SUCCESS

MBA、MPA、MPAcc、MEM 管理类联考

数学

高分突破

社科赛斯教育集团 主编

清华大学出版社

SUCCESS

MBA、MPA、MPAcc、MEM管理类联考数学高分突破

社科赛斯教育集团 主编

清华大学出版社
北 京

图书在版编目(CIP)数据

MBA、MPA、MPAcc、MEM管理类联考数学高分突破 / 社科赛斯教育集团 主编. —北京：清华大学出版社，2018
ISBN 978-7-302-49821-6

Ⅰ. ①M… Ⅱ. ①社… Ⅲ. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 037610 号

责任编辑：陈 莉 高 屾
封面设计：周晓亮
版式设计：方加青
责任校对：曹 阳
责任印制：杨 艳

出版发行：清华大学出版社
网 址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地 址：北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编：100084
社 总 机：010-62770175 邮 购：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 刷 者：北京富博印刷有限公司
装 订 者：北京市密云县京文制本装订厂
经 销：全国新华书店
开 本：185mm×260mm 印 张：16.25 字 数：416 千字
版 次：2018 年 3 月第 1 版 印 次：2018 年 3 月第 1 次印刷
印 数：1 ～ 3000
定 价：45.00 元

产品编号：079013-01

编　委　会

从书序

勤学巧练　铺平考研路

无目标的努力，如同在黑暗中远征，我们学习的目标很明确——考上！为了在联考中得到高分，勤奋是必不可少的，一定要多做题；但技巧同样不可或缺，盲目练习反而可能误入歧途。联考的出题范围广泛，英语的题源包括多种期刊，数学的题源包括了中考题、高考题、竞赛题等，逻辑和写作的命题则涉及了生活的方方面面，如果靠考生个人搜集势必事倍功半。所以，优质、全面的复习资料可以使考生在考研路上步履轻盈，事半功倍。

社科赛斯教育集团出品的专硕备考蓝宝书系列正是考研路上助您成功的基石。

备考中，广大考生要根据自身实际情况有针对性地复习，学有余力的考生要适当拓展，确保在考场上举重若轻；基础一般的考生则要夯实基础，保证该得的分万无一失。

以下，分科目向读者介绍一下备考中的注意事项。

1. 关于数学

首先，务必勤于总结，把好的技巧、经典的题型和解法记在心里。

建议考生准备一个笔记本，专门用于整理笔记、收录心得。读完一本好书犹如看了一部精彩的电影，看电影时再热血沸腾，复述时也会错过某些重点，更何况严谨的数学学习。俗话说“好记性不如烂笔头”，记下的各种技巧、模板将是备考中的宝贵财富。

掷一枚均匀的硬币若干次，当正面向上的次数大于反面向上的次数时停止，则在 4 次之内停止的概率为

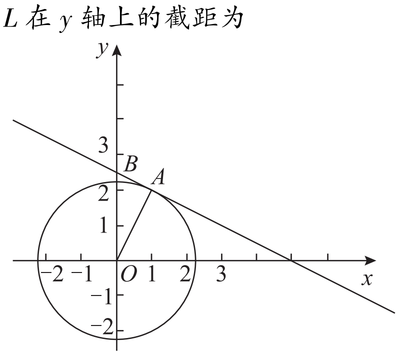
(A) $\frac{1}{8}$　(B) $\frac{3}{8}$　(C) $\frac{5}{8}$　(D) $\frac{3}{16}$　(E) $\frac{5}{16}$

这是 2014 年联考的真题，认真求解是有一点难度的。但如果注意到第 1 次停止（即第 1 次正面向上）的概率明显为$\frac{1}{2}$，那么本题的答案肯定大于$\frac{1}{2}$，则只能选 C。

已知直线 L 是圆 $x^2+y^2=5$ 在点(1，2)处的切线，则 L 在 y 轴上的截距为

(A) $\frac{2}{5}$　(B) $\frac{2}{3}$　(C) $\frac{3}{2}$

(D) $\frac{5}{2}$　(E) 5



此题也是 2014 年联考的真题，认真求解的话难度更高。但如果画出草图，即使画的不是很标准，也可以看出，点 B 的纵坐标肯定比 2 大，但一定比 5 小，这样选项中只有 D 是可以选择的。

上述两题的技巧性如何呢？其实这只是社科赛斯名师团队针对专硕考试总结的各种解题技巧中的沧海一粟。

其次，在练习中要多思考、多提问自己。

有时一道题看懂了，那只是局限于此题，如果稍作变化，就又不会做了。这是因为没有做到举一反三、融会贯通，如果我们养成了勤于思考、善于自我提问的习惯，日积月累之后就会将知识理解得非常透彻。

以下是《管理类联考数学决胜1000题》中的题目，答案是D。如果将解题过程中的两个“思考”部分去掉，你是否会想到有这么两个很值得反思的问题？

已知三个质数的倒数和为$\frac{1879}{3495}$，则这三个质数的和为

(A)1879　　(B)253　　(C)262　　(D)241　　(E)284

思考1：为什么这里不能直接得到$abc=3495$？

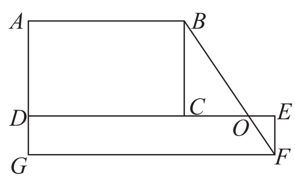
思考2：本题将3495分解的时候，遇到233，是否要纠结于233能否继续分解成两个质数的乘积？

最后，要培养发散思维的能力，练习一题多解。

不同的解题方法代表不同的思考角度！如果考生平时能多思考一种题型的多种解法，那么不仅能熟练掌握知识点和解题技巧，还能确保在考场上快速找到最适合自己的那种方法。

以下是《管理类联考数学决胜1000题》中的题目，答案是A。此题我们用四种方法解答，考生可以先试试能想到几种方法。

如图，四边形$ABCD$是7×4的长方形，四边形$DEFG$是10×2的长方形，则ΔBCO与ΔEFO的面积之差为



(A)3　　(B)4　　(C)5　　(D)6　　(E)7

2. 关于逻辑

逻辑学已经成为现代社会科学发展的一个重要学科，逻辑能力成为体现一个人的智慧、见识、思维和水平的重要标志。早在1982年，逻辑就被引入LSAT考试(Law School Admission Test，美国法学院入学考试)，并逐渐被很多管理考试纳入必考科目。正是由于逻辑考试在评判考生逻辑能力上的重要性，目前我国很多考试也引入了逻辑推理能力的测试，如MBA、MPAcc等管理类联考，GCT、国家公务员考试，等等。

对于考生来说，能够既快又准地解答试卷中的题目是有难度的，这就要求考生在备考阶段精心准备、勤学巧练。

首先，在备考中一定要重视题量的积累。

逻辑考试题目看似千变万化，其实很多题目的内核是高度相似的。当有了一定的题量积累后，考场上就很可能遇到似曾相识的老题。

为了估计当前人们对管理基本知识掌握的水平，《管理者》杂志在读者中开展了一次管理知识有奖问答活动。答卷评分后发现，60% 的参加者对于管理基本知识掌握的水平很高，30% 左右的参加者也表现出了一定的水平。《管理者》杂志因此得出结论，目前社会群众对于管理基本知识的掌握还是不错的。

以下哪项如果为真，则最能削弱以上结论？

(A) 管理基本知识的范围很广，仅凭一次答卷就得出结论未免过于草率。

(B) 掌握了管理基本知识与管理水平的真正提高还有相当的距离。

(C) 并非所有《管理者》的读者都参加了此次答卷活动，其可信度值得商榷。

(D) 从发行渠道看，《管理者》的读者主要是高学历者和实际的经营管理者。

(E) 并非所有人都那么认真。有少数人照抄了别人的答卷，还获了奖。

《花与美》杂志受 A 市花鸟协会委托，就 A 市评选市花一事对杂志读者群进行了民意调查，结果 60% 以上的读者将荷花选为市花，于是编辑部宣布，A 市大部分市民赞成将荷花定为市花。

以下哪项如果属实，最能削弱该编辑部的结论？

(A) 有些《花与美》的读者并不喜欢荷花。

(B)《花与美》杂志的读者主要来自 A 市一部分收入较高的女性市民。

(C)《花与美》杂志的有些读者并未在调查中发表意见。

(D) 市花评选的最后决定权是 A 市政府而非花鸟协会。

(E)《花与美》杂志的调查问卷将荷花放在十种候选花的首位。

上述两题分别为 2001 年和 2010 年联考真题，答案依次为 D、B。毫无疑问，两题的考点几乎完全一样，只要之前练习过其中之一，另一题一定可以轻松做对。

其次，要有精准的提炼能力。

考生必须在尽可能短的时间内，摆脱烦琐细节和干扰文字，快速弄清题目的逻辑内涵，理清问题的逻辑思路，找到破解问题的方法。而这种要求，就需要考生通过学习，对日常逻辑思维能力进行挖掘、引导与转化，通过训练，来加强对逻辑知识的理解、思维的运用。下面以 2017 年联考真题为例。

任何结果都不可能凭空出现，它们的背后都是有原因的；任何背后有原因的事物均可以被人认识，而可以被人认识的事物都必然不是毫无规律的。

根据以上陈述，以下哪项一定为假？

(A) 任何结果都可以被人认识。

(B) 任何结果的出现的背后都是有原因的。

(C) 有些结果的出现可能毫无规律。

(D) 那些可以被人认识的事物必然有规律。

(E) 人有可能认识所有事物。

该题目要求选择一个一定为假的选项，如果我们盲目地分析每个选项，则很难明确哪个一定为假。而当我们对历年真题的规律进行了学习之后，就会发现，这类题目其实是巧妙地考查了负命题的知识，仅仅需要一个公式就可以快速解决，答案为 C。负命题是每年必考的题目，在历史题目中多次重复出现，是备考重点之一。

最后，要充分利用经典教材，理顺解题思路。

建议广大考生在做题时，不要先看答案，而是先根据自己对知识点的理解去解题，如果解答正确，则再结合解释加深思维；如果选择错误，则详读例题的解释与提示，修正自己的解题思路。

