac{\pi}{2}\right)$ 处的切线的直角坐标方程为__________.

35.(1998 年)　曲线 $y=x\ln\left(e+\frac{1}{x}\right)(x>0)$ 的渐近线方程为__________.

36.(2000 年)　曲线 $y=(2x-1)e^{\frac{1}{x}}$ 的斜渐近线方程为__________.

37.(2001 年)　设函数 $y=f(x)$ 由方程 $e^{2x+y}-\cos(xy)=e-1$ 所确定，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,1)$ 处的法线方程为__________.

38.(2003 年)　设函数 $y=f(x)$ 由方程 $xy+2\ln x=y^4$ 所确定，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程是__________.

39.(2004 年)　曲线 $y=\ln x$ 上与直线 $x+y=1$ 垂直的切线方程为__________.

40.(2004 年)　设函数 $y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=t^3+3t+1,\\y=t^3-3t+1\end{cases}$ 确定，则曲线 $y=y(x)$ 向上凸的 x 取值范围为__________.

41.(2005 年)　曲线 $y=\frac{(1+x)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}}$ 的斜渐近线方程为__________.

42.(2006 年)　曲线 $y=\frac{x+4\sin x}{5x-2\cos x}$ 的水平渐近线方程为__________.

43.(2007 年)　曲线 $\begin{cases}x=\cos t+\cos^2 t,\\y=1+\sin t\end{cases}$ 上对应于 $t=\frac{\pi}{4}$ 的点处的法线斜率为__________.

44.(2008 年)　曲线 $\sin(xy)+\ln(y-x)=x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程是__________.

45.(2008 年)　曲线 $y=(x-5)x^{\frac{2}{3}}$ 的拐点坐标为__________.

46.(2009 年)　曲线 $\begin{cases}x=\int_0^{1-t}e^{-u^2}\,du,\\y=t^2\ln(2-t^2)\end{cases}$ 在 $(0,0)$ 处的切线方程为________.

47.(2009 年)　函数 $y=x^{2x}$ 在区间 $(0,1]$ 上的最小值为________.

48.(2010 年)　曲线 $y=\frac{2x^3}{x^2+1}$ 的渐近线方程为________.

49.(2012 年)　曲线 $y=x^2+x(x<0)$ 上曲率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的点的坐标是________.

50.(2013 年)　曲线 $\begin{cases}x=\arctan t,\\y=\ln\sqrt{1+t^2}\end{cases}$ 上对应于 $t=1$ 的点处的法线方程为__________.

51.(2014 年)　曲线 L 的极坐标方程为 $r=\theta$，则 L 在点 $(r,\theta)=\left(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 处的切线方程为__________.

52.(2016 年)　曲线 $y=\frac{x^3}{1+x^2}+\arctan(1+x^2)$ 的斜渐近线方程为__________.

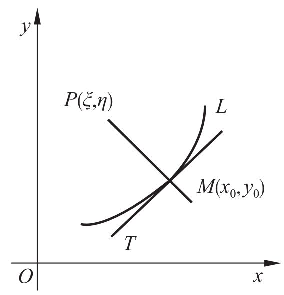
53.(2017 年) 曲线 $y=x\left(1+\arcsin\dfrac{2}{x}\right)$的斜渐近线方程为________.

三、解答题

54.(1993 年) 作半径为 r 的球的外切正圆锥,则此圆锥的高 h 为何值时,其体积最小?并求出该最小值.

55.(1994 年) 设当 $x>0$ 时,方程 $kx+\dfrac{1}{x^2}=1$ 有且仅有一个解,求 k 的取值范围.

56.(1995 年) 如题 56 图所示,设曲线 L 的方程为 $y=f(x)$,且 $y''>0$,又 MT,MP 分别为该曲线在点 $M(x_0,y_0)$处的切线和法线.已知线段 MP 的长度为 $\dfrac{(1+y_0'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''_0}$(其中 $y_0'=y'(x_0)$,$y''_0=y''(x_0)$),试推导出点 $P(\xi,\eta)$的坐标表达式.



题 56 图

57.(1998 年) 设 $x\in(0,1)$,证明:(1) $(1+x)\ln^2(1+x)<x^2$;(2) $\dfrac{1}{\ln 2}-1<\dfrac{1}{\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x}<\dfrac{1}{2}$.

58.(1999 年) 试证:当 $x>0$ 时,$(x^2-1)\ln x\geqslant(x-1)^2$.

59.(1999 年) 已知函数 $y=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$,求:(1) 函数的增减区间及极值;(2) 函数图形的凹凸区间及拐点;(3) 函数图形的渐近线.

