

第3章 三角函数

鲲哥小课堂

1. 常见考法：(1) 1个小题；(2) 2个小题。综上，5/10分。

当然，三角函数显然也是解三角大题的必备基础，两者“你中有我、我中有你”。这里我们把那个大题的分数算到解三角头上，不计入三角函数。

2. 小题难度通常在 $\text{J} \sim \text{JJJJ}$ ，也有一定概率出现 JJJJ 压轴题，这类题收录在《决胜800》。

3. 总体而言，高考对三角函数的要求其实非常基础，基础题的套路非常固定，我都给大家总结在《基础2000》了。所以，三角函数的分我对学生的要求从来都是三个字：“不能丢”。

既然是必拿分，为什么很多同学觉得三角函数难呢？

因为学习数学的方法不对。

很多同学对数学的努力停留在“抄笔记、错题本”的伪努力层面，从高一开始就抄了无数遍“奇变偶不变，符号看象限”，但始终没理解。总是眼高手低地刷各种看了答案也不懂的模拟题，却不能静下心来把课本上那么实用的计算题一个一个刷过去。

这样能学好数学，那倒反而怪了。

PS：不懂错题本为什么是“伪努力”的同学，去听“鲲哥问必答”电台。

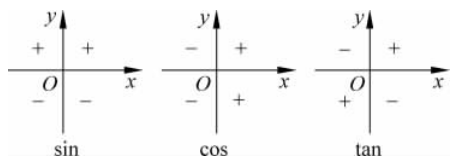
4. 如果大家能练到把《基础2000》“化A型”那一节轻松写完，说明基础计算已经入门。接下来就是图形和性质，搞定计算、图形、性质，你会发现其实三角函数就这么些东西。

5. 当然这不是说三角就没有难题，压轴的时候也有，想考“985/211”的同学还是不得不注意，《决胜800》拿好慢慢啃吧。数学考高分难，难就难在你要为10%概率的事情，付出100%的努力。

3.1 象限

核心笔记

鲲哥小课堂



【266】(2007·北京·1·J)

已知 $\cos\theta \cdot \tan\theta < 0$, 那么角 θ 是()。

- A. 第一或第二象限
B. 第二或第三象限
C. 第三或第四象限
D. 第一或第四象限

【267】(2001·全国旧课程·1·J)

若 $\sin\theta\cos\theta > 0$, 则 θ 在()。

- A. 第一、二象限 B. 第一、三象限
C. 第一、四象限 D. 第二、四象限

【268】(2014·新课标全国一·2·J)

若 $\tan\alpha > 0$, 则()。

- A. $\sin\alpha > 0$ B. $\cos\alpha > 0$
C. $\sin 2\alpha > 0$ D. $\cos 2\alpha > 0$

【269】(2004·辽宁·1·J)

若 $\cos\theta > 0$, 且 $\sin 2\theta < 0$, 则角 θ 的终边所在象限是()。

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

【270】(2005·全国三·1·J)

已知 α 为第三象限角, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是()。

- A. 第一或第二象限
B. 第二或第三象限
C. 第一或第三象限
D. 第二或第四象限

3.2 诱导

核心笔记

鲲哥小课堂

诱导公式:

$$\sin(\alpha + k \cdot 2\pi) = \sin\alpha, \quad \cos(\alpha + k \cdot 2\pi) = \cos\alpha,$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha, \quad \cos(-\alpha) = \cos\alpha,$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha,$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha,$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha, \quad \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha,$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha, \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha,$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos\alpha, \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha,$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha, \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\alpha,$$

$$\tan(\alpha + k \cdot \pi) = \tan\alpha, \quad \tan(-\alpha) = -\tan\alpha,$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot\alpha, \quad \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot\alpha,$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha, \quad \tan(\pi + \alpha) = \tan\alpha,$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \cot\alpha, \quad \tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot\alpha.$$

这些公式不能死记,有句话叫“奇变偶不变,符号看象限”。如果这句话你从高一听到现在还不明白,那赶紧去看“鲲哥带你学数学”解说视频吧。

【271】(2010·全国一·1·J)

$$\cos 300^\circ = ().$$

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【272】(2007·全国二·1·J)

$$\cos 330^\circ = ().$$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【273】(2009·全国一·1·J)

$$\sin 585^\circ \text{ 的值为 } ().$$

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【274】(2005·湖南·2·J)