3. 关于写作

专硕考试中的写作部分共两题，其一是论证有效性分析，其二是论说文。

论证有效性分析考查的本质是批判性思维，即寻找材料中的论证缺陷。论证有效性分析的理论基础是逻辑，所以学习逻辑的过程其实也是为论证有效性分析打基础，反过来，也可以在学习论证有效性分析的过程中去体会逻辑题的解题思路。

需要注意的是，对于论证有效性分析的备考不应将模板和套路作为学习的重点，而应该理解每一个谬误的本质，做到反驳有力。

而对于论说文，很多考生都存在一个误解，即认为论说文考查的是文采，其实不然，论说文考查的内容应当是：80% 的理性思维 +20% 语言表达。

在实际考试中，论说文的得分率并不高，大多数同学的失分不是因为不够努力，而是源于备考方向错误，最常见的就是将重心放在了文采的渲染而忽视了理性的思维。

所以在论说文备考的过程中，各位考生应注意以下事项。

（1）注意积累。论说文行文过程中需要论据及理论支撑论点成立，为了在考场上快速行文，平时应当注重积累。

（2）重视理性思维，避开论证缺陷。

（3）勤改精练，不要沉迷于量的满足感，而要追求文章质的提高。写完的文章一定要进行自评（可借助《MBA、MPAcc 管理与经济类联考综合能力写作高分突破》一书中的写作评估卡及写作评分卡体系），在条件允许的情况下最好找专业老师进行批改，并在修改后重新行文，形成精品作文。

4. 关于英语

专硕考试中的英语部分涉及四种题型：完形填空、阅读理解、翻译、写作。考生要清晰各题型特点以及解题技巧，才能在考试中取得优异的成绩。

完形填空

主要考查考生对英语知识的综合运用能力。在一篇约 350 词的文章中留出 20 个空，要求考生从每题所给的 4 个选项中选出最佳答案，使补全后的文章意思通顺、前后连贯、结构完整。这一题型的命题规律通常总结为以下三点。

规律 1：考查逻辑关系

上下文逻辑关系是历年必考题目之一。此题型通常出现在句子的衔接处，或者表示递进、转折、让步、列举等地方。这就要求考生掌握表示逻辑关系的连接词。

- 表转折：but，however，yet，nevertheless，on the contrary，by contrast，on the other hand，though，instead 等。
- 表因果：because，since，as，in that，because of，owing to，due to，so，thus，therefore，hence，consequently，accordingly，as a result 等。

● 表并列：and，besides，moreover，furthermore，in addition 等。
● 表列举：for example，for instance，a case in point 等。
● 表解释：in other words，that is，put it another way 等。

规律 2：考查词义辨析和上下文语义

这类题型所占比例最大。此题型不仅要求考生理解所给词汇的基本义和引申义，还要结合上下文语境综合分析。

规律 3：考查词组搭配

词组搭配包括名词与介词的搭配、形容词与介词的搭配、副词与介词的搭配、动词与介词的搭配、动词与名词的搭配等。考生做题时要注意哪些词组可能是固定搭配，哪种搭配符合文中要表达的意思。

阅读理解

要求考生能够理解主旨要义、细节信息、语篇逻辑关系、作者的观点及态度，并能够做出正确的推理。了解阅读做题规律，高效提升做题正确率。

考点 1：主旨大意处常考

大纲的阅读六大要求中，第一个要求就是“理解主旨要义”，由此可见其重要性。主旨大意题的题干中会有一些标志性词汇，比如：the most appropriate title，summarize，mainly talk about，main purpose 等。要求考生具备概括、归纳和总结一篇文章的核心以及判断作者写作意图的能力。

考点 2：转折对比处常考

转折词(but，however，nevertheless，yet 等)衔接处一般都对应考点。考题可能是词义理解题、细节题，也可能是观点态度题。

考点 3：举例处常考

绝大多数情况下，使用例子作为论据，所要证明的论点一般位于该例子的前面或者后面，在解答这类题型时，只要把握住这点规律，仔细阅读例子的前后语境，就不难找到正确答案。

考点 4：因果处常考

因果细节题几乎每年必考，解答因果细节题，考生需要熟练掌握表示因果的逻辑连接词，熟知哪些词后面跟“因”(because，since，as，in that，because of，owing to，due to …)，哪些词后面跟“果”(so，thus，therefore，hence，consequently，accordingly，as a result…)。

考点 5：引语处常考

文章中可能会引用某位专家的话来论证观点。因此，引语常常是考点所在，可能会考查细节题，也可能考查观点态度题。解题关键在于理解文中引语。一般情况下，这些引语都是比较难理解的，属于考研英语长难句，需要考生仔细分析句子结构，从而理解语义。

考点 6：观点态度处常考

观点态度题包括作者的观点态度以及文中人物的观点态度，题干中通常有 attitude，think，feel 等字眼。解决此类题有以下技巧。

(1)区分作者的观点态度和文中人物的观点态度。有时，为了使论证更具说服力，或者使论点更鲜明，作者会引用其他人的观点态度，此时两者观点可能一致，也可能相反。

(2)熟知观点态度常用词。

- 褒义词：supportive（支持的），optimistic（乐观的），approval（赞成），positive（积极的）。
- 中性词：impartial（公平的），objective（客观的），neutral（中性的）。
- 贬义词：skeptical（怀疑的），critical（批评的），pessimistic（悲观的），disapproval（反对），negative（消极的）。

翻译部分

考查考生理解英文资料并将其翻译成汉语的能力。在语言技能方面，考查要点放在了理解和表达上，得分要点在于理解句子之间的句法结构、段落之间的段落结构以及文章的总体结构，并使用恰当的语言准确、流畅地表达。

写作部分

主要考查考生的书面表达能力。

A 节：考生根据所给情景写出约 100 词（标点符号不计算在内）的应用性短文，包括私人和公务信函、备忘录、报告等。考生在答题卡上作答，共 10 分。A 节作文的评分重点在于信息点的覆盖、内容的组织、语言的准确性、格式和语域的恰当。

B 节：要求考生根据所给出的情景或给出的提纲，写出一篇 150 词左右的英语说明文或议论文。提供情景的形式为图画、图表或文字。考生在答题卡上作答，共 15 分。B 节作文的评分重点在于内容的完整性、文章的组织连贯性、语法结构和词汇的多样性及语言的准确性。

5. 社科赛斯蓝宝书系列图书和精品课程体系

备考路上，既需要热血沸腾的冲劲，更需要科学合理的规划和坚持不懈的执行。正式考试一般在元旦前的周六，前一年的备考规划建议如表Ⅰ-1 所示。

表Ⅰ-1　时间规划建议表

<table>
<tr><th></th><th>预热阶段</th><th>基础阶段</th><th>提高阶段</th><th>强化阶段</th><th>冲刺阶段</th></tr>
<tr><td>时间</td><td>5 月之前</td><td>5—6 月</td><td>7—8 月</td><td>9—10 月</td><td>11—12 月</td></tr>
<tr><td rowspan="2">MBA
MPAcc</td><td rowspan="3">词汇班</td><td>基础班</td><td>系统班</td><td>精品班</td><td>模考串讲班</td></tr>
<tr><td rowspan="2">基础周末班</td><td>夏季集训营</td><td>秋季集训营</td><td>冬季营</td></tr>
<tr><td></td><td>夏季周末班</td><td>秋季周末班</td><td>模考串讲班</td></tr>
<tr><td>配套图书</td><td>《考研英语（二）
词汇速记手册》</td><td>高分突破系列</td><td>1000 题系列</td><td>1000 题系列
真题精讲系列</td><td>6 套卷系列
冲刺系列</td></tr>
</table>

独行快，众行远。备考路上，一套好书可以助你走上康庄大道，而名师团队的辅导可以让你全程无忧。若在读书的同时希望得到名师指点或与考友共同进步，可以拨打 400-606-2866 进行咨询，或者扫描右侧二维码联系社科赛斯教育集团。

由于时间仓促，本书难免有疏漏之处，若有任何意见和建议，可以通过邮箱 2810570471@ qq. com 与笔者联系。

祝广大考生金榜题名！

社科赛斯教育集团
官方微信二维码

前　言

自 2008 年数学联考改革以来，数学联考试题已经逐步趋于标准化和成熟化，纵观近几年的考试情况，以下几个特点非常明显：考试难易程度逐步合理化，大纲无重大调整，题目形式稳定。为了帮助广大考生高效、准确地把握考试的脉络，社科赛斯数学教学团队根据数学联考考试大纲的要求，结合近几年数学联考的特点和最新真题，精心编写了这本数学联考复习资料。本书中的例题分为基础部分和进阶部分，下面就本书的特点说明如下。

基础部分的例题侧重于帮助考生夯实基础，做到理解基本知识和基本概念，能熟练应用基本知识和基本概念解决常规的数学问题。在本书的基础部分，我们本着遵循考纲，侧重于复习数学联考中常考知识点，让每位考生通过知识考点的归纳总结，明确每一节每一章考试的常考知识点，便于考生明确考试要点，通过典型例题明确该做什么类型的题，该重点掌握哪些知识点的应用和常规的做题方法，再通过同步练习得以提高，做到有的放矢！

进阶部分的例题中包含了精选的历年真题和部分“拔高”题，通过这些有一定难度的例题讲解，专项专练，达到专题训练的目的，帮助考生准确把握题目特点，提高解题技能，有效提升解题能力。在这一部分，编者对考试大纲和真题进行了深入研究，对历年真题进行了统计分析，对联考的重要考点进行了专题讲解，并且对真题进行了总结性的点评，这对考生总结方法和反思解题技能可起到很好的帮助作用。