60.(2000 年) 已知 $f(x)$是周期为 5 的连续函数,它在 $x=0$ 的某个邻域内满足关系式

$$f(1+\sin x)-3f(1-\sin x)=8x+\alpha(x),$$

其中 $\alpha(x)$是当 $x\to0$ 时比 x 高阶的无穷小,且 $f(x)$在 $x=1$ 处可导,求曲线 $y=f(x)$在点$(6,f(6))$处的切线方程.

61.(2002 年) 已知曲线的极坐标方程是 $r=1-\cos\theta$,求该曲线上对应 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$处的切线与法线的直角坐标方程.

62.(2002 年) 设 $0<a<b$,证明不等式:

$$\frac{2a}{a^2+b^2}<\frac{\ln b-\ln a}{b-a}<\frac{1}{\sqrt{ab}}.$$

63.(2003 年) 讨论曲线 $y=4\ln x+k$ 与 $y=4x+\ln^4 x$ 的交点个数.

64.(2004 年) 设 $\mathrm{e}<a<b<\mathrm{e}^2$,证明:$\ln^2 b-\ln^2 a>\dfrac{4}{\mathrm{e}^2}(b-a)$.

65.(2006 年) 证明:当 $0<a<b<\pi$ 时,$b\sin b+2\cos b+\pi b>a\sin a+2\cos a+\pi a$.

66.(2010 年) 求函数 $f(x)=\displaystyle\int_1^{x^2}(x^2-t)\mathrm{e}^{-t^2}\,\mathrm{d}t$ 的单调区间与极值.

67.(2011 年) 求方程 $k\arctan x-x=0$ 不同实根的个数,其中 k 为参数.

68.(2011 年) 设函数 $y=y(x)$由参数方程$\begin{cases}x=\dfrac{1}{3}t^3+t+\dfrac{1}{3},\\ y=\dfrac{1}{3}t^3-t+\dfrac{1}{3}\end{cases}$确定,求 $y=y(x)$的极

值和曲线 $y=y(x)$的凹凸区间及拐点.

69.（2012 年）　证明：$x\ln\frac{1+x}{1-x}+\cos x\geqslant 1+\frac{x^2}{2}(-1<x<1)$.

70.（2013 年）　设函数 $f(x)=\ln x+\frac{1}{x}$.（1）求 $f(x)$的最小值；（2）设数列$\{x_n\}$满足 $\ln x_n+\frac{1}{x_{n+1}}<1$，证明$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 存在，并求此极限.

71.（2014 年）　设函数 $y=f(x)$由方程 $y^3+xy^2+x^2y+6=0$ 确定，求 $f(x)$的极值.

72.（2015 年）　已知函数 $f(x)$在区间$[a,+\infty)$上具有二阶导数，$f(a)=0$，$f'(x)>0$，$f''(x)>0$. 设 $b>a$，曲线 $y=f(x)$在点$(b,f(b))$处的切线与 x 轴的交点是$(x_0,0)$，证明 $a<x_0<b$.

73.（2017 年）　已知函数 $y(x)$由方程 $x^3+y^3-3x+3y-2=0$ 确定，求 $y(x)$的极值.

第四章　一元函数积分学

一、选择题

1.（1987 年）　设 $f(x)$为连续函数，已知 $I=t\int_0^{\frac{s}{t}} f(tx)\mathrm{d}x$，其中 $t>0,s>0$，则 I 的值（　　）.

(A) 依赖于 s 和 t　　(B) 依赖于 s,t,x

(C) 依赖于 t 和 x，不依赖于 s　　(D) 依赖于 s，不依赖于 t 和 x

2.（1988 年）　已知函数 $y=y(x)$在任意点 x 处的增量 $\Delta y=\frac{y\Delta x}{1+x^2}+\alpha$，且当 $\Delta x\to 0$ 时，α 是 Δx 的高阶无穷小，$y(0)=\pi$，则 $y(1)$等于（　　）.

(A) 2π　　(B) π　　(C) $e^{\frac{\pi}{4}}$　　(D) $\pi e^{\frac{\pi}{4}}$

3.（1994 年）　设 $M=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{1+x^2}\cos^4 x\mathrm{d}x$，$N=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin^3 x+\cos^4 x)\mathrm{d}x$，$P=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^2\sin^3 x-\cos^4 x)\mathrm{d}x$，则有（　　）.