$\tan 600^\circ$ 的值是()。

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

【275】(2007·湖北·1·J)

$\tan 690^\circ$ 的值为()。

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

【276】(2004·湖北·13·J)

$\tan 2010^\circ$ 的值为_____。

【277】(2009·重庆·6·JJ)

下列关系式中正确的是()。

- A. $\sin 11^\circ < \cos 10^\circ < \sin 168^\circ$
B. $\sin 168^\circ < \sin 11^\circ < \cos 10^\circ$
C. $\sin 11^\circ < \sin 168^\circ < \cos 10^\circ$
D. $\sin 168^\circ < \cos 10^\circ < \sin 11^\circ$

【278】(2014·全国·3·JJ)

设 $a = \sin 33^\circ$, $b = \cos 55^\circ$, $c = \tan 35^\circ$, 则()。

- A. $a > b > c$ B. $b > c > a$
C. $c > b > a$ D. $c > a > b$

3.3 恒等(1): $\sin, \cos, \tan$ 转化

核心笔记

鲲哥小课堂

对 $\sin, \cos, \tan$ 的转化,最常用的方法就是“画三角形,先定值后定号”,“鲲哥带你学数学”有详细解说,赶紧去看吧。

【279】(2007·全国一·2·J)

α 是第四象限角, $\cos \alpha = \frac{12}{13}$, 则 $\sin \alpha =$ ()。

- A. $\frac{5}{13}$ B. $-\frac{5}{13}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $-\frac{5}{12}$

【280】(2010·全国二·13·J)

已知 α 是第二象限的角, $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$, 则 $\cos \alpha =$

_____。

【281】(2011·重庆·12·J)

若 $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$, 且 $\alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$, 则 $\tan \alpha =$ _____。

【282】(2006·上海·6·J)

如果 $\cos \alpha = \frac{1}{5}$, 且 α 是第四象限的角, 那么 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) =$ _____。

【283】(2009·北京·9·J)

若 $\sin \theta = -\frac{4}{5}$, $\tan \theta > 0$, 则 $\cos \theta =$ _____。

【284】(2007·陕西·4·J)

已知 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$ 的值为()。

- A. $-\frac{3}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$
C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

【285】(2010·全国一·2·JJ)

记 $\cos(-80^\circ) = k$, 那么 $\tan 100^\circ =$ ()。

- A. $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ B. $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$
C. $\frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$ D. $-\frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$

【286】(2016·新课标全国一·14·JJJ)

已知 θ 是第四象限角, 且 $\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{5}$, 则 $\tan(\theta - \frac{\pi}{4}) =$ _____。

3.4 恒等(2): 和差

核心笔记

鲲哥小课堂

$$\begin{cases} \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta, \\ \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta, \\ \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta. \end{cases}$$

注意： $\cos$ 公式的加反而是减，减反而是加。很多涉世未深的少年在此处容易出错。

$$\begin{cases} \tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}, \\ \tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}. \end{cases}$$

这些公式必须熟练到不假思索。人教版课本上有不少小练习，真心想逆袭的少年，你值得拥有。

【287】(2018 · 新课标全国二 · 15 ·)

已知 $\tan\left(\alpha - \frac{5\pi}{4}\right) = \frac{1}{5}$ ，则 $\tan\alpha =$ _____。

【288】(2017 · 江苏 · 5 ·)

若 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{6}$ ，则 $\tan\alpha =$ _____。

【289】(2007 · 福建 · 3 ·)

$\sin 15^\circ \cos 75^\circ + \cos 15^\circ \sin 105^\circ$ 等于()。

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

【290】(2006 · 陕西 · 13 ·)

$\cos 43^\circ \cos 77^\circ + \sin 43^\circ \cos 167^\circ$ 的值为 _____。

【291】(1978 · 全国 · 4 ·)

不查表，求 $\cos 80^\circ \cos 35^\circ + \cos 10^\circ \cos 55^\circ$ 的值。

【292】(2004 · 重庆 · 5 ·)