针对数学联考命题规律及最新考题中的一些变化，数学教学团队对未来数学联考考试的命题进行了细致深入的研讨，本书中的例题和习题实际上也是一种命题导向的预测。

一直以来，我们努力想把最好的成果呈现在您的面前，因为这是我们的责任！欢迎大家在使用本书的过程中，给我们提出建议和批评。

大纲解析

一、综合能力数学部分考试大纲

(一)算术

1. 整数

(1)整数及其运算

(2)整除、公倍数、公约数

(3)奇数、偶数

(4)质数、合数

2. 分数、小数、百分数

3. 比和比例

4. 数轴与绝对值

(二)代数

1. 整式

(1)整式及其运算

(2)整式的因式与因式分解

2. 分式及其运算

3. 函数

(1)集合

(2)一元二次函数及其图像

(3)指数函数、对数函数

4. 代数方程

(1)一元一次方程

(2)一元二次方程

(3)二元一次方程组

5. 不等式

(1)不等式的性质

(2)均值不等式

(3)不等式求解

一元一次不等式(组)、一元二次不等式、简单绝对值不等式、简单分式不等式

6. 数列、等差数列、等比数列

(三)几何

1. 平面图形

(1)三角形

(2)四边形

矩形、平行四边形、梯形

(3)圆与扇形

2. 空间几何体

(1)长方体

(2)柱体

(3)球体

3. 平面解析几何

(1)平面直角坐标系

(2)直线方程与圆的方程

(3)两点间距离公式与点到直线的距离公式

(四)数据分析

1. 计数原理

(1)加法原理、乘法原理

(2)排列与排列数

(3)组合与组合数

2. 数据描述

(1)平均值

(2)方差与标准差

(3)数据的图表表示

直方图、饼图、数表

3. 概率

(1)事件及其简单运算

(2)加法公式

(3)乘法公式

(4)古典概型

(5)伯努利概型

以上系原文引自《全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力考试大纲》(以下简称《大纲》),供读者参考。

二、大纲解析

从《大纲》中可以看出,考查的知识是中学乃至小学的知识,可见考的并不很深;但考查的知识既包括非常基础的数字计算,也包括贴近经济管理的数据分析,可见考的范围比较广。所以,考生在备考中既不要过于恐慌,也不可掉以轻心。

由于考查范围很广，有的考生将中学课本拿来从头学起，其实，这是在走冤枉路。实际考试中，各章节的重要性是不同的，每章中考查内容的重点也与中、高考不完全相同。

最重要的部分恰恰是《大纲》中没有明确提到的应用题。在每次的 25 道考题中，应用题一般有 7 ~ 8 道。考试中的应用题，所考查的数学知识一般不难，考查的重心大多放在分析问题、解决问题的能力上。

很重要的部分包括几何和数据分析。这两部分在每次考试中一般会各考 4 ~ 6 道题。考试中的几何试题，从不考全等三角形的证明、弦切角定理之类的理论知识，考查的重点一般是求面积或者几个重点图形，所以，在这部分的学习中，考生应牢牢把握重点，而不要做无用功。数据分析部分的重点是排列组合，其基本知识点很少并且也不难，但这一部分经常和其他知识点综合出题，所以考生在学习时应注意灵活地应用知识。

比较重要的部分包括算术、代数和数列。每次考试中，这些知识点出的题目总数并不算多，部分知识点(例如整除、不等式等)若深究起来难度又很高，而其中绝对值、一元二次方程等知识点是几乎每次必考的。所以，对于这些知识，建议考生牢牢把握重点，而根据个人情况和需求灵活地控制难度。

《大纲》为我们的复习提供了基本的方向，但在实践中又不能过分地拘泥于大纲或者迷信大纲。例如，大纲中没有有理数和无理数的要求，但考试中曾经考查过；大纲中没有明确提及应用题，但考试中考的最多的就是应用题。所以，本书的架构以考试的实践为依据，对知识点进行了适当的增删调整，而并不完全拘泥于大纲的体例。

题型解析

管理类联考综合试卷的数学部分包括问题求解题15道和条件充分性判断题10道，每题3分，共75分。其中问题求解题即普通的单项选择题，条件充分性判断题将在后文介绍。作为综合试卷的一部分(综合试卷总时间要求为3小时)，数学部分一般应在70分钟内完成，每题仅有约2.8分钟的时间。这两种考题均为客观题型，仅要求选出正确且唯一的答案，而完全不看解题过程，所以考生在应试时除了可以依靠自己的数学水平外，还可以应用一些技巧，以节省宝贵的考试时间。本节针对问题形式向读者介绍一些一般性的技巧。由于尚未讲解具体的数学知识，本节例题仅为示例，所以难度低于实战水平。同时，我们也希望抛砖引玉，通过此部分启发读者自行总结出更多的解题技巧。

关于问题求解题

大部分问题求解题都需要正常的求解计算，但作为单选题，五个选项中必然有一个是答案，且仅有一个是答案，所以如果能灵活运用排除法、验证法等技巧，则可以大大节省时间并提高正确率。

【引例1】当 $x=1$ 时，$||x^2-3x-6|+2|=$

(A) -5　(B) 1　(C) 10　(D) -8　(E) 0

【解析】本题当然可以代入计算，但注意到式子的形式，显然答案不会小于2，所以排除选项A、B、D、E，可以直接选择C。

【引例2】关于 x 的方程 $\frac{x^2-6x+5}{x-5}=1$ 的解为 $x=$

(A) 5　(B) 2　(C) 5或者2　(D) 1　(E) 0

【解析】本题当然可以通过正常地解分式方程求得答案。但应注意到，代入法是一种不错的办法，A显然不可以，否则分母为0。将选项B代入后发现，其确为方程的解。注意到是单选题，则答案必然为B。

【引例3】有黑、白两堆棋子，黑、白子数量比为3∶1. 分别取走8个黑子和1个白子后，黑、白子数量比变为2∶1。则此时，黑子的数量为

(A) 7　(B) 15　(C) 10　(D) 5　(E) 1

【解析】本题有多种做法，这里强调的是，“此时”黑子数量为白子的2倍，这样黑子只能为偶数，所以答案必然为C。

关于条件充分性判断题

条件充分性判断的题目要求如下。

条件充分性判断：第16~25小题，每小题3分，共30分。要求判断每题给出的条件

(1)和条件(2)能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑。

(A)条件(1)充分，但条件(2)不充分。

(B)条件(2)充分，但条件(1)不充分。

(C)条件(1)和(2)单独都不充分，但条件(1)和条件(2)联合起来充分。

(D)条件(1)充分，条件(2)也充分。

(E)条件(1)和条件(2)单独都不充分，条件(1)和条件(2)联合起来也不充分。

注：该类题型的题文选项固定不变，故本书中此类题型不再一一列举各选项。这种题型对于大部分考生来说是陌生的，所以在此说明几个关键问题。

1. 什么是充分条件

有两个命题 A、B，若 A 成立，则 B 一定成立，那么 A 就是 B 的充分条件。例如：

A：$x=1$；B：$x^2-x=0$.

若 $x=1$，则 $x^2-x=1-1=0$ 一定成立，所以 $x=1$ 是 $x^2-x=0$ 的充分条件，即 A 是 B 的充分条件；若 $x^2-x=0$，则 $x=1$ 或 $x=0$，并非一定 $x=1$，所以 B 不是 A 的充分条件。

2. 充分并非等价，也不需要等价

将上例改写为一道试题。

【引例 4】$x^2-x=0$.

(1) $x=1$.　　　　(2) $x=0$.

【解析】本题非常简单，但请初学者注意，本题的答案是 D 而非 C。

注意：选择 C 的前提是“单独都不充分”，而对于本例，(1)、(2)单独都是充分的，所以答案为 D，而不可能是 C。

而 $x=1$ 与 $x^2-x=0$ 并非等价的，但充分并不要求等价。可以这样记忆，充分条件的范围常常会小于结论。以本题为例，题干有两个解，但作为答案的充分条件，每个仅为其中之一。

【引例 5】$x\geqslant 0$.

(1) $x>0$.　　　　(2) $x=0$.

【解析】同理，本题答案也是 D。

同样，两个选项每一个的范围均小于题干的范围。

3. 应敢于选择 E

很多初学者不敢选择 E。实际上，近年来，几乎每年真题中的条件充分性判断题都会有答案为 E 的。

4. 自上而下与自下而上相结合

由于思维的惯性，很多初学者在求解时——特别是题干为方程或不等式时——总是先求解题干，再核对条件。其实，很多时候，将条件分别代入题干更为简便。

【引例 6】$a^2+4a=21$ 成立.

(1) $a=5$.　　　　(2) $a=3$.

【解析】对于本题，直接求解方程当然是可以的，但若直接将条件代入试验则更为简便，答案为 B。

目　录

第一章　实数的运算

第一节　知识要点

一、实数

1. 实数的分类

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\begin{cases}1\\ \text{质数：比 1 大的整数中，除了 1 和它本身没有其他约数}\\ \qquad\text{(注：2 是所有的质数中唯一的偶数)}\\ \text{合数：比 1 大的整数中，除了 1 和它本身，还有其他约数}\end{cases}\\ 0\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数：有限小数和无限循环小数}\end{cases}\\ \text{无理数：无限不循环小数}\end{cases}$$

2. 常见概念

(1)整除：若整数 a 除以非零整数 b，商为整数，且余数为零，我们就说 a 能被 b 整除(或者说 b 能整除 a)，记做 $b\mid a$，其中 a 叫做 b 的倍数，b 叫做 a 的约数(或因数).

(2)自然数：0 和正整数统称为自然数.

(3)公倍数：在两个或两个以上的自然数中，如果它们有相同的倍数，这些倍数就是它们的公倍数，其中这些公倍数中最小的，就称为这些整数的最小公倍数.

(4)公约数：如果一个整数同时是几个整数的约数，则称这个整数为它们的公约数，其中这些公约数中最大的，就称为这些整数的最大公约数.

(5)互质数：两个或多个整数的公因数只有 1 的非零自然数，通常把公因数只有 1 的两个非零自然数叫做互质数.

