第 3 章

立体的投影及表面交线

任何物体都是由若干基本几何体组合而成。根据表面形状不同,基本几何体分为平面立体和曲面立体两类。平面立体的每个表面都是平面,如棱柱、棱锥;曲面立体至少有一个表面是曲面,如回转体类的圆柱、圆锥、圆球、圆环等,如图 3-1 所示。工程上常见的形体大多是立体被截切或两立体相交而形成有表面交线的切割体或相贯体,如图 3-2 所示。本章学习重点就是要了解立体表面交线的性质并掌握交线的画法,这将有助于正确表达机件的结构形状以及读图时对机件进行形体分析。

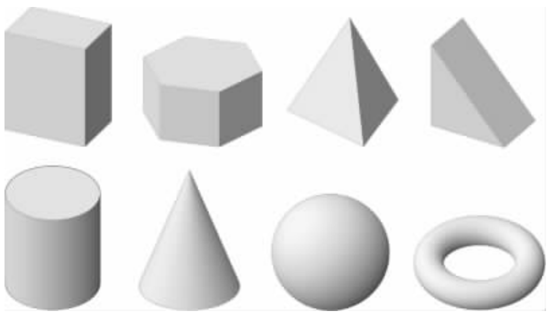


图 3-1　基本几何体

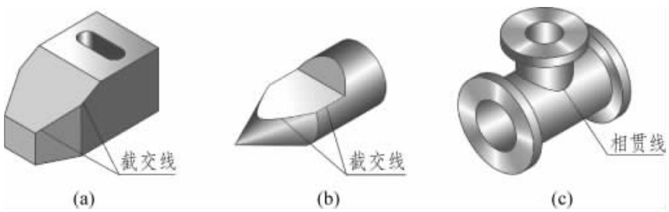


图 3-2　切割体与相贯体
(a) 压块;(b) 顶尖;(c) 三通管

3.1　基本几何体的投影

3.1.1　三视图的形成及对应关系

1. 三视图的形成

如图 3-3(a)所示,将物体放在三投影面体系中,按正投影法向各投影面投射,即得到物

体的正面投影、水平投影和侧面投影。国家标准规定，采用正投影法绘制的物体的正投影图也称为视图。投影时，将物体的可见轮廓线用粗实线表示，不可见的轮廓线用虚线表示。

将物体向三个基本投影面投影所得到的三面投影称为三视图，其名称分别是：

(1) 主视图——由前向后投影到正面（V 面）上所得的视图；

(2) 俯视图——由上向下投影到水平面（H 面）上所得的视图；

(3) 左视图——由左向右投影到侧面（W 面）上所得的视图。

为了画图和看图的方便，必须使处于空间位置的三面投影图在同一个平面上表示出来。规定正面不动，将水平面绕 OX 轴旋转 90°，将侧面绕 OZ 轴旋转 90°，按图 3-3(b)所示的展开方法使它们与正面处于同一平面上，即俯视图配置在主视图的正下方，左视图配置在主视图的正右方，如图 3-3(c)所示。按这样的位置配置三视图，不需标注名称，不必画出投影面和投影轴，即物体的三视图如图 3-3(d)所示。

