

第3章 三角函数

【268】 (1984 · 全国 · 5 ·)

如果 θ 是第二象限角, 且满足 $\cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{1 - \sin \theta}$, 那么 $\frac{\theta}{2}$ ().

- A. 是第一象限角
B. 是第三象限角
C. 可能是第一象限角, 也可能是第三象限角
D. 是第二象限角

【269】 (1992 · 全国 · 25 ·)

已知 $\frac{\pi}{2} < \beta < \alpha < \frac{3\pi}{4}$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{12}{13}$, $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{3}{5}$. 求 $\sin 2\alpha$ 的值.

【270】 (2006 · 重庆 · 10 ·)

若 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\cos(\alpha - \frac{\beta}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin(\frac{\alpha}{2} - \beta) = -\frac{1}{2}$, 则 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值等于 ().

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【271】 (2005 · 北京 · 5 ·)

对任意的锐角 α, β , 下列不等关系中正确的是 ().

- A. $\sin(\alpha + \beta) > \sin \alpha + \sin \beta$
B. $\sin(\alpha + \beta) > \cos \alpha + \cos \beta$
C. $\cos(\alpha + \beta) < \sin \alpha + \sin \beta$
D. $\cos(\alpha + \beta) < \cos \alpha + \cos \beta$

【272】 (2005 · 重庆 · 13 ·)

已知 α, β 均为锐角, 且 $\cos(\alpha + \beta) = \sin(\alpha - \beta)$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

【273】 (2007 · 江苏 · 11 ·)

若 $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{5}$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{3}{5}$, 则 $\tan \alpha \cdot \tan \beta =$ _____.

【274】(2014·课程标准一·8·)

设 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 且 $\tan \alpha = \frac{1 + \sin \beta}{\cos \beta}$, 则().

- A. $3\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$ B. $2\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$
C. $3\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ D. $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

【275】(2006·江苏·14·)

$\frac{\cos 10^\circ}{\tan 20^\circ} + \sqrt{3} \sin 10^\circ \tan 70^\circ - 2 \cos 40^\circ =$ _____.

【276】(2015·重庆·9·)

若 $\tan \alpha = 2 \tan \frac{\pi}{5}$, 则 $\frac{\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{10}\right)}{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{5}\right)} =$ ().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【277】(2013·重庆·9·)

$4 \cos 50^\circ - \tan 40^\circ =$ ().

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$
C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2} - 1$

【278】(2005·重庆·17·)

若函数 $f(x) = \frac{1 + \cos 2x}{4 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} - a \sin \frac{x}{2} \cos\left(\pi - \frac{x}{2}\right)$

的最大值为 2, 试确定常数 a 的值.

【279】(1980·全国·5·)

设 $\frac{3\pi}{4} < \theta < \frac{5\pi}{4}$, 化简

$$\frac{\sqrt{\cos \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \theta\right) \left[\sin(\pi - \theta) - \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right]}}{\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}.$$

【280】 (2004 · 全国三 · 18 ·)

已知 α 为锐角, 且 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, 求 $\frac{\sin 2\alpha \cos \alpha - \sin \alpha}{\sin 2\alpha \cos 2\alpha}$ 的值.

【281】 (2004 · 全国一 · 18 ·)

求函数 $f(x) = \frac{\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x}{2 - \sin 2x}$ 的最小正周期、最大值和最小值.

【282】 (1979 · 全国 · 2 ·)

化简 $[(1 + \sin^2 \theta)^2 - \cos^4 \theta][(1 + \cos^2 \theta)^2 - \sin^4 \theta]$.

【283】 (2008 · 湖北 · 16.1 ·)

已知函数 $f(t) = \sqrt{\frac{1-t}{1+t}}$, $g(x) = \cos x \cdot f(\sin x) + \sin x \cdot f(\cos x)$, $x \in \left(\pi, \frac{17\pi}{12}\right)$. 将函数 $g(x)$ 化简成 $A \sin(\omega x + \varphi) + B$ ($A > 0$, $\omega > 0$, $\varphi \in [0, 2\pi)$) 的形式.

【284】 (1987 · 全国 · 16 ·)

求 $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$ 的值.

【285】 (2005 · 全国二 · 14 ·)

设 α 为第四象限的角, 若 $\frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} = \frac{13}{5}$, 则 $\tan 2\alpha =$ _____.

【Q】 鲲哥, 我就想知道失恋了要怎么才能走出来? 本来想的是在大学里好好谈一段恋爱的, 我也挺喜欢他的, 但他提了分手. 虽然我也争取了, 然后前两天是有点要死要活的, 但现在, 我只想忘记.

【A】 多少你以为是最值的人, 事后不过是十七八岁闭区间里的极大值.

【286】(1988·全国·21·)))))

已知 $\tan x = a$, 求 $\frac{3\sin x + \sin 3x}{3\cos x + \cos 3x}$ 的值.

【287】(1994·全国·21·)))))

求函数 $y = \frac{\sin 3x \sin^3 x + \cos 3x \cos^3 x}{\cos^2 2x} + \sin 2x$ 的最小值.