3. 常见模型

(1)有理数 ± 有理数 = 有理数

有理数 × 有理数 = 有理数

有理数 ÷ 有理数(非零) = 有理数

(2)a：有理数($a\neq 0$)，b：无理数

$a \pm b$ = 无理数

$a \times b$ = 无理数

$a \div b =$ 无理数

(3)若 a 为有理数，b 为有理数，c 为无理数，且 $a+bc=0$，则有 $a=0$ 且 $b=0$

4. 实数运算中常见的公式

(1)$a^0=1(a\neq 0)$　　(2)$a^{-p}=\dfrac{1}{a^p}(a\neq 0)$　　(3)$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$

(4)$\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}(a\neq 0)$　　(5)$(ab)^n=a^n\cdot b^n$　　(6)$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}(b\neq 0)$

(7)$(a^m)^n=a^{mn}$　　(8)$a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[m]{a^n}$　　(9)$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant 0,\ b\geqslant 0)$

(10)$\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geqslant 0,\ b>0)$

5. 裂项公式

(1)$\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$　　(2)$\dfrac{1}{n(n+k)}=\dfrac{1}{k}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+k}\right)$

(3)$\dfrac{A}{n(n+k)}=\dfrac{A}{k}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+k}\right)$

二、集合

1. 定义：一般地，把研究对象统称为元素，这些元素组成的总体叫做集合，简称集.

2. 集合常见的表示方法

(1)列举法：把集合中所有的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法.

(2)描述法：把集合中元素的公共属性用文字、符号或式子等描述出来，写在大括号内表示集合的方法.

3. 集合元素的特征

(1)确定性

(2)互异性

(3)无序性

4. 元素与集合的关系

(1)如果 a 是集合 A 的元素，即为 a 属于 A，记做 $a\in A$.

(2)如果 a 不是集合 A 的元素，即为 a 不属于 A，记做 $a\notin A$.

5. 常用数集及记法

N：非负整数集(或自然数集)

N*：正整数集

Z：整数集

Q：有理数集

R：实数集

6. 集合之间的关系

(1)子集：对于两个集合 A，B，如果集合 A 中任意一个元素都是集合 B 的元素，称为

A 包含于 B 或 B 包含 A，即 A 是 B 的子集，记作：$A\subseteq B$.

(2)相等：如果 A 是 B 的子集，且 B 是 A 的子集，则 A 与 B 中的元素是相同的，称为 A 与 B 相等，记作：$A=B$.

(3)真子集：如果 $A\subseteq B$，但存在元素 $x\in B$ 且 $x\notin A$，称为 A 是 B 的真子集，记作：$A\subset B$.

(4)空集：不含任何元素的集合，记作：ϕ.

(5)并集：由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合，记作：$A\cup B$.

(6)交集：由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合，记作：$A\cap B$.

(7)补集：对于集合 A，且 $A\subseteq U$，由全集 U 中不属于 A 的元素组成的集合，称为 A 相对于 U 的补集，记作：C_UA.

7. 集合的性质

(1)若集合中含有 n 个元素，则这个集合的子集有 2^n 个，真子集有 2^n-1 个.

(2)若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$，$A\cup B=B$.

(3)$C_U(C_UA)=A$.

三、 绝对值

1. 定义

$$|a|\begin{cases}\text{从数的角度：}|a|\geqslant 0\text{，即一个实数的绝对值是非负数}.\\ \text{从形的角度：表示数轴上点 } a \text{ 与原点之间的距离}.\end{cases}$$

推广：$$|a-b|\begin{cases}\text{从数的角度：}|a-b|\geqslant 0.\\ \text{从形的角度：表示数轴上点 } a \text{ 与点 } b \text{ 之间的距离}.\end{cases}$$

$$|a+b|\begin{cases}\text{从数的角度：}|a+b|\geqslant 0.\\ \text{从形的角度：表示数轴上点 } a \text{ 与点 } -b \text{ 之间的距离}.\end{cases}$$

2. 常用公式

(1) $|a|=\begin{cases}a,\ a\geqslant 0\\ -a,\ a\leqslant 0\end{cases}$

(2) $|a|=a\Leftrightarrow a\geqslant 0$，$\dfrac{|a|}{a}=1\Leftrightarrow a>0$

(3) $|a|=-a\Leftrightarrow a\leqslant 0$，$\dfrac{|a|}{a}=-1\Leftrightarrow a<0$

3. 非负数模型

如果 $|A|+B^2+\sqrt{C}=0$，那么 $A=B=C=0$.

4. 绝对值方程

(1)若 $|x|=A(A\geqslant 0)$，则 $x=\pm A$.

(2)若 $|x|=|y|$，则 $x=y$ 或 $x=-y$.

5. 绝对值不等式

(1)若 $|x|\leqslant|y|$，则 $x^2\leqslant y^2$.

(2)若 $|x|\geqslant|y|$，则 $x^2\geqslant y^2$.

(3)若 $|x|<A$，则 $-A<x<A$.

(4)若 $|x|\leqslant A$，则 $-A\leqslant x\leqslant A$.

(5)若$|x|>A$，则$x>A$或$x<-A$.　　(6)若$|x|\geqslant A$，则$x\geqslant A$或$x\leqslant -A$.

6. 绝对值常考模型

(1)$|x-a|+|x-b|\geqslant|a-b|$

(2)$-|a-b|\leqslant|x-a|-|x-b|\leqslant|a-b|$

7. 四个成立

(1)如果$f(x)\geqslant A$恒成立，那么$f(x)$的最小值大于等于A.

(2)如果$f(x)\leqslant A$恒成立，那么$f(x)$的最大值小于等于A.

(3)如果$f(x)\geqslant A$能成立，那么$f(x)$的最大值大于等于A.

(4)如果$f(x)\leqslant A$能成立，那么$f(x)$的最小值小于等于A.

第二节　基础例题

题型 1　实数运算公式的应用

【例 1】$\dfrac{(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)+1}{3\times3^2\times3^3\times\cdots\times3^{10}}=$

(A)$\dfrac{2^{16}-1}{3^{55}}$　(B)$\dfrac{2^{16}+1}{3^{55}}$　(C)$\dfrac{2^{16}}{3^{56}}$　(D)$\dfrac{2^{15}}{3^{54}}$　(E)$\dfrac{2^{16}}{3^{55}}$

【解析】答案是 E.

原式$=\dfrac{(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)+1(2-1)}{3\times3^2\times3^3\times\cdots\times3^{10}\times(2-1)}=\dfrac{2^{16}-1+1}{3^{55}}=\dfrac{2^{16}}{3^{55}}$

【点评】本题主要考查利用平方差公式进行缩项和利用等差数列求和公式进行缩项计算.

【例 2】$\sqrt[256]{(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{256}+1)+1}=$

(A)4　(B)3　(C)6　(D)7　(E)8

【解析】答案是 A.

设根号内的式子为A，注意到$1=(2-1)$，及平方差公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，

$$\begin{aligned}\text{所以}A&=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{256}+1)+1\\&=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{256}+1)+1\\&=(2^4-1)(2^4+1)\cdots(2^{256}+1)+1\\&=\cdots=(2^{256}-1)(2^{256}+1)+1\\&=2^{2\times256}-1+1\\&=2^{2\times256}\end{aligned}$$

所以原式$=\sqrt[256]{2^{2\times256}}=2^2=4$

【点评】本题的关键在于将根号里的乘积化简，不可一味蛮算.

题型 2　裂项公式的应用

【例 3】$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{10\times11}=$

(A)$\frac{10}{11}$　　(B)$\frac{2}{11}$　　(C)$\frac{3}{11}$　　(D)$\frac{4}{11}$　　(E)$\frac{5}{11}$

【解析】答案是 A.

原式$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)=1-\frac{1}{11}=\frac{10}{11}$

【点评】

1. 裂项求和是考试经常考到的一类计算题，应用裂项求和主要抓住两个外在结构特征：(1)若干个分式相加；(2)分母是两项相乘或者可以变换成两项相乘的形式.

同时，大家还要注意相消的时候什么项该留下，什么项该消除.

2. 变式 1：$\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{2\times4}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{4\times6}+\cdots+\frac{1}{n\times(n+2)}=$

【解析】原式$=\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\right]$

$=\frac{1}{2}\left[\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}\right)\right]$

$=\frac{1}{2}\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}\right)\right]$

$=\frac{3n^2+5n}{4n^2+12n+8}$

变式 2：$\frac{1}{1^2+2\times1}+\frac{1}{2^2+2\times2}+\frac{1}{3^2+2\times3}+\frac{1}{4^2+2\times4}+\cdots+\frac{1}{10^2+2\times10}=$

【解析】原式$=\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{12}\right)\right]$

$=\frac{1}{2}\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{11}+\frac{1}{12}\right)\right]$

$=\frac{175}{264}$

题型 3　实数运算的综合应用

【例 4】$\frac{(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4})\cdots(1-\frac{1}{9})}{0.1+0.2+0.3+0.4+\cdots+0.9}=$

(A)$\frac{2}{81}$　　(B)$\frac{2}{9}$　　(C)$\frac{9}{2}$　　(D)$\frac{81}{2}$　　(E)$\frac{14}{9}$

【解析】答案是 A.

因为分子$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\times\frac{7}{8}\times\frac{8}{9}=\frac{1}{9}$

分母 $=\frac{1}{10}+\frac{2}{10}+\frac{3}{10}+\cdots+\frac{9}{10}=\frac{1}{10}(1+2+3+\cdots+9)=\frac{45}{10}=\frac{9}{2}$

所以原式 $=\frac{\frac{1}{9}}{\frac{9}{2}}=\frac{2}{81}$.

【点评】处理此类实数运算，主要做好两件事情：(1)善于观察所求式子的外在结构特征，看是否可以应用一些常规模型来解决问题；(2)对于分子和分母形式不统一的，可以从分子和分母分别入手.

【例 5】有一个正的既约分数，如果分子加上 24，分母加上 54 后，其分数值不变，那么此既约分数的分子与分母的乘积为

(A)30　(B)24　(C)32　(D)38　(E)36

【解析】答案是 E.

设既约分数为$\frac{n}{m}$，则$\frac{n+24}{m+54}=\frac{n}{m}$.

因为 $m(n+24)=n(m+54)$，所以 $24m=54n$，即$\frac{n}{m}=\frac{4}{9}$.

所以 $mn=36$.

【点评】此题的特点是文字性描述语言很多，我们解决问题的关键就是善于把文字语言转化为数学符号语言，什么是既约分数，是这个问题的切入点，也是解决问题的关键.

【例 6】新分数比原来分数减少的百分率是 30%.

(1)分子减少 25%，分母增加 25%.