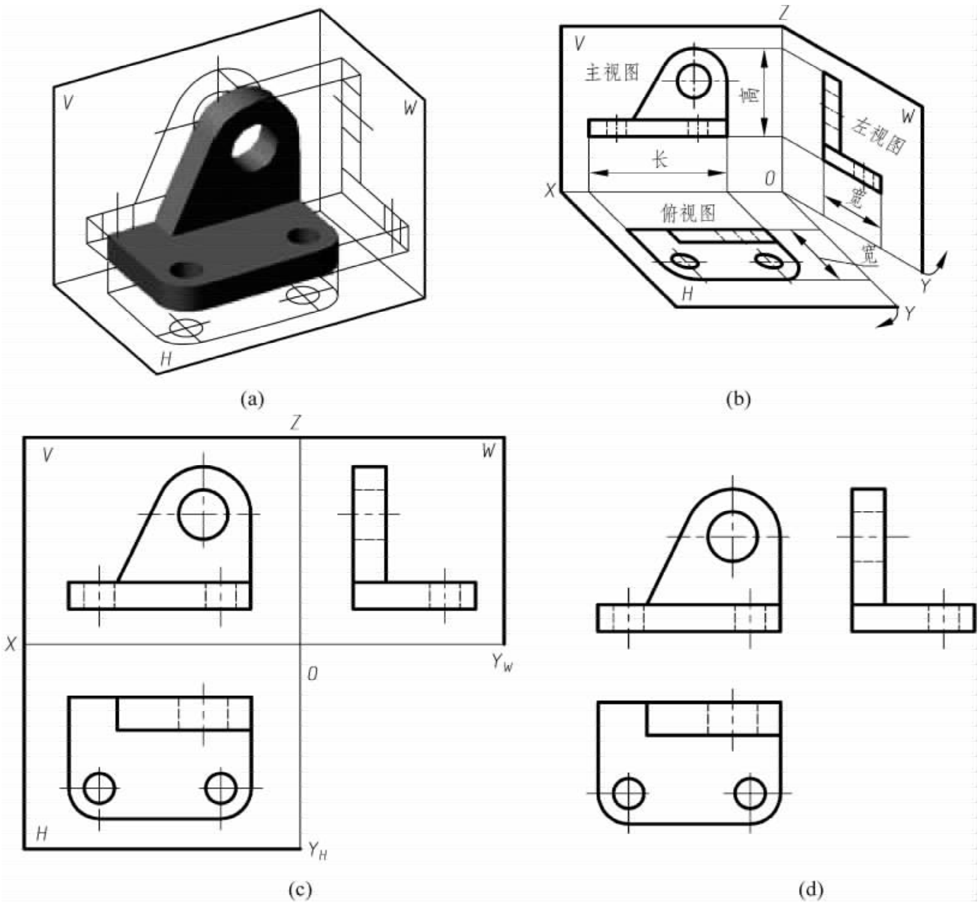


图 3-3　三视图的形成

2. 投影对应关系

物体有长、宽、高三个方向的尺寸，通常规定：物体左右之间的距离为长，前后之间的距离为宽，上下之间的距离为高。从三视图的形成过程可以看出，一个视图只能反映两个方向

的尺寸。主视图反映物体的长和高;俯视图反映物体的长和宽;左视图反映物体的宽和高。三视图之间的投影对应关系如图 3-4 所示,即满足"长对正、宽相等、高平齐"的"三等"原则:

主、俯视图长对正;

俯、左视图宽相等;

主、左视图高平齐。

"三等"原则是三视图的重要特性,也是画图和读图的依据。

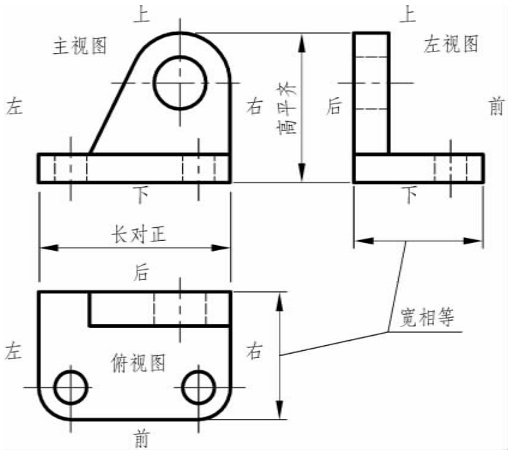


图 3-4 三视图的投影对应关系和方位关系

3. 方位对应关系

如图 3-3(a)所示,空间物体都有上、下、左、右、前、后 6 个方位。从图 3-4 可以看出:

主视图反映物体的上、下和左、右的相对位置关系;

俯视图反映物体的前、后和左、右的相对位置关系;

左视图反映物体的前、后和上、下的相对位置关系。

由此可知,对于物体结构形状的表达至少需要两个视图,才能表明其 6 个方位的位置关系。读图时,必须要将两个视图联系起来看;画图时,应特别注意俯视图与左视图之间的前、后对应关系。