$\sin 163^\circ \sin 223^\circ + \sin 253^\circ \sin 313^\circ =$ ()。

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【293】(2004 · 全国一 · 6 ·)

设 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ，若 $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ，则 $\sqrt{2} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$ ()。

- A. $\frac{7}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{7}{2}$ D. 4

【294】(2008 · 江西 · 17.1 ·)

已知 $\tan\alpha = -\frac{1}{3}$ ， $\cos\beta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ， $\alpha, \beta \in (0, \pi)$ 。求 $\tan(\alpha + \beta)$ 的值。

【295】(2013 · 新课标全国二 · 15 ·)

设 θ 为第二象限角，若 $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$ ，则 $\sin\theta + \cos\theta =$ _____。

【296】(2017 · 新课标全国一 · 15 ·)

已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ， $\tan\alpha = 2$ ，则 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) =$ _____。

【297】(2008 · 山东 · 10 ·)

已知 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\alpha = \frac{4}{5}\sqrt{3}$ ，则 $\sin\left(\alpha + \frac{7\pi}{6}\right)$ 的值是()。

- A. $-\frac{2\sqrt{3}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

【298】(2010 · 全国一 · 14 ·)

已知 α 为第三象限的角， $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$ ，则

$\tan\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) =$ _____。

【299】(2007 · 四川 · 18.2 ·)

已知 $\cos\alpha = \frac{1}{7}$ ， $\cos(\alpha - \beta) = \frac{13}{14}$ ，且 $0 < \beta < \alpha <$

$\frac{\pi}{2}$ 。求 β 。

【300】(2006 · 重庆 · 13 · 〰〰)

已知 $\alpha, \beta \in \left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$, $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{3}{5}$,

$\sin\left(\beta - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{12}{13}$, 则 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$ _____。

【301】(2011 · 浙江 · 6 · 〰〰)

若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$, $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1}{3}$,

$\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) =$ _____。

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ D. $-\frac{\sqrt{6}}{9}$

【302】(2018 · 浙江 · 18 · 〰〰)

已知角 α 的顶点与原点 O 重合, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 它的终边过点 $P\left(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ 。

(1) 求 $\sin(\alpha + \pi)$ 的值;

(2) 若角 β 满足 $\sin(\alpha + \beta) = \frac{5}{13}$, 求 $\cos\beta$ 的值。

【303】(2018 · 江苏 · 16 · 〰〰)

已知 α, β 为锐角, $\tan\alpha = \frac{4}{3}$, $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ 。

(1) 求 $\cos 2\alpha$ 的值;

(2) 求 $\tan(\alpha - \beta)$ 的值。

3.5 恒等(3): 二倍

核心笔记

鲲哥小课堂

① $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ 。

② $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$ 。

看到 $1 + \cos 2\alpha$, 优先考虑用 $2\cos^2 \alpha - 1$ 展开;

看到 $1 - \cos 2\alpha$, 优先考虑用 $1 - 2\sin^2 \alpha$ 展开。

③ $\tan 2x = \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}$ 。

【304】(2005 · 重庆 · 2 · 〰)

$\left(\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}\right) \cdot \left(\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}\right) =$ _____。

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【305】(2007 · 重庆 · 6 · 〰)

下列各式中, 值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的是_____。

A. $2\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ B. $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$
C. $2\sin^2 15^\circ - 1$ D. $\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ$

【306】(2005 · 北京 · 10 · 〰)

已知 $\tan \frac{\alpha}{2} = 2$, 则 $\tan \alpha$ 的值为_____。

$\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值为_____。

【307】(2008 · 浙江 · 12 · 〰)

若 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{3}{5}$, 则 $\cos 2\theta =$ _____。

【308】(2013 · 四川 · 14 · 〰)

设 $\sin 2\alpha = -\sin \alpha$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 则 $\tan 2\alpha$ 的值是_____。

【309】(2010 · 全国一 · 14 · 〰〰)

已知 α 为第二象限的角, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, 则 $\tan 2\alpha =$ _____。

【Q】鲲哥, 今天我十八岁了, 来段励志的话鼓励鼓励我吧。

【A】人类之所以有进化, 是因为下一代不听话。十八岁开始, 学会听自己的话^^。

【310】(2011·江苏·7·))