【288】(2016·新课标全国二·11·)))))

函数 $f(x) = \cos 2x + 6\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ 的最大值为 ().

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【289】(2014·全国·16·)))))

若函数 $f(x) = \cos 2x + a \sin x$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ 是减函数, 则 a 的取值范围是 _____.

【290】(2007·全国一·12·)))))

函数 $f(x) = \cos^2 x - 2\cos^2 \frac{x}{2}$ 的一个单调增区间是 ().A. $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$
C. $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ D. $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$

【291】(2005·全国一·7·)))))

当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, 函数 $f(x) = \frac{1 + \cos 2x + 8\sin^2 x}{\sin 2x}$ 的最小值为 ().A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $4\sqrt{3}$

【292】(2008·辽宁·16·)

设 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 则函数 $y = \frac{2\sin^2 x + 1}{\sin 2x}$ 的最小值为_____.

【293】(2009·全国一·16·)

若 $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$, 则函数 $y = \tan 2x \tan^3 x$ 的最大值为_____.

【294】(1990·全国·19·)

函数 $y = \sin x \cos x + \sin x + \cos x$ 的最大值是_____.

【295】(2016·江苏·14·)

在锐角三角形 ABC 中, 若 $\sin A = 2\sin B \sin C$, 则 $\tan A \tan B \tan C$ 的最小值是_____.

【296】(2008·重庆·10·)

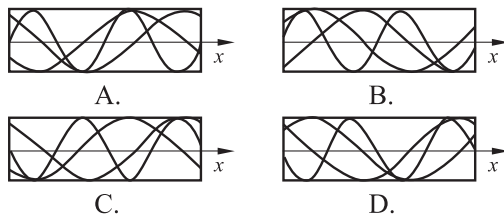
函数 $f(x) = \frac{\sin x - 1}{\sqrt{3} - 2\cos x - 2\sin x}$ ($0 \leq x \leq 2\pi$)

的值域是().

- A. $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right]$ B. $[-1, 0]$
C. $[-\sqrt{2}, 0]$ D. $[-\sqrt{3}, 0]$

【297】(2010·江西·12·)

四位同学在同一个坐标系中分别选定了一个适当的区间, 各自作出三个函数 $y = \sin 2x$, $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$, $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像如下. 结果发现恰有一位同学作出的图像有错误, 那么有错误的图像是().



【298】 (2011 · 全国 · 7 · Ⅲ)

设函数 $f(x) = \cos \omega x (\omega > 0)$, 将 $y = f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后, 所得的图像与原图像重合, 则 ω 的最小值等于().

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. 6 D. 9

【299】 (2009 · 全国二 · 9 · Ⅲ)

若将函数 $y = \tan\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right) (\omega > 0)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后, 与函数 $y = \tan\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图像重合, 则 ω 的最小值为().

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

【300】 (2013 · 课程标准二 · 16 · Ⅲ)

函数 $y = \cos(2x + \varphi) (-\pi \leq \varphi \leq \pi)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位后, 与函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像重合, 则 $\varphi =$ _____.

【301】 (2007 · 全国二 · 3 · Ⅲ)

函数 $y = |\sin x|$ 的一个单调递增区间是().

- A. $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$
C. $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$

【302】 (2005 · 全国二 · 1 · Ⅲ)

函数 $f(x) = |\sin x + \cos x|$ 的最小正周期是().

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π

【303】 (2005 · 江西 · 5 · Ⅲ)

设函数 $f(x) = \sin 3x + |\sin 3x|$, 则 $f(x)$ 为().

- A. 周期函数, 最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$
B. 周期函数, 最小正周期为 $\frac{\pi}{3}$
C. 周期函数, 最小正周期为 2π
D. 非周期函数

【304】(2005·湖北·15·))

函数 $y = |\sin x| \cos x - 1$ 的最小正周期与最大值的和为_____.

【305】(2005·上海·11·))

函数 $f(x) = \sin x + 2|\sin x|, x \in [0, 2\pi]$ 的图像与直线 $y = k$ 有且仅有两个不同的交点, 则 k 的取值范围是_____.

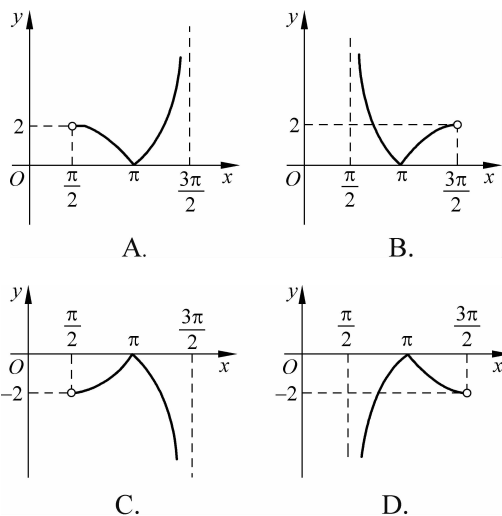
【306】(2005·北京·8·))

函数 $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\cos x}$ ().