3.1.2 平面立体的投影

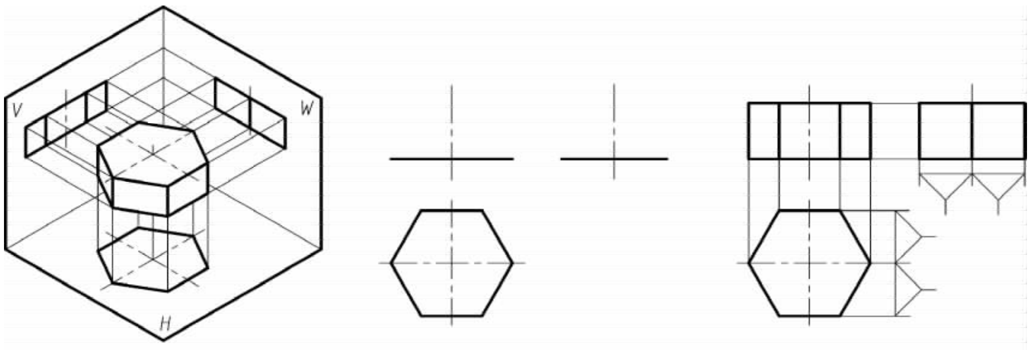
1. 棱柱

棱柱的棱线互相平行。常见的棱柱有三棱柱、四棱柱、五棱柱和六棱柱等。下面以正六棱柱为例,分析其投影特征和作图方法。

1) 投影分析

图 3-5 所示的正六棱柱的顶面和底面是互相平行的正六边形,6 个棱面均为矩形,且与顶面和底面垂直。为作图方便,选择正六棱柱的顶面和底面平行于水平面,并使前、后两个棱面与正面平行,如图 3-5(a)所示。

正六棱柱的投影特征是：顶面和底面的水平投影重合，并反映实形——正六边形，六边形的正面和侧面投影均积聚为直线；6 个棱面的水平投影分别积聚为六边形的 6 条边；由于前、后两个棱面平行于正面，所以正面投影反映实形，侧面投影积聚成两条直线；其余棱面垂直于水平面，与正面和侧面不平行，故其正面和侧面投影仍为矩形，但小于原图形。如图 3-5(a)所示，正六棱柱的正面投影为三个可见的矩形，侧面投影为两个可见的矩形。



(a)　(b)　(c)

图 3-5　正六棱柱的投影作图

2）作图过程

(1) 作正六棱柱的对称中心线和底面基线，先画出具有轮廓特征的俯视图——正六边形，如图 3-5(b)所示。

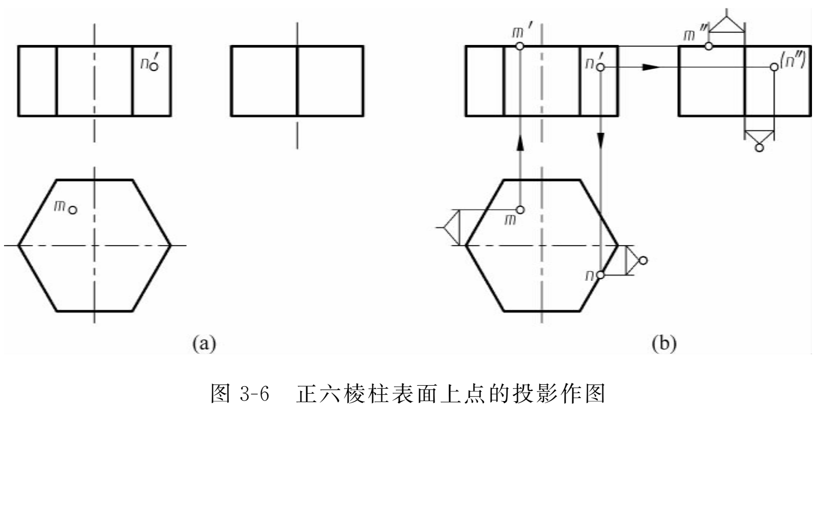
(2) 按长对正的投影关系，并量取正六棱柱的高度画出主视图，再按高平齐、宽相等的投影关系画出左视图，如图 3-5(c)所示。

3）棱柱体表面上点的投影

由于棱柱体的表面都是平面，所以在棱柱表面上取点的作图方法即为在平面上找点。

【例 3-1】　如图 3-6(a)所示，已知正六棱柱表面上点 M、N 的水平投影 m 和正面投影 n'，求 M、N 点的其他两面投影，并判断可见性。

分析：由图可知，点 M 的水平投影在六边形内，并且投影可见，故点 M 应该是位于棱柱的顶面上，由于顶面的正面投影和侧面投影都积聚成水平直线，故 M 点的正面和侧面投影



(a)　(b)

图 3-6　正六棱柱表面上点的投影作图

位于该直线上。点 N 的正面投影位于右侧矩形内,并且投影可见,可推断点 N 位于棱柱的右前棱面上,该面的水平投影积聚成一直线,则点 N 的水平投影在该直线上;该棱面的侧面投影为类似矩形,且不可见。