(2)分子减少 25%，分母增加 20%.

【解析】答案是 E.

由条件(1)可知，设原分数为$\frac{b}{a}$，则新分数为$\frac{b\left(1-\frac{1}{4}\right)}{a\left(1+\frac{1}{4}\right)}=\frac{3b}{5a}$,

所以$\frac{\frac{3b}{5a}}{\frac{b}{a}}=\frac{3}{5}\neq\frac{7}{10}$，即条件(1)不充分；

由条件(2)可知，设原分数为$\frac{b}{a}$，则新分数为$\frac{b\left(1-\frac{1}{4}\right)}{a\left(1+\frac{1}{5}\right)}=\frac{5b}{8a}$,

所以$\frac{\frac{5b}{8a}}{\frac{b}{a}}=\frac{5}{8}\neq\frac{7}{10}$，即条件(2)不充分；

显然条件(1)和条件(2)无法联合.

【点评】熟练应用文字语言与数学符号语言的互相翻译.

【例 7】把无理数$\sqrt{3}$记作 a，它的小数部分记作 b，则 $a-\frac{1}{b}=$

(A)$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　(B)$\sqrt{3}$　　(C)$\frac{\sqrt{3}+1}{2}$　　(D)$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$　　(E)$2\sqrt{3}$

【解析】答案是 D.

因为 $a=\sqrt{3}$，$b=\sqrt{3}-1$

所以 $a-\frac{1}{b}=\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}-\frac{(\sqrt{3}+1)}{2}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

【点评】

1. 掌握数的构成：实数 = 整数部分 + 小数部分. 此题实则考查正难则反的解题思想，当无理数的小数部分无法直接表示时，可以利用整数部分来表示它.

2. 掌握一些常用无理数的近似值，例如：$\sqrt{2}\approx 1.414$，$\sqrt{3}\approx 1.732$，$\sqrt{5}\approx 2.236$.

3. 变式：已知$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$的整数部分为 a，小数部分为 b，则 $ab-\sqrt{5}=$

(A)3　　(B)2　　(C)-1　　(D)-2　　(E)0

【解析】答案是 C.

因为$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}=\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{5-1}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

所以 $a=2$，$b=\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)-2=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，则 $ab-\sqrt{5}=-1$.

题型 4　实数性质的应用

【例 8】$a=b=0$.

(1)$ab\geqslant 0$，$\left(\frac{1}{2}\right)^{a+b}=1$.

(2)a，b 是有理数，m 是无理数，且 $a+bm=0$.

【解析】答案是 D.

条件(1)：因为$\left(\frac{1}{2}\right)^{a+b}=1$，所以 $a+b=0$.

又因为 $ab\geqslant 0$，所以 $a=b=0$，即条件(1)充分.

条件(2)：由常规模型可知 $a=b=0$，即条件(2)充分.

【点评】

1. 实数运算中常见指数运算的一些常规结论您熟悉吗?

2. 常规模型您掌握了吗?

【例 9】等式$\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}=\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}}$成立.

(1)$x>3$.　　(2)$x<3$.

【解析】答案是 A.

先把结论进行化简，因为$\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}=\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}}$，所以$\begin{cases}x+1\geqslant 0\\x-2>0\end{cases}$，即 $x>2$.

利用集合法进行判断，则条件(1)充分，条件(2)不充分.

【点评】请大家注意区分$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$和$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$成立的条件分别是什么.

题型 5　对质数的认识

【例 10】已知三个质数 a，b，c，它们的积等于 30，则 $a+b+c=$

(A)10　(B)11　(C)12　(D)13　(E)14

【解析】答案是 A.

分解质因数：$30=2\times3\times5$

符合条件的值共有：$\begin{cases}a=2\\b=3\\c=5\end{cases}$，$\begin{cases}a=2\\b=5\\c=3\end{cases}$，$\begin{cases}a=3\\b=2\\c=5\end{cases}$，$\begin{cases}a=3\\b=5\\c=2\end{cases}$，$\begin{cases}a=5\\b=2\\c=3\end{cases}$，$\begin{cases}a=5\\b=3\\c=2\end{cases}$.

所以 $a+b+c=10$，选 A.

【例 11】m，n 是 20 以内的质数，$|m-n|=2$，这样的$\{m, n\}$有

(A)2 组　(B)3 组　(C)4 组　(D)8 组　(E)10 组

【解析】答案是 C.

$\{m, n\}$表明了 m，n 元素的无序性，那么$|m-n|=2$ 中的绝对值也就没有实际意义，等同于 $m-n=2$，即 20 以内的质数中两个质数的差为 2，这样的质数有多少组，而 20 以内的质数有 2，3，5，7，11，13，17，19，显然只有四组，即：3，5；5，7；11，13；17，19，所以选 C.

【点评】此题的关键是如何理解$|m-n|=2$ 与$\{m, n\}$同时存在的意义是解决问题的关键.

题型 6　集合与实数的综合

【例 12】若 $A=\{(x, y)\mid xy<0\}$，则集合 A 中的点在

(A)第一象限　(B)第二象限　(C)第一或第三象限

(D)第二或第四象限　(E)第三或第四象限

【解析】答案是 D.

因为 $xy<0$，所以 x，y 异号，即集合 A 中的点在第二象限或第四象限内.

【点评】此题本质上是借助集合为载体考查实数运算.

【例 13】若 $A=\{(x, y)\mid y=x\}$，$B=\left\{(x, y)\;\middle|\;\frac{y}{x}=1\right\}$，则 A 与 B 的关系是

(A)$B\subsetneqq A$　(B)$A\subsetneqq B$　(C)$A\in B$　(D)$A\notin B$　(E)$A=B$

【解析】答案是 A.

因为集合 A 中的点满足 $y=x$，集合 B 中的点满足 $y=x$ 且 $x\neq 0$.
所以 B 是 A 的真子集.
【点评】首先要识别集合表示的意义，其次要熟练掌握集合与集合之间的包含关系.

题型 7　集合之间的关系

【例 14】已知：$A=\{-4, 2, a-1, a^2\}$，$B=\{9, a-5, 1-a\}$，且 $A\cap B=\{9\}$，则 $a=$
(A)10　　(B)3　　(C)-10　　(D)-3　　(E)3 或 10
【解析】答案是 A.
因为 $a-1=9$ 或 $a^2=9$，所以 $a=10, 3, -3$.
(1)若 $a=10$，则 $A=\{-4, 2, 9, 100\}$，$B=\{9, 5, -9\}$.
(2)若 $a=3$，则 $A=\{-4, 2, 2, 4\}$，因为集合元素的互异性，故舍去.
(3)若 $a=-3$，则 $A=\{-4, 2, -4, 9\}$，因为集合元素的互异性，故舍去.
所以 $a=10$.
【点评】
1. $A\cap B=\{9\}$是解决问题的切入点.
2. 集合有三个特征：确定性、互异性、无序性，其中互异性是很重要的一个特征.
【例 15】$A=\{0, 2, 4\}$，$C_UA=\{-1, 1\}$，$C_UB=\{-1, 0, 2\}$，则集合 $B=$
(A)$\{0, 4\}$　　(B)$\{1, 4\}$　　(C)$\{1, 2, 4\}$
(D)$\{-1, 2, 4\}$　　(E)$\{-1, 2\}$
【解析】答案是 B.
因为 $U=\{0, 2, 4, -1, 1\}$，所以 $B=\{1, 4\}$.
【点评】对集合补集概念的理解是解决这个问题的关键.

题型 8　绝对值常用公式的运用

【例 16】解答题，求满足下列条件的 x.
(1)$|x-3|=8$　　(2)$|x-3|\leqslant 8$　　(3)$|x-3|>8$
【解析】
(1)因为 $x-3=8$ 或 $x-3=-8$，所以 $x=11$ 或 -5.
(2)因为 $-8\leqslant x-3\leqslant 8$，所以 $-5\leqslant x\leqslant 11$.
(3)因为 $x-3>8$ 或 $x-3<-8$，所以 $x>11$ 或 $x<-5$.
【点评】
1. 解绝对值方程和绝对值不等式的常规方法是去绝对值符号.
2. 根据绝对值的常用公式去绝对值符号.

【例 17】使得 $\dfrac{2}{|x-2|-2}$ 不存在的 x 是
(A)4　　(B)0　　(C)4 或 0　　(D)1　　(E)0 或 1
【解析】答案是 C.

因为 $|x-2|-2=0$，所以 $x-2=\pm2$，即 $x=0$ 或 4.

【点评】"不存在"是什么意思是解决问题的关键，进而转化为常见的绝对值方程来解决.

【例 18】$\frac{|a|}{a}-\frac{|b|}{b}=-2$.

(1) $a<0$.　　　　(2) $b>0$.

【解析】答案是 C.

显然条件(1)，条件(2)单独都不充分，那么条件(1)、条件(2)联合有$\begin{cases}a<0\\b>0\end{cases}$，

所以$\frac{|a|}{a}-\frac{|b|}{b}=-1-1=-2$，即条件(1)和条件(2)联合起来充分.

【点评】

1. 对绝对值概念的理解.
2. 处理充分性判断问题常见的解决方法要熟练和灵活.

题型 9　非负数模型的应用

【例 19】已知 $(x-2y+1)^2+\sqrt{x-1}+|2x-y+z|=0$，则 $x^{y+z}=$

(A) 1　　(B) 2　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) 3　　(E) $\frac{2}{3}$

【解析】答案是 A.

由非负数模型可知$\begin{cases}x-2y+1=0\\x-1=0\\2x-y+z=0\end{cases}$，所以$\begin{cases}x=1\\y=1\\z=-1\end{cases}$，

即 $x^{y+z}=1^0=1$.

【点评】

1. 考查若干个非负数和等于 0 的模型.
2. 变式：若 $\sqrt{x-1}+a^2+b^2=2a-6b-10$，则 $x^2-2a+3b=$

(A) 7　　(B) −9　　(C) 10　　(D) −10　　(E) 15

【解析】答案是 D.