(A) $N<P<M$　　(B) $M<P<N$　　(C) $N<M<P$　　(D) $P<M<N$

4.（1995 年）　曲线 $y=x(x-1)(2-x)$与 x 轴所围成图形的面积可表示为（　　）.

(A) $-\int_0^2 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x$

(B) $\int_0^1 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x-\int_1^2 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x$

(C) $-\int_0^1 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x+\int_1^2 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x$

(D) $\int_0^2 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x$

5.（1996 年）　设 $f(x)$有连续的导数，$f(0)=0$，$f'(0)\neq 0$，$F(x)=\int_0^x (x^2-t^2)f(t)\mathrm{d}t$，且当 $x\to 0$ 时，$F'(x)$与 x^k 是同阶无穷小，则 k 等于（　　）.

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

6.（1997 年）　设在闭区间$[a,b]$上 $f(x)>0$，$f'(x)<0$，$f''(x)>0$. 令 $S_1=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$，$S_2=f(b)(b-a)$，$S_3=\frac{1}{2}[f(a)+f(b)](b-a)$，则（　　）.

(A) $S_1<S_2<S_3$　　(B) $S_2<S_1<S_3$　　(C) $S_3<S_1<S_2$　　(D) $S_2<S_3<S_1$

7.（1997 年）　设 $F(x)=\int_x^{x+2\pi} e^{\sin t}\sin t\mathrm{d}t$，则 $F(x)$（　　）.

(A) 为正常数　　(B) 为负常数　　(C) 恒为零　　(D) 不为常数

8.（1998 年）　若 $f(x)$与 $g(x)$在$(-\infty,+\infty)$上皆可导，且 $f(x)<g(x)$，则必有（　　）.

(A) $f(-x)>g(-x)$　　(B) $f'(x)<g'(x)$

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)<\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$　　(D) $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t<\int_0^x g(t)\mathrm{d}t$

9.（1998 年）　设 $f(x)$连续，则 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_0^x tf(x^2-t^2)\mathrm{d}t=$（　　）.

(A) $xf(x^2)$　　(B) $-xf(x^2)$　　(C) $2xf(x^2)$　　(D) $-2xf(x^2)$

10.（1999 年）　设 $f(x)$是连续函数，$F(x)$是 $f(x)$的原函数，则（　　）.

(A) 当 $f(x)$是奇函数时，$F(x)$必是偶函数

(B) 当 $f(x)$是偶函数时，$F(x)$必是奇函数

(C) 当 $f(x)$是周期函数时，$F(x)$必是周期函数

(D) 当 $f(x)$是单调增函数时，$F(x)$必是单调增函数

11.（1999 年）　设 $\alpha(x)=\int_0^{5x}\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t$，$\beta(x)=\int_0^{\sin x}(1+t)^{\frac{1}{t}}\mathrm{d}t$，则当 $x\to0$ 时，$\alpha(x)$是$\beta(x)$的（　　）.

(A) 高阶无穷小　　(B) 低阶无穷小

(C) 同阶但不等价的无穷小　　(D) 等价无穷小

12.（2002 年）　设函数 $f(x)$连续，则下列函数中，必为偶函数的是（　　）.

(A) $\int_0^x f(t^2)\mathrm{d}t$　　(B) $\int_0^x f^2(t)\mathrm{d}t$

(C) $\int_0^x t[f(t)-f(-t)]\mathrm{d}t$　　(D) $\int_0^x t[f(t)+f(-t)]\mathrm{d}t$

13.（2003 年）　设 $a_n=\frac{3}{2}\int_0^{\frac{n}{n+1}}x^{n-1}\sqrt{1+x^n}\mathrm{d}x$，则极限$\lim\limits_{n\to\infty}na_n$ 等于（　　）.

(A) $(1+\mathrm{e})^{\frac{3}{2}}+1$　　(B) $(1+\mathrm{e}^{-1})^{\frac{3}{2}}-1$　　(C) $(1+\mathrm{e}^{-1})^{\frac{3}{2}}+1$　　(D) $(1+\mathrm{e})^{\frac{3}{2}}-1$

14.（2003 年）　设 $I_1=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\tan x}{x}\mathrm{d}x$，$I_2=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{x}{\tan x}\mathrm{d}x$，则（　　）.

(A) $I_1>I_2>1$　　(B) $1>I_1>I_2$　　(C) $I_2>I_1>1$　　(D) $1>I_2>I_1$

15.（2004 年）　把 $x\to0^+$ 时的无穷小量 $\alpha=\int_0^x\cos t^2\mathrm{d}t$，$\beta=\int_0^{x^2}\tan\sqrt{t}\mathrm{d}t$，$\gamma=\int_0^{\sqrt{x}}\sin t^3\mathrm{d}t$ 排列起来，使排在后面的是前一个的高阶无穷小，则正确的排列次序是（　　）.