作图:由 M 点的水平投影 m 根据“长对正”直接可找到正面投影 m',根据“宽相等”找到侧面投影 m''。由 N 点的正面投影 n' 可直接找到水平投影 n,再根据“宽相等、高平齐”找到其侧面投影 n'',该投影不可见,故标注加括号。作图结果如图 3-6(b)所示。

2. 棱锥

棱锥的棱线交于一点,即锥顶。常见的棱锥有三棱锥、四棱锥、五棱锥等。下面以正三棱锥为例,分析其投影特征和作图方法。

1) 投影分析

图 3-7(a)所示正三棱锥 $SABC$,底面 ABC 为一等边三角形,平行于水平面,其水平投影反映实形,另外两面投影积聚成直线;三个棱面均为等腰三角形,棱面△SAC 的底边 AC 垂直于侧面,该棱面为侧垂面;底边 AC 的侧面投影积聚成一个点,其正面投影和水平投影反映实长;其他两个棱面△SAB 和△SBC 为一般位置平面,其各面投影均为类似形。正三棱锥的锥顶的水平投影位于底面△ABC 的形心处,即为△ABC 三条边中线的交点。

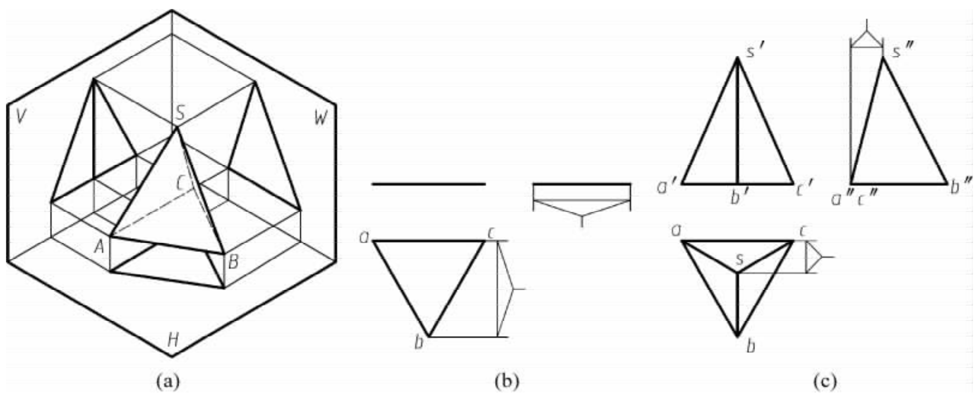


图 3-7 正三棱锥的投影作图

2) 作图过程

(1) 作出三棱锥的水平投影和底面基线位置,先画出底面俯视图——等边△abc,并根据“宽相等”确定其左视图底面基线的长度,如图 3-7(b)所示。

(2) 找出等边△abc 的形心,即为锥顶 S 点的水平投影 s,并确定锥顶高度,然后在主、俯视图上分别用直线连接锥顶与底面三个顶点的投影,即得三条棱线 SA、SB、SC 的正面投影和水平投影。再根据“宽相等、高平齐”,由主、俯视图确定出锥顶的侧面投影 s'',补全左视图,棱面 SAB 和 SBC 的侧面投影重合,A、C 两点为重影点,将可见点标注在前,不可见点标注在后,如图 3-7(c)所示。

3) 三棱锥体表面上点的投影

【例 3-2】 如图 3-8(a)所示,正三棱锥表面上有两点 K 和 L,已知点 L 的正面投影 l'(见图 3-8(b))和点 K 的水平投影 k(见图 3-8(c)),试求点 K 和点 L 的其他两面投影。