已知 $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 2$, 则 $\frac{\tan x}{\tan 2x}$ 的值为 _____。

【311】(2011·新课标全国·7·))

已知角 θ 的顶点与原点重合, 始边与 x 轴的正半轴重合, 终边在直线 $y = 2x$ 上, 则 $\cos 2\theta =$ ()。

A. $-\frac{4}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

【312】(2013·新课标全国二·6·))

已知 $\sin 2\alpha = \frac{2}{3}$, 则 $\cos^2\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$ ()。

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

【313】(2016·新课标全国二·9·))

若 $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{3}{5}$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()。

A. $\frac{7}{25}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. $-\frac{7}{25}$

【314】(2012·江苏·11·))

设 α 为锐角, 若 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{4}{5}$, 则 $\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{12}\right)$ 的值为 _____。

3.6 恒等(4): 构造 $\tan$

核心笔记

鲲哥小课堂

本节的关键在于构造出 $\tan x$, 例如:

- ① $\frac{\sin x + 2\cos x}{3\sin x + 4\cos x} \xrightarrow{\text{上下同除以 } \cos x} \frac{\tan x + 2}{3\tan x + 4};$
- ② $\frac{\sin^2 x + 2\cos^2 x}{3\sin^2 x + 4\cos^2 x} \xrightarrow{\text{上下同除以 } \cos^2 x} \frac{\tan^2 x + 2}{3\tan^2 x + 4};$
- ③ $\sin^2 x + 2\cos^2 x \xrightarrow{\text{补“1”}} \frac{\sin^2 x + 2\cos^2 x}{1}$
 $= \frac{\sin^2 x + 2\cos^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} \xrightarrow{\text{上下同除以 } \cos^2 x} \frac{\tan^2 x + 2}{\tan^2 x + 1}.$

【315】(2009·陕西·2·))

若 $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{2\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + 2\cos \alpha}$ 的值为 ()。

A. 0 B. $\frac{3}{4}$ C. 1 D. $\frac{5}{4}$

【316】(2009·辽宁·8·))

已知 $\tan \theta = 2$, 则 $\sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta - 2\cos^2 \theta =$ ()。

A. $-\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

【317】(2016·新课标全国三·5·))

若 $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, 则 $\cos^2 \alpha + 2\sin 2\alpha =$ ()。

A. $\frac{64}{25}$ B. $\frac{48}{25}$ C. 1 D. $\frac{16}{25}$

【318】(2005·北京·15.2·))

已知 $\tan \frac{\alpha}{2} = 2$. 求 $\frac{6\sin \alpha + \cos \alpha}{3\sin \alpha - 2\cos \alpha}$ 的值。

【319】(2004·天津·17·))

已知 $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1}{2}$.

- (1) 求 $\tan \alpha$ 的值;
- (2) 求 $\frac{\sin 2\alpha - \cos^2 \alpha}{1 + \cos 2\alpha}$ 的值。

【320】(2009·陕西·5·))

若 $3\sin \alpha + \cos \alpha = 0$, 则 $\frac{1}{\cos^2 \alpha + \sin 2\alpha}$ 的值为 ()。

A. $\frac{10}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. -2

【321】(2004·湖南·17·))

已知 $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=2$, 求 $\frac{1}{2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha}$ 的值。

3.7 恒等(5): $s+c, s-c, sc$
核心笔记
鲲哥小课堂

本节的重点是 $\sin x + \cos x, \sin x - \cos x$ 与 $\sin x \cos x$ 的相互转化:

- ① $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2\sin x \cos x = 1 + \sin 2x$;
- ② $(\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2\sin x \cos x = 1 - \sin 2x$;
- ③ $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2(\text{①} + \text{②})$ 即可。

【322】(2017·新课标全国三·4·))

已知 $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{4}{3}$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()。

- A. $-\frac{7}{9}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

【323】(2012·辽宁·6·))

已知 $\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{2}, \alpha \in (0, \pi)$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()。

- A. -1 B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

【324】(2005·福建·17.1·))

已知 $-\frac{\pi}{2} < x < 0, \sin x + \cos x = \frac{1}{5}$. 求 $\sin x - \cos x$ 的值。