- A. 在 $[0, \frac{\pi}{2})$, $(\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上递增, 在 $[\pi, \frac{3\pi}{2})$, $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ 上递减
- B. 在 $[0, \frac{\pi}{2})$, $[\pi, \frac{3\pi}{2})$ 上递增, 在 $(\frac{\pi}{2}, \pi]$, $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ 上递减
- C. 在 $(\frac{\pi}{2}, \pi]$, $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ 上递增, 在 $[0, \frac{\pi}{2})$, $[\pi, \frac{3\pi}{2})$ 上递减
- D. 在 $[\pi, \frac{3\pi}{2})$, $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ 上递增, 在 $[0, \frac{\pi}{2})$, $(\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上递减

【307】(2008·江西·10·))

函数 $y = \tan x + \sin x - |\tan x - \sin x|$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 内的图像是().



【308】(2006·辽宁·11·))

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x) - \frac{1}{2}|\sin x - \cos x|$, 则 $f(x)$ 的值域是().

- A. $[-1, 1]$ B. $[-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$
- C. $[-1, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ D. $[-1, -\frac{\sqrt{2}}{2}]$

【309】 (2004 · 全国二 · 11 ·))))

函数 $y = \sin^4 x + \cos^2 x$ 的最小正周期为().

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π

【310】 (2016 · 上海 · 13 ·))))

设 $a, b \in \mathbf{R}, c \in [0, 2\pi)$. 若对任意实数 x 都有 $2\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = a\sin(bx + c)$, 则满足条件的有序实数组 (a, b, c) 的组数为_____.

【311】 (2016 · 浙江 · 5 ·))))

设函数 $f(x) = \sin^2 x + b\sin x + c$, 则 $f(x)$ 的最小正周期().

- A. 与 b 有关, 且与 c 有关
B. 与 b 有关, 但与 c 无关
C. 与 b 无关, 且与 c 无关
D. 与 b 无关, 但与 c 有关

【312】 (2006 · 湖南 · 14 ·))))

若 $f(x) = a\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + b\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ($ab \neq 0$) 是偶函数, 则有序实数对 (a, b) 可以是_____. (注: 写出你认为正确的一组数字即可.)

【313】 (2006 · 天津 · 9 ·))))

已知函数 $f(x) = a\sin x - b\cos x$ (a, b 为常数, $a \neq 0, x \in \mathbf{R}$) 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称, 则函数 $y = f\left(\frac{3\pi}{4} - x\right)$ 是().

- A. 偶函数且它的图像关于点 $(\pi, 0)$ 对称
B. 偶函数且它的图像关于点 $\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$ 对称
C. 奇函数且它的图像关于点 $\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$ 对称
D. 奇函数且它的图像关于点 $(\pi, 0)$ 对称

【314】 (2015 · 湖南 · 9 ·))))

将函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图像向右平移 φ ($0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图像. 若对满足 $|f(x_1) - g(x_2)| = 2$ 的 x_1, x_2 , 有 $|x_1 - x_2|_{\min} = \frac{\pi}{3}$, 则 $\varphi =$ ().

- A. $\frac{5\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

【315】(2014·天津·8·)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin\omega x + \cos\omega x$ ($\omega > 0$), $x \in \mathbf{R}$. 在曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = 1$ 的交点中, 若相邻交点距离的最小值为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $f(x)$ 的最小正周期为().

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. π D. 2π

【316】(2014·北京·14·)

设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$, $A > 0, \omega > 0$, 若 $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ 上具有单调性, 且 $f(\frac{\pi}{2}) = f(\frac{2\pi}{3}) = -f(\frac{\pi}{6})$, 则 $f(x)$ 的最小正周期为_____.

【317】(2012·课程标准·9·)

已知 $\omega > 0$, 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4})$ 在 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 内单调递减, 则 ω 的取值范围是().

- A. $[\frac{1}{2}, \frac{5}{4}]$ B. $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$
C. $(0, \frac{1}{2}]$ D. $(0, 2]$

【318】(2015·天津·14·)

已知函数 $f(x) = \sin\omega x + \cos\omega x$ ($\omega > 0$), $x \in \mathbf{R}$, 若函数 $f(x)$ 在区间 $(-\omega, \omega)$ 内单调递增, 且函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x = \omega$ 对称, 则 ω 的值为_____.

【319】(2012·重庆·18·)

设 $f(x) = 4\cos(\omega x - \frac{\pi}{6})\sin\omega x - \cos(2\omega x + \pi)$, 其中 $\omega > 0$.

- (1) 求函数 $y = f(x)$ 的值域;
(2) 若 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上为增函数, 求 ω 的最大值.

【320】(2016·新课标全国一·12·)

已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$), $x = -\frac{\pi}{4}$ 为 $f(x)$ 的零点, $x = \frac{\pi}{4}$ 为 $y = f(x)$ 图像的对称轴, 且 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{36})$ 单调, 则 ω 的最大值为().

- A. 11 B. 9 C. 7 D. 5