分析:由图 3-8(b)可知,L 点的正面投影 l' 位于△$s'b'c'$ 内且可见,可推断点 L 位于棱面

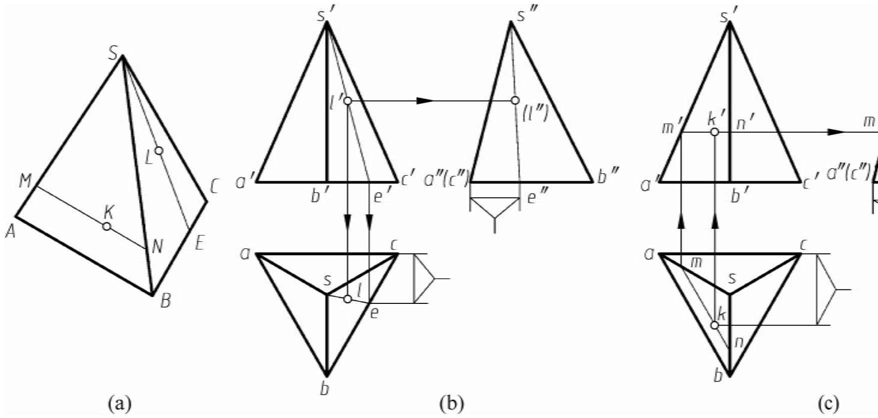


图 3-8　正三棱锥表面上点的投影作图

SBC 上，可在棱面内作一条过锥顶 S 和 L 点的直线交底边 BC 于 E 点，先作出直线 SE 的各面投影，则点 L 的投影必在该直线的同名投影上；由图 3-8(c)可知，K 点的水平投影 k 位于$\triangle sab$ 内且可见，可推断点 K 位于棱面 SAB 上，采用求作棱锥表面上的点的另一种作图方法，过平面上的点 K 在该平面内作任一直线的平行线(如 $MN /\!/ AB$)，则该点的投影必在该平行线的同面投影上，如图 3-8(a)所示。

作图：

(1) 求 L 点的投影：先在棱面 SBC 的正面投影上过 s' 和 l' 作一条直线，交 $b'c'$ 于 e'，E 点在底边 BC 上，投影作出其水平投影 e 和侧面投影 e''，用直线连接 se 和 $s''e''$，再由 L 点的正面投影 l' 直接向下、向右绘制投影线，交 se 于 l，交 $s''e''$ 于 l''。棱面 SBC 在左视图上不可见，故 l'' 也不可见，如图 3-8(b)所示。

(2) 求 K 点的投影：在棱面 SAB 的水平投影上过 k 作 ab 的平行线，交 sa 于 m，交 sb 于 n，再作出直线 MN 的其他两面投影，然后由 k 向上投影交 $m'n'$ 于 k'，最后利用“高平齐、宽相等”作出点 K 的侧面投影 k''，如图 3-8(c)所示。

3.1.3　曲面立体的投影

1. 圆柱

圆柱体的表面由圆柱面与上、下两底面构成。圆柱面可看作由一条直母线绕平行于它的轴线回转而成，如图 3-9(a)所示。直母线在圆柱面上的任一位置称为圆柱面的素线。

1) 投影分析

如图 3-9(b)所示，使圆柱轴线垂直于水平面，则圆柱上、下底面的水平投影反映实形圆，正面和侧面投影积聚成直线。圆柱面的水平投影重合为一圆周，与两底面的水平投影重合。在正面投影中，前、后两半圆柱面的投影重合为一矩形，矩形的两条竖线分别是圆柱面最左、最右素线的投影，也是圆柱面前、后分界的转向轮廓线。在侧面投影中，左、右两半圆柱面的投影重合为一矩形，矩形的两条竖线分别是圆柱面最前、最后素线的投影，也是圆柱面左、右分界的转向轮廓线。