由于 $\sqrt{x-1}+(a^2-2a+1)+(b^2+6b+9)=0$，$\sqrt{x-1}+(a-1)^2+(b+3)^2=0$，所以 $x=1$，$a=1$，$b=-3$，则 $x^2-2a+3b=-10$.

题型 10　绝对值不等式应用

【例 20】如果关于 x 的不等式 $|3-x|+|x-2|<a$ 的解集是空集，则 a 的取值范围是

(A) $a<1$　　(B) $a\leqslant1$　　(C) $a>1$　　(D) $a\geqslant1$　　(E) $a\neq1$

【解析】答案是 B.

由于 $|3-x|+|x-2|<a$ 的解集是空集，等价于 $|3-x|+|x-2|\geqslant a$ 恒成立，

令 $f(x)=|3-x|+|x-2|$.

由 4 个成立可知，$f(x)_{\min} \geqslant a$，又因为$f(x) \geqslant 1$，则$f(x)_{\min}=1$.
所以 $a \leqslant 1$.

【点评】

1. "解集是空集"是解决问题的关键！从另外一个方面说明$|3-x|+|x-2| \geqslant a$ 恒成立.
2. 掌握常规模型：(1) $|x-a|+|x-b| \geqslant |a-b|$；(2) $-|a-b| \leqslant |x-a|-|x-b| \leqslant |a-b|$.
3. 变式 1：不等式$|x-2|+|4-x|<s$ 无解.

(1) $s \leqslant 2$.　　(2) $s>2$.

【解析】答案是 A.

先把结论进行化简，由于$|x-2|+|4-x| \geqslant s$ 恒成立，
令$f(x)=|x-2|+|4-x|$.
由 4 个成立可知，$f(x)_{\min} \geqslant s$，又因为$f(x) \geqslant 2$，则$f(x)_{\min}=2$，
所以 $s \leqslant 2$.
利用集合法进行判断，则条件(1)充分，条件(2)不充分.

变式 2：若不等式$|x+3|-|x-6|>a$ 有解，则 a 的取值范围是

(A) $a>-9$　(B) $a \leqslant -9$　(C) $a \leqslant 9$　(D) $a<9$　(E) $a>9$

【解析】答案是 D.

由于$|x+3|-|x-6|>a$ 能成立，
令$f(x)=|x+3|-|x-6|$.
由 4 个成立可知，$f(x)_{\max}>a$，又因为$-9 \leqslant f(x) \leqslant 9$，则$f(x)_{\max}=9$，
所以 $a<9$.

【点评】

1. 注意区分变式.
2. 请大家掌握好绝对值中的两个最值模型：

(1) $[|kx-a|+|kx-b|]_{\min}=|a-b|$

(2) $[|kx-a|-|kx-b|]_{\min}=-|a-b|$

$[|kx-a|-|kx-b|]_{\max}=|a-b|$

题型 11　用图像解决绝对值的方程问题

【例 21】方程$|x+2|+|x-8|=a$ 有无数正根.

(1) $-4<a<4$.　　(2) $a=4$.

【解析】答案是 E.

先把结论进行化简，令$f(x)=|x+2|+|x-8|$，则

$$f(x)=\begin{cases}-2x+6 \ (x \leqslant -2) \\ 10 \ (-2<x<8) \\ 2x-6 \ (x \geqslant 8)\end{cases}$$

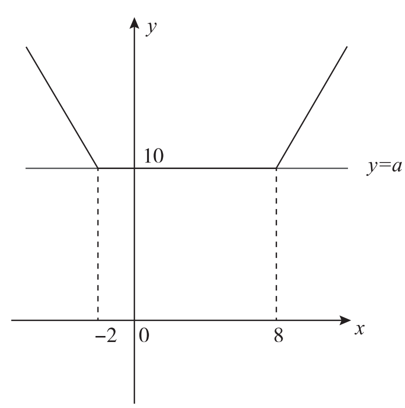


图 1－1

由于$f(x)=a$ 表示平行于 x 轴的直线，由图 1－1 可知

$a=10$.

显然条件(1)、条件(2)单独和联合起来都不充分.

【点评】方程$|x+2|+|x-8|=a$的解可以理解为函数$y=|x+2|+|x-8|$的图像与$y=a$的图像的交点，即充分利用图像来解决问题.

第三节　进阶例题

【例 1】设x，y都是有理数，且满足方程$\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{3}\right)x+\left(\frac{1}{3}+\frac{\pi}{2}\right)y-4-\pi=0$，则$x-y$的值为

(A)16　　(B)17　　(C)18　　(D)19　　(E)20

【解析】答案是 C.

将原方程变形为：$\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y-4\right)+\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y-1\right)\pi=0$，则有$\begin{cases}\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y-4=0\\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y-1=0\end{cases}$，所以$\begin{cases}x=12\\ y=-6\end{cases}$，所以$x-y=18$.

【点评】这个题目要善于抓住两个地方：一是题目有明显信息在强调x，y是有理数；二是“π”是一个隐形的无理数. 当有理数和无理数同时出现在一个等式中的时候，你需要想一想能否用这个模型.

【例 2】设a，b，c是小于 12 的三个不同的质数(素数)，且$|a-b|+|b-c|+|c-a|=8$，则$a+b+c=$

(A)10　　(B)12　　(C)14　　(D)15　　(E) 19

【解析】答案是 D.

此题的特点是a，b，c地位具有平等性，我们把这种特点也称具有轮换式的特点，当具有地位的平等性的时候，我们经常借助于字母地位的平等性，人为设出$a\geqslant b\geqslant c$，这样让绝对值符号“失效”，这样$|a-b|+|b-c|+|c-a|=8$就等同于$a-b+b-c+a-c=8$且$a-c=4$，而a，c又是 12 以内的质数，所以$\begin{cases}a=7\\ c=3\end{cases}$或$\begin{cases}a=11\\ c=7\end{cases}$，但是$a\geqslant b\geqslant c$，且$a$，$b$，$c$是小于 12 的三个不同的质数，故$\begin{cases}a=7\\ c=3\end{cases}$，此时$b=5$，所以选 D.

【点评】以后遇到题目中出现字母地位的平等性问题，即轮换式的时候，人为设定字母的大小关系往往是解决问题的关键!

【例 3】$f(a)=\frac{1}{1-a}+\frac{1}{1+a}+\frac{2}{1+a^2}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}+\frac{16}{1+a^{16}}$，则$f(2)=$

(A)$\frac{32}{1-2^{32}}$　　(B)$\frac{32}{1-2^{31}}$　　(C)$\frac{31}{1-2^{32}}$　　(D)$\frac{1}{1-2^{32}}$　　(E)$\frac{2}{1-2^{32}}$

【解析】答案是 A.

先化简再求值．直接通分较复杂，注意到平方差公式：

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$，

可将分式分步通分，每一步只通分左边两项．

$$原式=\frac{(1+a)+(1-a)}{(1+a)(1-a)}+\frac{2}{1+a^2}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}+\frac{16}{1+a^{16}}$$

$$=\frac{2}{1-a^2}+\frac{2}{1+a^2}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}+\frac{16}{1+a^{16}}$$

$$=\frac{2(1-a^2)+2(1+a^2)}{(1-a^2)(1+a^2)}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}+\frac{16}{1+a^{16}}$$

$$=\frac{4}{1-a^4}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}+\frac{16}{1+a^{16}}$$

$$=\frac{8}{1-a^8}+\frac{8}{1+a^8}+\frac{16}{1+a^{16}}$$

$$=\frac{16}{1-a^{16}}+\frac{16}{1+a^{16}}$$

$$=\frac{32}{1-a^{32}}$$

【点评】抓住题目特点，逐项通分是解决问题关键．

【例 4】已知 a，b，c 为实数，且满足下式：

$$a^2+b^2+c^2=1 \qquad ①$$

$$a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=-3 \qquad ②$$

则 $a+b+c=$

(A)0 或 1　　(B)1 或 -1　　(C)0 或 1 或 -1

(D)0 或 -1　　(E)0 或 2

【解析】答案是 C.

将②式因式分解变形如下

$$a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{a}-\frac{1}{a}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{b}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-\frac{1}{c}\right)=-3$$

$$a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=0,$$

所以

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=0$$

$$(a+b+c)\frac{bc+ac+ab}{abc}=0,$$

所以 $a+b+c=0$ 或 $bc+ab+ac=0$.

若 $bc+ab+ac=0$，则

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)=a^2+b^2+c^2=1$,

所以 $a+b+c=\pm1$，$a+b+c$ 的值为 0，1，-1. 故选 C.

【点评】本题也可以用如下方法对②式变形：

$$\frac{a}{b}+\frac{a}{c}+\frac{b}{c}+\frac{b}{a}+\frac{c}{a}+\frac{c}{b}+3=0$$

$$\left(\frac{b}{a}+\frac{c}{a}+1\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{b}+1\right)+\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{c}+1\right)=0$$

即 $\frac{a+b+c}{a}+\frac{a+b+c}{b}+\frac{a+b+c}{c}=0$

也可得 $(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=0$

前一解法是加一项，再减去一项；这个解法是将 3 拆成 $1+1+1$，最终都是将②式变形为两个式子之积等于零的形式.

【例 5】已知 a，b，c 为整数，且 $|a+c|+|b-c|=1$，那么 $(a+b)^{2018}+(a+b)^{2017}+\cdots\cdots+(a+b)^2+a+b=$

(A) 2018　　(B) 2017　　(C) 0　　(D) 0 或 2017　　(E) 0 或 2018

【解析】答案是 E.

不妨设 $A=a+c$，$B=b-c$，则原题变成：已知 A、B 为整数，且 $|A|+|B|=1$，求 $(A+B)^{2018}+(A+B)^{2017}+\cdots\cdots+(A+B)^2+(A+B)$ 的值.

由 A、B 为整数且 $|A|+|B|=1$ 知 $\begin{cases}A=\pm1\\B=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}A=0\\B=\pm1\end{cases}$，从而 $A+B=\pm1$.

当 $A+B=1$ 时，$(A+B)^{2018}+(A+B)^{2017}+\cdots\cdots+(A+B)^2+(A+B)=2018$,

当 $A+B=-1$ 时，$(A+B)^{2018}+(A+B)^{2017}+\cdots\cdots+(A+B)^2+(A+B)=0$.