【325】(2006·湖北·3·))

已知 $\sin 2A = \frac{2}{3}, A \in (0, \pi)$, 则 $\sin A + \cos A =$

()。

- A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{15}}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $-\frac{5}{3}$

【326】(2011·辽宁·7·))

设 $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)=\frac{1}{3}$, 则 $\sin 2\theta =$ ()。

- A. $-\frac{7}{9}$ B. $-\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

【327】(2007·浙江·12·))

已知 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{5}$, 且 $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}$, 则 $\cos 2\theta$ 的值是_____。

【328】(2012·全国·7·))

已知 α 为第二象限角, $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos 2\alpha =$ ()。

- A. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{5}}{9}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{9}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

*** 3.8 恒等(6): 综合**
【329】(1991·三南·1·))

$\sin 15^\circ \cos 30^\circ \sin 75^\circ$ 的值等于 ()。

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{4}$

【330】(2005·全国三·8·))

$\frac{2\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\cos 2\alpha} =$ ()。

- A. $\tan \alpha$ B. $\tan 2\alpha$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

【331】(2012·江西·4·))

若 $\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = 4$, 则 $\sin 2\theta =$ ()。

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

【332】(2012·重庆·5·))

$\frac{\sin 47^\circ - \sin 17^\circ \cos 30^\circ}{\cos 17^\circ} =$ ()。

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【333】(1997·全国·18·))

$\frac{\sin 7^\circ + \cos 15^\circ \sin 8^\circ}{\cos 7^\circ - \sin 15^\circ \sin 8^\circ}$ 的值为_____。

【334】(2008·宁夏海南·7·))

$\frac{3 - \sin 70^\circ}{2 - \cos^2 10^\circ} = (\quad)$ 。

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 2 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【335】(2007·宁夏海南·9·))

若 $\frac{\cos 2\alpha}{\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\cos \alpha + \sin \alpha$ 的值为
()。

A. $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

【336】(2011·重庆·14·))

已知 $\sin \alpha = \frac{1}{2} + \cos \alpha$, 且 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则
 $\frac{\cos 2\alpha}{\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})}$ 的值为_____。

【337】(2010·上海·19·))

已知 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 化简: $\lg(\cos x \cdot \tan x + 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}) +$
 $\lg[\sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4})] - \lg(1 + \sin 2x)$ 。

【338】(2006·北京·15.2·))

已知函数 $f(x) = \frac{1 - \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4})}{\cos x}$ 。设 α 为
第四象限的角, 且 $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$, 求 $f(\alpha)$ 的值。

【339】(2007·重庆·18.2·))

已知函数 $f(x) = \frac{1 + \sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4})}{\sin(x + \frac{\pi}{2})}$ 。若角 α
在第一象限且 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, 求 $f(\alpha)$ 。

【340】(2004·全国四·17·))

已知 α 为第二象限角, 且 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$, 求
 $\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})}{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha + 1}$ 的值。

3.9 化简(1): A型

核心笔记

鲲哥小课堂

口诀: 一拆二降三辅助。

$$\text{降次公式: } \begin{cases} \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}, \\ \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}, \\ \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x. \end{cases}$$

辅助角公式: $a \sin \omega x + b \cos \omega x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\omega x + \varphi)$ 。

例子: $2 \sin 2x + 2\sqrt{3} \cos 2x = 4 \left(\sin 2x \cdot \frac{1}{2} + \cos 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) =$
 $4 \left(\sin 2x \cos \frac{\pi}{3} + \cos 2x \sin \frac{\pi}{3} \right) = 4 \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right)$ 。

备注: 本节题目有改动, 仅要求化成 $y = A \sin(\omega x + \varphi) + b$ 或 $y = A \cos(\omega x + \varphi) + b$ 的类型。关于图像性质的部分后面会有专门的章节进行练习, 不必担心。

【341】(2001·广东·河南·17·))

化简: $y = (\sin x + \cos x)^2 + 2\cos^2 x$ 。

【342】(2016·浙江·10·))

已知 $2\cos^2 x + \sin 2x = A\sin(\omega x + \varphi) + b$ ($A > 0$),
则 $A =$ _____, $b =$ _____。