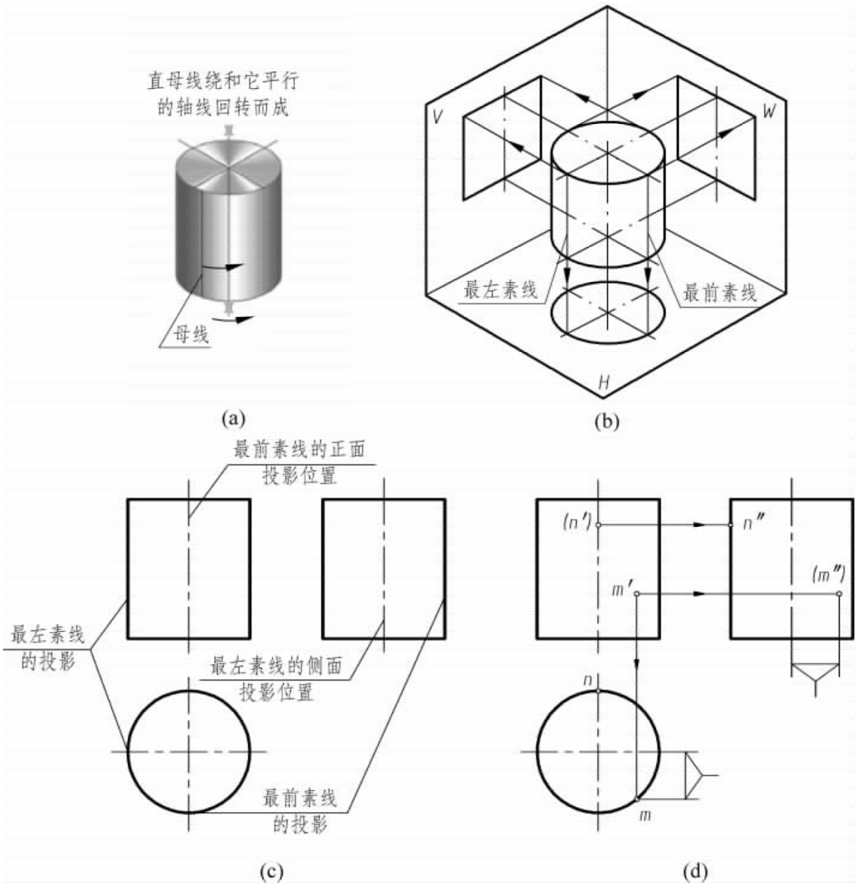


图 3-9　圆柱的投影作图及表面上点的投影

2）作图方法

画圆柱体的三视图时，先画各投影的中心线，再画圆柱面投影具有积聚性圆的俯视图，然后根据圆柱体的高度画出另外两个视图，如图 3-9(c)所示。

3）圆柱体表面上点的投影

【例 3-3】 如图 3-9(d)所示，已知圆柱面上的点 M 和点 N 的正面投影 m' 和 n'，求作 M 和 N 的其他两面投影。

分析：根据圆柱面水平投影的积聚性可作出 m，由于 m' 是可见的，则点 M 必位于圆柱的前半圆柱面上，m 必在水平投影圆的前半圆周上。根据投影关系由 m 和 m' 可作出 m''，同时点 M 也在右半圆柱面上，所以其侧面投影不可见。点 N 的正面投影 n' 位于矩形内的中心轴线上，且不可见，故该点必位于后半圆柱面上，并且是在最后素线上，则水平投影在圆周的最后点处，侧面投影在最后的素线上。

作图：结果如图 3-9(d)所示。

2. 圆锥

圆锥体的表面由圆锥面和底面构成。圆锥面可看作是由一条直母线绕与它斜交的轴线

回转而成(见图 3-10(a))。直母线在圆锥面上的任一位置称为圆锥面的素线。

1) 投影分析

图 3-10(b)所示为轴线垂直于水平面的正圆锥的三视图。锥底面平行于水平面,水平投影反映实形,正面和侧面投影积聚成直线。圆锥面的三个投影都没有积聚性,其水平投影与底面的水平投影相重合,全部可见。正面投影由前、后两个半圆锥面的投影重合为一等腰三角形,三角形的两腰分别是圆锥面最左、最右素线的投影,也是圆锥面前、后分界的转向轮廓线。侧面投影由左、右两半圆锥面的投影重合为一等腰三角形,三角形的两腰分别是圆锥最前、最后素线的投影,也是圆锥面左、右分界的转向轮廓线。