【例 6】利用长度为 a 和 b 的两种管材能连接成长度为 37 的管道(单位：米).

(1) $a=3$，$b=5$.

(2) $a=4$，$b=6$.

【解析】答案是 A.

设长度为 a 的管材 n_1 根，长度为 b 的管材 n_2 根，根据已知得 $n_1a+n_2b=37$.

条件(1)中，$3n_1+5n_2=37$，则可推出 n_1，n_2 一奇一偶，且 $n_2=\frac{37-n_1}{5}$，根据整除特性列举，可得 $n_1=4$，$n_2=5$，所以可以确定连接成长度为 37 的管道.

条件(2)中，$4n_1+6n_2=37$，由于 $4n_1$，$6n_2$ 同为偶数，显然条件(2)不成立.

【点评】熟练掌握奇数与偶数的运算法则，个别问题可以用列举法求解.

【例 7】$|x+1|+|x-2|+|x-3|\geqslant s$ 恒成立，则 s 的取值范围是

(A) $s\leqslant4$　　(B) $s\leqslant5$　　(C) $s<4$　　(D $s<5$　　(E) $s\leqslant3$

【解析】答案是 A.

$y=|x-a_1|+|x-a_2|+\cdots+|x-a_n|$，其中 $a_1\leqslant a_2\leqslant a_3\cdots\leqslant a_n$，当 n 是奇数时，在 $x=a_{\frac{n+1}{2}}$ 时，代数式的值最小；当 n 是偶数时，在 $a_{\frac{n}{2}}\leqslant x\leqslant a_{\frac{n+2}{2}}$ 时代数式的值最小。

故 $x=2$ 时，$|x+1|+|x-2|+|x-3|$的最小值为 4，所以选 A.

【点评】此类绝对值函数的最值一定在零点处取得.

【例 8】已知 p_1，p_2，p_3 为三个质数，且满足 $p_1+p_2+p_3+p_1p_2p_3=99$，则 $p_1+p_2+p_3=$

(A)19　(B)25　(C)27　(D)26　(E)23

【解析】答案是 E.

根据奇偶性分析，若 p_1，p_2，p_3 均为奇数或者 1 偶 2 奇，3 偶，则结果 $p_1+p_2+p_3+p_1p_2p_3$ 必为偶数，与已知条件矛盾.

从而 p_1，p_2，p_3 为 2 偶 1 奇．由于 2 是唯一的偶质数，设 $p_1=p_2=2$，则 $p_3=19$.

最终，$p_1+p_2+p_3=23$.

【点评】利用奇偶性的分析以及 2 是唯一的偶质数这些基本性质判断问题.

【例 9】如果 9121 除以一个质数，余数为 13，那么这个质数是

(A)7　(B)11　(C)17　(D)23　(E)29

【解析】答案是 D.

令 $9121=a\cdot x+13$，则有 $a\cdot x=9108=2\times2\times3\times3\times11\times23$. 由于 $13<x$ 且 x 为质数，所以 $x=23$.

【例 10】正整数 m，n 是两个不同的质数，那么$\dfrac{m^2+n^2}{p^2}=\dfrac{13}{121}$.

(1)$m+n+mn$ 的最小值为 P.

(2)$m=2$，$n=3$，$p=11$.

【解析】答案是 D.

条件(1)中，因为 m，n 都是质数，而 p 要想取到最小，必须$\begin{cases}m=2\\n=3\end{cases}$或者$\begin{cases}m=3\\n=2\end{cases}$，而此时 $p=11$，$m^2+n^2=13$，所以条件(1)充分.

条件(2)中，$m=2$，$n=3$，$p=11$ 显然适合，故条件(2)也充分.

【例 11】正整数 N 的 8 倍与 5 倍之和，除以 10 的余数为 9，则 N 的最末一位数字为

(A)2　(B)3　(C)5　(D)7　(E)9

【解析】答案是 B.

由于 $8N+5N=13N$，令 $13N=10x+9$，由于 $10x+9$ 的末位数字是 9，所以 $13N$ 的末位数字是 9，则 N 的末位数字是 3.

【例 12】若正整数 n 既能被 8 整除，又能被 10 整除，则 n 一定可以被下列哪一项整除？

(A)5　(B)7　(C)9　(D)11　(E)13

【解析】答案是 A.

由于 8 和 10 的最小公倍数是 40，所以 $n=40k$，即在选项中找出 40 的因数即可.

【例 13】若$|a-b|=|a|+|b|$成立，a，$b\in\mathrm{R}$，则下列各式中一定成立的是

(A)$ab<0$　(B)$ab\leqslant0$　(C)$ab>0$　(D)$ab\geqslant0$　(E)$a+b=0$

【解析】答案是 B.

由绝对值的几何意义可知：(1)若 a，b 都是正数，则$|a-b|=|b|-|a|$或$|a|-|b|$；

(2)若 a，b 都是负数，则 $|a-b|=|b|-|a|$ 或 $|a|-|b|$；(3)若 a，b 是一个正数一个负数，则 $|a-b|=|a|+|b|$；(4)若 $a=0$，则 $|-b|=|b|$ 成立；(5)若 $b=0$，则 $|a|=|a|$ 成立.

综上所述：$ab\leqslant 0$.

【例 14】若 a、b、c 是非零实数，则代数式 $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{abc}{|abc|}$ 的所有值的集合是

(A)$\{-4，-2，2，4\}$　　(B)$\{-4，0，4\}$

(C)$\{4，2，0，-4\}$　　(D)$\{-3，0，2\}$

(E)空集

【解析】答案是 B.

(1)若 a，b，c 都是正数，则原式 $=1+1+1+1=4$.

(2)若 a，b，c 都是负数，则原式 $=-1-1-1-1=-4$.

(3)若 a，b，c 是一个正数两个负数，则原式 $=1-1-1+1=0$.

(4)若 a，b，c 是一个负数两个正数，则原式 $=-1+1+1-1=0$.

综上所述：原式 $=\{4，0，-4\}$.

【例 15】从 1 到 100 的自然数中，能被 2 整除或能被 3 整除的数有

(A)16 个　　(B)33 个　　(C)50 个　　(D)67 个　　(E)72 个

【解析】答案是 D.

由于 1 到 100 的自然数中，能被 2 整除的自然数是：$2n(n=1，2，3，\cdots，50)$，即有 50 个，能被 3 整除的自然数是 $3n(n=1，2，3，\cdots，33)$，即有 33 个，其中既能被 2 整除又能被 3 整除的自然数是 $6n(n=1，2，3，\cdots，16)$，即有 16 个，所以能被 2 整除或能被 3 整除的自然数有 $50+33-16=67$ 个.

第四节　习题

1. a 是最大的负整数，b 是绝对值最小的有理数，则 $a^{2007}+\frac{b^{2009}}{2008}=$

(A)-1　　(B)1　　(C)0　　(D)2　　(E)-2

2. 最小的质数与最大的两位数合数相乘的积是

(A)99　　(B)198　　(C)98　　(D)196　　(E)96

3. $\frac{1}{1\times 3}+\frac{1}{3\times 5}+\cdots+\frac{1}{17\times 19}=$

(A)$\frac{18}{19}$　　(B)$\frac{9}{19}$　　(C)$\frac{8}{19}$　　(D)$\frac{7}{19}$　　(E)$\frac{16}{19}$

4. 已知 A 是小于 10 的一个质数，若 $A+40$ 仍是一个质数，$A+80$ 也是一个质数，则 A 是

(A)1　(B)2　(C)3　(D)5　(E)7

5. 四个互不相等的整数 a、b、c、d，它们的乘积 $a \cdot b \cdot c \cdot d = 9$，则 $a+b+c+d=$

(A)0　(B)6　(C)8　(D)12　(E)15

6. 正整数 n 是 35 的倍数.

(1) n 是 5 的倍数.　(2) n 是 7 的倍数.

7. 正整数 m 是偶数.

(1) m 被 3 除，余数为 2.　(2) m 被 6 除，余数为 4.

8. $X=\dfrac{199}{100}$成立.

(1) $X=\dfrac{198+\left(\dfrac{1}{2345}\right)^0}{(2002+2000+1998+\cdots+4+2)-(2001+1999+1997+\cdots+3+1)}$.

(2) $X=1+\dfrac{1}{1\times 2}+\dfrac{1}{2\times 3}+\cdots+\dfrac{1}{99\times 100}$.

9. 若$(a^{m+1}\cdot b^{n+2})(a^{2n-1}\cdot b^{2m})=a^5b^3$，则 $m+n$ 的值为

(A)1　(B)2　(C)3　(D) -3　(E) -2

10. 已知 $\sqrt{10}$在两个连续整数 a 和 b 之间，即 $a<\sqrt{10}<b$，则 a 与 b 的乘积是

(A)6　(B)8　(C)9　(D)12　(E)15

11. 若 $A=\{(x, y)\mid x+y>0, xy>0\}$，$B=\{(x, y)\mid x>0$ 且 $y>0\}$，则 A 与 B 的关系是

(A) $A\subsetneq B$　(B) $B\subsetneq A$　(C) $A=B$　(D) $A\in B$　(E) $B\in A$

12. 下列命题正确的是

(A)若 $U=\{$四边形$\}$，$A=\{$梯形$\}$，则 $C_UA=\{$平行四边形$\}$.

(B)若 U 是全集，且 $A\subseteq B$，则 $C_UA\subseteq C_UB$.

(C)若 $U=\{1, 2, 3\}$，$A=U$，则 $C_UA=\phi$.

(D)若 $U=\{1, 2, 4, 8\}$，$A=\phi$，则 $C_UA=\{1, 2\}$.

(E)以上均不正确.