【343】(2013·北京·15·))

化简: 函数 $f(x) = (2\cos^2 x - 1)\sin 2x +$
 $\frac{1}{2}\cos 4x$ 。

【344】(2006·陕西·18·))

化简: 函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) +$
 $2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$ ($x \in \mathbf{R}$)。

【345】(2008·陕西·17·))

化简: 函数 $f(x) = 2\sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} + \sqrt{3} \cos \frac{x}{2}$ 。

【346】(2010·山东·17·))

化简: 函数 $f(x) = \sin(\pi - \omega x)\cos \omega x + \cos^2 \omega x$
($\omega > 0$)。

【347】(2011·重庆·18·))

化简: 函数 $f(x) = \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos(\pi + x) \cdot$
 $\cos x$ ($x \in \mathbf{R}$)。

【348】(2012·北京·15·))

化简: 函数 $f(x) = \frac{(\sin x - \cos x)\sin 2x}{\sin x}$ 。

【349】(2006·上海·17·))

化简: 函数 $y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) +$
 $\sqrt{3}\sin 2x$ 。

【350】(2010·湖北·16·))

化简: 函数 $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ 。

【351】(2005·广东·15·))

化简: $f(x) = \cos\left(\frac{6k+1}{3}\pi + 2x\right) + \cos\left(\frac{6k-1}{3}\pi -$
 $2x\right) + 2\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{3} + 2x\right)$ ($x \in \mathbf{R}, k \in \mathbf{Z}$)。

【352】(2005·江西·18·))

求函数 $f(x) = 2\cos \frac{x}{2} \cdot \sqrt{2} \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ 并化简。

3.10 化简(2): f 型

核心笔记

鲲哥小课堂

找到函数中的关键词,如 $\sin x, \cos x$ 等,用 t 替换。

【353】(2010·江西·6·))

函数 $y = \sin^2 x + \sin x - 1$ 的值域为()。

- A. $[-1, 1]$ B. $\left[-\frac{5}{4}, -1\right]$
C. $\left[-\frac{5}{4}, 1\right]$ D. $\left[-1, \frac{5}{4}\right]$

【354】(2004·全国四·15·))

函数 $f(x) = \cos x - \frac{1}{2} \cos 2x$ ($x \in \mathbf{R}$) 的最大值等于_____。

【355】(2008·宁夏海南·11·))

函数 $f(x) = \cos 2x + 2\sin x$ 的最小值和最大值分别为()。

- A. $-3, 1$ B. $-2, 2$
C. $-3, \frac{3}{2}$ D. $-2, \frac{3}{2}$

【356】(2009·湖南·11·))

若 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $2\tan x + \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ 的最小值为_____。

【357】(2004·广东·9·))

当 $0 < x < \frac{\pi}{4}$ 时, 函数 $f(x) = \frac{\cos^2 x}{\cos x \sin x - \sin^2 x}$ 的最小值是()。

- A. 4 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{4}$

3.11 图像(1): 基础

核心笔记

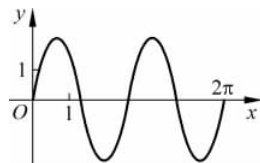
鲲哥小课堂

“一看周期二代点”, 即: 先看周期确定 ω , 再代点确定 φ 。

值得一提的是: 对 $\sin/\cos$ 的题, 代入零点可能会出错(因为零点其实并不完全一样), 所以保险的方法就是代入极值点, 甚至主动作出极值点; 对 $\tan$ 的题, 代入零点是可行的。

【358】(2008·宁夏海南·1·))

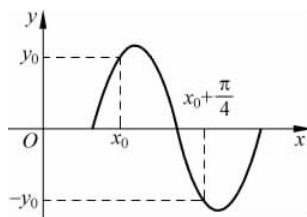
已知函数 $y = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 在区间 $[0, 2\pi]$ 的图像如图, 那么 $\omega =$ ()。



- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

【359】(2013·全国·9·))

若函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 的部分图像如图, 则 $\omega =$ ()。



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

【360】(1997·全国·3·))

函数 $y = \tan\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\pi\right)$ 在一个周期内的图像是()。