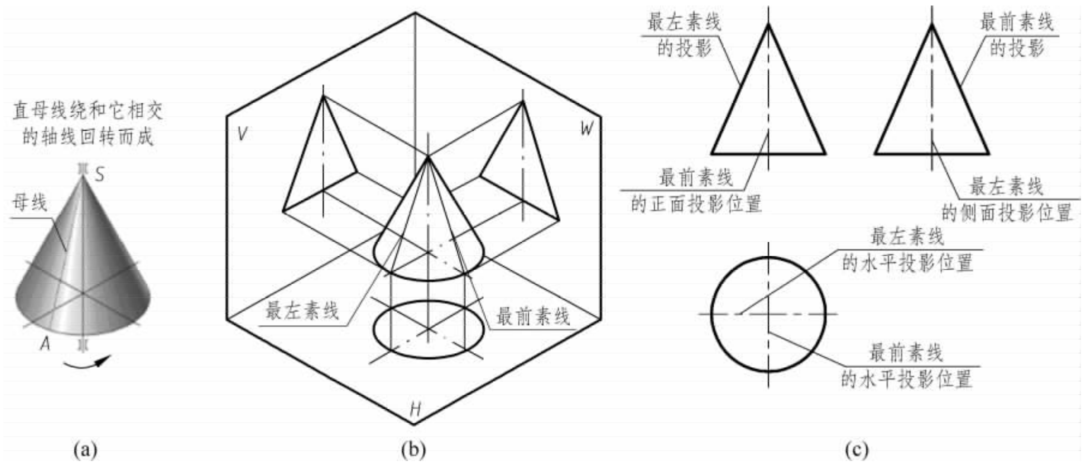


图 3-10　圆锥的投影作图

2) 作图方法

画圆锥的三视图时,先画各投影的轴线,再画底面圆的各投影,然后画出锥顶的投影和锥面的投影(等腰三角形),完成圆锥的三视图(见图 3-10(c))。

3) 圆锥体表面上点的投影

【例 3-4】 如图 3-11(b)所示,已知圆锥表面上点 M 的正面投影 m',求作它的其他两面投影。

分析:根据点 M 在正面的投影位置和可见性,可知点 M 在前、左圆锥面上,则点 M 的三面投影均可见。圆锥表面上的点必然在圆锥表面通过锥顶的某一素线上或垂直于回转轴线的一个纬圆上,如图 3-11(a)所示。因此,可采用两种方法作出圆锥表面上点的投影。

作图:

(1) 素线法:如图 3-11(b)所示,过锥顶 S 和点 M 作辅助素线 SA,即在正面投影图中,连接 $s'm'$,并延长到与底面的投影积聚线相交于 a',由 a' 投影到水平投影的圆周上找到 a,作出 sa,由 sa 作出 $s''a''$,再按点在直线上的投影关系由 m' 作出 m 和 m''。

(2) 纬圆法:如图 3-11(c)所示,过点 M 在圆锥面上作垂直于圆锥轴线的水平辅助纬圆(见立体图 3-11(a)),E、F 点是纬圆与最左、最右素线的交点。点 M 的各投影必在该圆的同面投影上,先在正面投影图中过 m' 作圆锥轴线的垂直线,交圆锥最左、最右轮廓线于 e'、f',$e'f'$ 即辅助纬圆的正面投影。在水平投影上,以 s 为圆心,$e'f'$ 为直径,作辅助纬圆的水平投