13. 如果 $|a|=\dfrac{1}{2}$，$|b|=1$，那么 $|a+b|=$

(A) $\dfrac{3}{2}$或 0　(B) $\dfrac{1}{2}$或 0　(C) $-\dfrac{1}{2}$　(D) $\dfrac{1}{2}$或$\dfrac{3}{2}$　(E) $\dfrac{1}{2}$或 -1

14. 如果$\dfrac{|x+y|}{x-y}=2$，那么$\dfrac{x}{y}=$

(A)$\frac{1}{2}$　(B)3　(C)$\frac{1}{3}$或 3　(D)$\frac{1}{2}$或$\frac{1}{3}$　(E)3 或$\frac{1}{2}$

15. 若$|a-1|=3$，$|b|=4$，$b>ab$，则$|a-1-b|=$
(A)1　(B)7　(C)5　(D)16　(E)9

16. 若$x<-2$，则$|1-|1+x||$的值等于
(A)$-x$　(B)x　(C)$2+x$　(D)$-2-x$　(E)0

17. 使得$\frac{2}{|x-2|-1}$不存在的x是方程$(x^2-4x+4)-a(x-2)^2=b$的一个根，则$a+b=$
(A)-1　(B)0　(C)1　(D)2　(E)5

18. $|x^2-4xy+5y^2|+\sqrt{z+1}-2y+1=0$，则$x^{y+z}=$
(A)0　(B)1　(C)4　(D)5　(E)6

19. a，b，c为实数，且$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}=1$，那么$6-\frac{abc}{|abc|}$的值为
(A)3　(B)5　(C)7　(D)9　(E)10

20. 已知$|ab-2|$与$|a-1|$互为相反数，那么
$\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\frac{1}{(a+2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a+2014)(b+2014)}=$
(A)$\frac{2013}{2014}$　(B)$\frac{2014}{2015}$　(C)$\frac{2015}{2016}$　(D)$\frac{2016}{2017}$　(E)$\frac{2017}{2018}$

21. 若$|a-1|+(b+2)^2=0$，则$(a+b)^{2013}+(a+b)^{2012}+\cdots+(a+b)^2+a+b=$
(A)-2　(B)-1　(C)0　(D)1　(E)2

22. 满足关系式$\frac{|x-1|-1}{x-2}=0$的x是
(A)0　(B) 2　(C)0 或 2　(D)0 或-2　(E)2 或-2

23. $|x|(1-2x)>0$.
(1)$x<0$.　(2)$0<x<\frac{1}{2}$.

24. 存在x使得不等式$|x+1|+|x-3|\leqslant a$成立.
(1)$a=1$.　(2)$a=2$.

25. 若$\frac{\sqrt{3a-b}+|a^2-49|}{\sqrt{a+7}}=0$，则$b-a$的值为
(A)14 或 28　(B)14　(C)28　(D)30　(E)28 或 30

习题详解

1. 【解析】答案是 A.

根据题意有 $a=-1$，$b=0$，所以 $a^{2007}+\frac{b^{2009}}{2008}=-1$，故选 A.

2. 【解析】答案是 B.

由于最小的质数是 2，最大的两位数合数是 99，所以乘积是 $2\times99=198$.

3. 【解析】答案是 B.

原式 $=\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{17}-\frac{1}{19}\right)\right]=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{19}\right)=\frac{9}{19}$.

4. 【解析】答案是 C.

由于小于 10 的质数是 2，3，5，7，所以用列举法代入验证可得 $A=3$.

5. 【解析】答案是 A.

由于 $a\cdot b\cdot c\cdot d=9$，且 9 的约数只有 1、3、9，所以 $9=1\times3\times(-1)\times(-3)$，则 $a+b+c+d=1+3+(-1)+(-3)=0$.

6. 【解析】答案是 C.

条件(1)：令 $n=10$，显然不充分.

条件(2)：令 $n=14$，显然不充分.

条件(1)和条件(2)联合起来：由于 5 和 7 的最小公倍数是 35，所以 n 既是 5 的倍数又是 7 的倍数，即 n 是 35 的倍数，充分.

7. 【解析】答案是 B.

条件(1)：令 $m=3k+2$，若 $k=1$，则 $m=5$，不充分.

条件(2)：令 $m=6k+4=2(3k+2)$，则 m 一定是偶数，充分.

8. 【解析】答案是 B.

条件(1)：

$$X=\frac{198+1}{(2002-2001)+(2000-1999)+(1998-1997)+\cdots+(4-3)+(2-1)}=\frac{199}{1001},$$

不充分.

条件(2)：$X=1+\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{99}-\frac{1}{100}\right)=1+1-\frac{1}{100}=\frac{199}{100}$，充分.

9. 【解析】答案是 B.

由于 $a^{m+2n}\cdot b^{n+2+2m}=a^{5}\cdot b^{3}$，所以 $m+2n=5$ 且 $n+2+2m=3$，解得：$m=-1$，$n=3$. 所以 $m+n=2$.

10. 【解析】答案是 D.

由于 a，b 是两个连续的整数，则有$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$，所以 $a=3$，$b=4$，即 $a\cdot b=12$.

11. 【解析】答案是 C.

集合 A：由于 $xy>0$，所以 x，y 同号，且 $x+y>0$，所以 $x>0$ 且 $y>0$，即等价于集合 B.

12. 【解析】答案是 C.

(A)错误：$C_UA=\{$不规则四边形$\}$.

(B)错误：由于 $A\subseteq B$，则 $C_UB\subseteq C_UA$.

(D)错误：由于 $A=\phi$，则 $C_UA=U$.

13. 【解析】答案是 D.

由于 $a=\pm\frac{1}{2}$，$b=\pm1$，所以：

(1)若 $a=\frac{1}{2}$，$b=1$，则有 $|a+b|=\frac{3}{2}$；

(2)若 $a=-\frac{1}{2}$，$b=-1$，则有 $|a+b|=\frac{3}{2}$；

(3)若 $a=-\frac{1}{2}$，$b=1$，则有 $|a+b|=\frac{1}{2}$；

(4)若 $a=\frac{1}{2}$，$b=-1$，则有 $|a+b|=\frac{1}{2}$.

综上所述：$|a+b|=\frac{3}{2}$或$\frac{1}{2}$.

14. 【解析】答案是 C.

(1)若 $x+y\geqslant0$，则有 $x+y=2x-2y$，即 $3y=x$，所以$\frac{x}{y}=3$.

(2)若 $x+y<0$，则有 $-(x+y)=2x-2y$，即 $3x=y$，所以$\frac{x}{y}=\frac{1}{3}$.

综上所述：$\frac{x}{y}=3$ 或$\frac{1}{3}$.

15. 【解析】答案是 B.

由于 $a-1=\pm3$，所以 $a=-2$ 或 4，且 $b=\pm4$.

由于 $b(1-a)>0$，解得 $b>0$，$a<1$ 或 $b<0$，$a>1$，则有 $b=4$，$a=-2$ 或 $b=-4$，$a=4$.

所以 $|a-1-b|=7$.

16. 【解析】答案是 D.

由于 $x<-2$，则有 $1+x<-1$ 为负数 .

所以 $|1-|1+x||=|1+(1+x)|=|x+2|=-(x+2)=-x-2$.

17. 【解析】答案是 C.

由于 $|x-2|-1=0$，解得 $x=3$ 或 1，由于 $(x-2)^2-a(x-2)^2=b$，

所以 $(x-2)^2(1-a)=b$.

(1)当 $x=3$ 时，则有 $1-a=b$.

(2)当 $x=1$ 时，则有 $1-a=b$.

综上所述：$a+b=1$.

18. 【解析】答案是 B.

由于 $|(x-2y)^2+y^2|+\sqrt{z+1}-2y+1=0$，所以 $(x-2y)^2+\sqrt{z+1}+(y-1)^2=0$.

由非负数模型可知 $\begin{cases}x-2y=0\\ z+1=0\\ y-1=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=2\\ y=1\\ z=-1\end{cases}$，所以所求值为 $2^0=1$.

19. 【解析】答案是 C.

(1)若 a，b，c 都是正数，则 $\dfrac{|a|}{a}+\dfrac{|b|}{b}+\dfrac{|c|}{c}=1+1+1=3$.

(2)若 a，b，c 都是负数，则 $\dfrac{|a|}{a}+\dfrac{|b|}{b}+\dfrac{|c|}{c}=-1-1-1=-3$.

(3)若 a，b，c 是一个正数两个负数，则 $\dfrac{|a|}{a}+\dfrac{|b|}{b}+\dfrac{|c|}{c}=1-1-1=-1$.

(4)若 a，b，c 是一个负数两个正数，则 $\dfrac{|a|}{a}+\dfrac{|b|}{b}+\dfrac{|c|}{c}=-1+1+1=1$.

所以 a，b，c 是一个负数两个正数，则有 $6-\dfrac{abc}{|abc|}=6-(-1)=7$.

20. 【解析】答案是 C.

由于 $|ab-2|+|a-1|=0$，所以 $ab=2$，$a=1$，解得 $b=2$，$a=1$.

$$
\begin{aligned}
\text{原式}&=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{2015\times 2016}\\
&=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2015}-\frac{1}{2016}\right)\\
&=1-\frac{1}{2016}=\frac{2015}{2016}
\end{aligned}
$$

21. 【解析】答案是 B.

由于 $a=1$，$b=-2$，则有 $a+b=-1$，

所以原式 $=(-1)^{2013}+(-1)^{2012}+\cdots+(-1)^2+(-1)=-1+1-\cdots+1-1=-1$.

22. 【解析】答案是 A.

由于 $|x-1|=1$ 且 $x\neq 2$，解得：$x=0$.

23. 【解析】答案是 D.

先把结论进行化简，由于 $x\neq 0$ 且 $1-2x>0$，解得：$x<\frac{1}{2}$ 且 $x\neq 0$.

由集合法可知，条件(1)充分，条件(2)充分.

24. 【解析】答案是 E.

先把结论进行化简，令 $y=|x+1|+|x-3|$，由于 $y\leqslant a$ 能成立，则有 $y_{\min}\leqslant a$.

由于 $y\geqslant 4$，则有 $4\leqslant a$.

由集合法可知，条件(1)，条件(2)单独和联合起来都不充分.

25. 【解析】答案是 B.

由非负数模型可知 $\begin{cases}3a-b=0\\a^2-49=0\\a+7>0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=7\\b=21\end{cases}$，所以 $b-a=14$.