(A) α,β,γ　　(B) α,γ,β　　(C) β,α,γ　　(D) β,γ,α

16.（2004 年）　$\lim\limits_{n\to\infty}\ln\sqrt[n]{\left(1+\frac{1}{n}\right)^2\left(1+\frac{2}{n}\right)^2\cdots\left(1+\frac{n}{n}\right)^2}$ 等于（　　）.

(A) $\int_1^2\ln^2x\mathrm{d}x$　　(B) $2\int_1^2\ln x\mathrm{d}x$　　(C) $2\int_1^2\ln(1+x)\mathrm{d}x$　　(D) $\int_1^2\ln^2(1+x)\mathrm{d}x$

17.（2006 年）　设 $f(x)$是奇函数，除 $x=0$ 外处处连续，$x=0$ 是其第一类间断点，则 $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$ 是（　　）.

(A) 连续的奇函数　　(B) 连续的偶函数

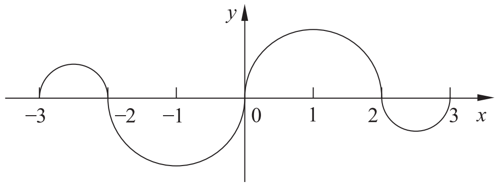
(C) 在 $x=0$ 间断的奇函数　　(D) 在 $x=0$ 间断的偶函数

18.（2007 年）　如题 18 图，连续函数 $y=f(x)$在区间$[-3,-2]$，$[2,3]$上的图形分别是直径为 1 的上、下半圆周，在区间$[-2,0]$，$[0,2]$上的图形分别是直径为 2 的下、上半圆

周,设 $F(x)=\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$,则下列结论正确的是(　　).

(A) $F(3)=-\frac{3}{4}F(-2)$　　(B) $F(3)=\frac{5}{4}F(2)$

(C) $F(-3)=\frac{3}{4}F(2)$　　(D) $F(-3)=-\frac{5}{4}F(-2)$

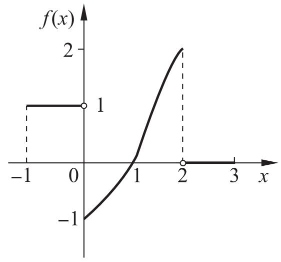


题 18 图

19.(2008 年)　设函数 $f(x)=\int_0^{x^2}\ln(2+t)\mathrm{d}t$,则 $f'(x)$的零点个数为(　　).

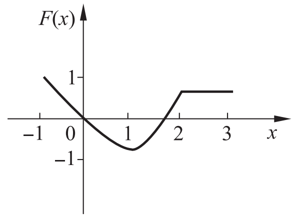
(A) 0　　(B) 1

(C) 2　　(D) 3

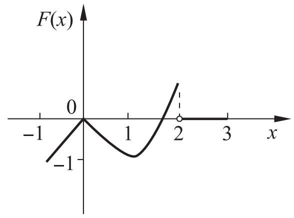


题 20 图

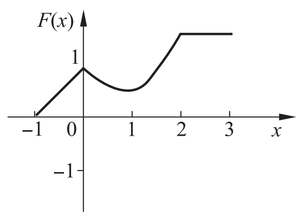
20.(2009 年)　设函数 $y=f(x)$在区间$[-1,3]$上的图形如题 20 图所示,则函数 $F(x)=\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$ 的图形为(　　).



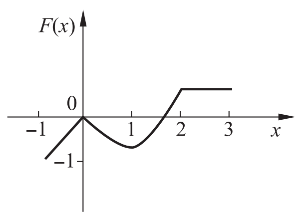
(A)



(B)



(C)



(D)

21.(2010 年)　设 m,n 均是正整数,则反常积分 $\int_0^1 \frac{\sqrt[m]{\ln^2(1-x)}}{\sqrt[n]{x}}\mathrm{d}x$ 的收敛性(　　).

(A) 仅与 m 的取值有关　　(B) 仅与 n 的取值有关

(C) 与 m,n 的取值都有关　　(D) 与 m,n 的取值都无关

22.(2011 年)　设 $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\ln\sin x\mathrm{d}x$,$J=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\ln\cot x\mathrm{d}x$,$K=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\ln\cos x\mathrm{d}x$,则 I,J,K 的大