影。由 m' 求得 m,再由 m'、m 求得 m''。

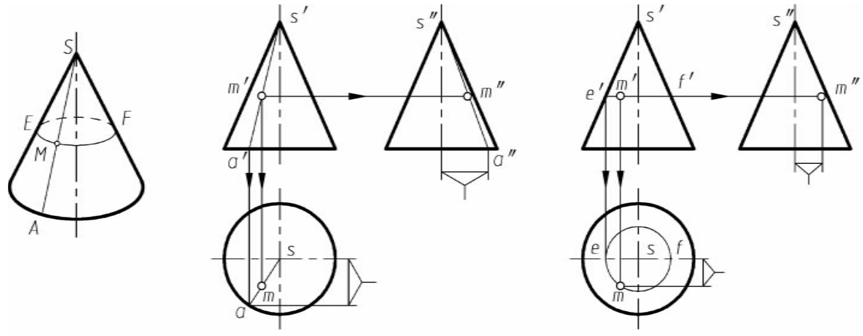


图 3-11 圆锥表面上点的投影

3. 圆球

圆球面可以看作是由一条半圆母线绕其直径回转而成,如图 3-12(a)所示。

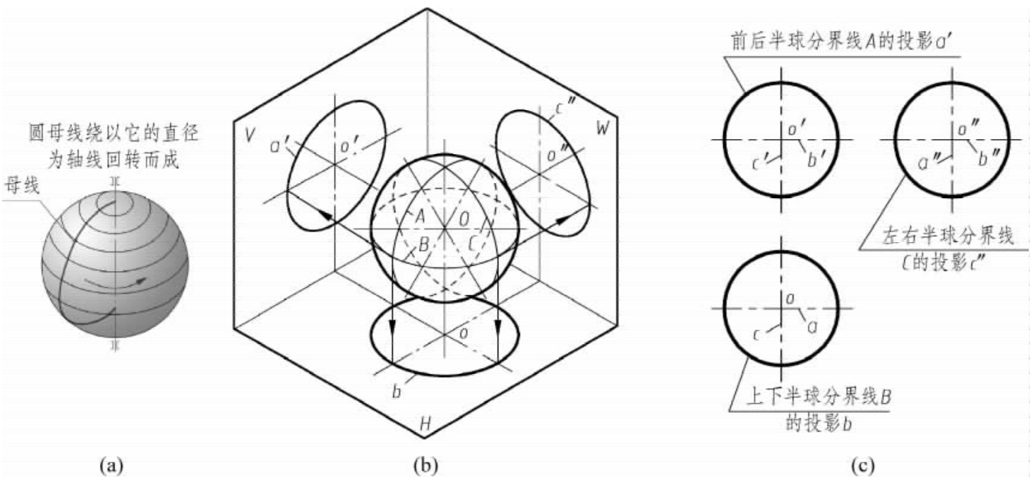


图 3-12 圆球的投影作图

1)投影分析

由图 3-12(b)可看出,球面上平行于三个投影面有三个最大圆,即圆 A、B、C。最大圆 A 平行于 V 面,将圆球分为前、后两个半球,前半球可见,后半球不可见;最大圆 B 平行于 H 面,将圆球分为上、下两个半球,上半球可见,下半球不可见;最大圆 C 平行于 W 面,将圆球分为左、右两个半球,左半球可见,右半球不可见。如图 3-12(c)所示,圆 A 的正面投影为圆 a',形成了主视图的轮廓线,而其水平投影和侧面投影都与相对应的中心线重合,不必画出;圆 B 的水平投影为圆 b,是球体俯视图的轮廓线;左视图中只要画出 C 的侧面投影 c'';B、C 的其余两面投影与相应的中心线重合,均不必画出。因此,圆球的三视图为大小相等的圆,其直径与球的直径相等。

2)作图方法

如图 3-12(c)所示,先画出圆球垂直于投影面的轴线的三面投影,以确定出球心的位置

(轴线的交点),然后过球心分别画出与球等直径的圆。

3) 圆球表面上点的投影

【例 3-5】 如图 3-13 所示,已知球面上点 M 的正面投影 m',求 M 点的其他两面投影。

分析:由于球面的三个投影都没有积聚性,可利用辅助圆法求解,通常选择与投影面平行的辅助圆。

作图:如图 3-13(a)所示,过 m' 作水平辅助圆,该圆的正面投影积聚为直线 $e'f'$,再作出其水平投影,即以 o 为圆心,$e'f'$ 为直径的圆。由 m' 在该圆的水平投影上求得 m,由于 M 点的正面投影不可见,所以 m 在后半球面上。又由于 m' 在下半圆球面上,所以 m 不可见。再由 m'、m 求出 m'',点 M 在左半球面上,故 m'' 可见。也可过 m' 作侧平辅助圆,如图 3-13(b)所示。

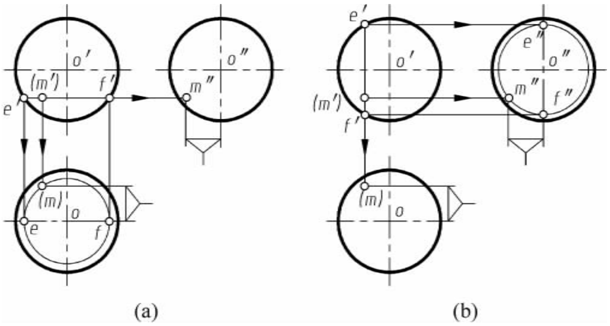


图 3-13　圆球的投影作图与表面上点的投影

(a) 利用水平辅助圆作图;(b) 利用侧平辅助圆作图

3.2　立体表面的截交线

平面与立体相交,截去立体的一部分叫做截切或切割。立体被平面切割后,平面与立体表面的交线称为截交线,该平面为截平面。由截交线围成的平面图形称为截断面,如图 3-14 所示。

立体被截平面切割后,所得到的截交线一般是由直线、曲线或直线与曲线围成的封闭的平面多边形,该多边形的形状取决于被截立体的形状和截平面与立体的相对位置。由于截交线是截平面与立体表面的共有线,故截交线上的点是截平面与立体表面的共有点。

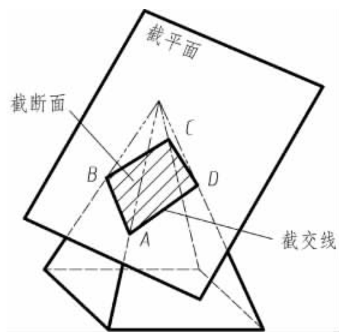


图 3-14　平面切割平面体

求立体表面截交线的方法如下:

(1) 根据被切割立体的形状、截平面切割立体的相对位置,分析截交线的形状特征;

(2) 根据立体、截平面与投影面的位置关系,分析截交线的投影特性,即实形性、积聚性、类似性等;

(3) 求出截平面与立体表面共有点的各面投影,然后在对应投影上依次连接各点得到封闭的多边形,即截交线的投影,注意判断截交线的可见性。