第 5 章

CHAPTER 5

脉冲耦合神经网络

【导读】 从 Eckhorn 数学模型结构出发，给出了脉冲耦合神经网络（PCNN）的演进过程，分析了其工作原理、参数作用及点火行为；阐述了交叉皮层模型、贝叶斯连接域神经网络模型的结构与原理及神经元之间的竞争关系；研究了结合 PCNN 和图像熵的 PCNN-IEAD 模型，并进行了仿真实验与结果分析。

脉冲耦合神经网络（pulse coupled neural networks，PCNN）是埃克霍恩（Eckhorn）在解释猫、猴等动物大脑视觉皮层上的同步脉冲发放现象时提出的。哺乳动物视觉通路示意图如图 5.1 所示。根据猫、猴等哺乳动物的大脑视觉系统产生的同步脉冲现象，埃克霍恩建立了视觉系统的 Eckhorn 数学模型。Johnson 等对 Eckhorn 数学模型进行了改进与简化，产生了 PCNN，它在国际上被称为第三代人工神经网络。

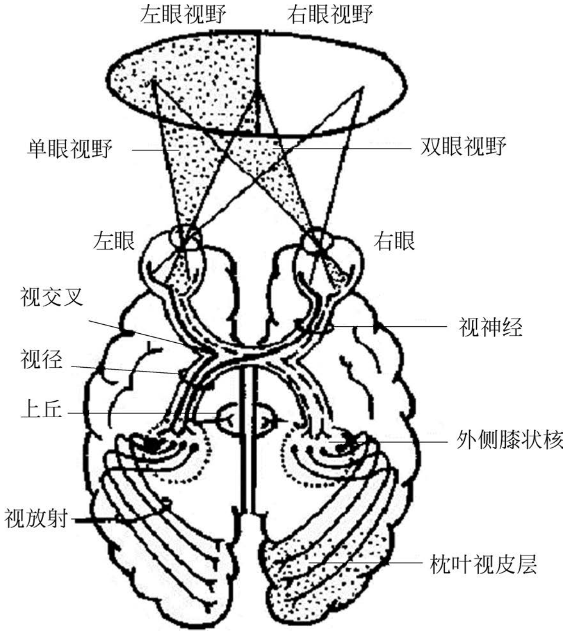


图 5.1 哺乳动物视觉通路示意图

5.1 脉冲耦合神经网络模型

5.1.1 Eckhorn 神经元模型

埃克霍恩提出的神经元模型如图 5.2 所示。该神经元由三个功能单元构成：反馈输入

域、耦合连接输入域和脉冲发生器。

图 5.2 表明，埃克霍恩将神经元电信号活动近似为漏电积分器机制，漏电积分器是一个线性时不变系统，若漏电积分器的放大系数和衰减时间系数分别为 V_x 和 τ_x，则漏电积分器的单位脉冲响应为

$$I_x(t) = V_x \exp(-t/\tau_x), \quad t \geqslant 0 \tag{5.1.1}$$

神经元的输入是输入域各漏电积分器输出的加权和，其幅值系数和衰减时间系数分别为 V_F 和 α_F，即

$$F_{ij}[k] = F_{ij}[k-1]\exp(-\alpha_F) + V_F S_i[k] M_{ij} \tag{5.1.2}$$

$$F_j[k] = \sum_{i=1}^{f} F_{ij}[k] \tag{5.1.3}$$

耦合连接输入域和反馈输入域相似，也由多个漏电积分器组成，其放大系数和衰减时间系数分别为 V_L 和 α_L，各漏电积分器的输入只与它相连的不同神经元的输出有关，所以本神经元的连接输入为

$$L_{ij}[k] = L_{ij}[k-1]\exp(-\alpha_L) + V_L Y_i[k] W_{ij} \tag{5.1.4}$$

$$L_j[k] = \sum_{i=1}^{l} L_{ij}[k] \tag{5.1.5}$$

神经元利用连接输入对反馈输入进行非线性调制产生内部活动项，其大小决定本神经元是否输出脉冲，所以本神经元的内部活动项为

$$U_j[k] = F_j[k](1 + \beta L_j[k]) \tag{5.1.6}$$

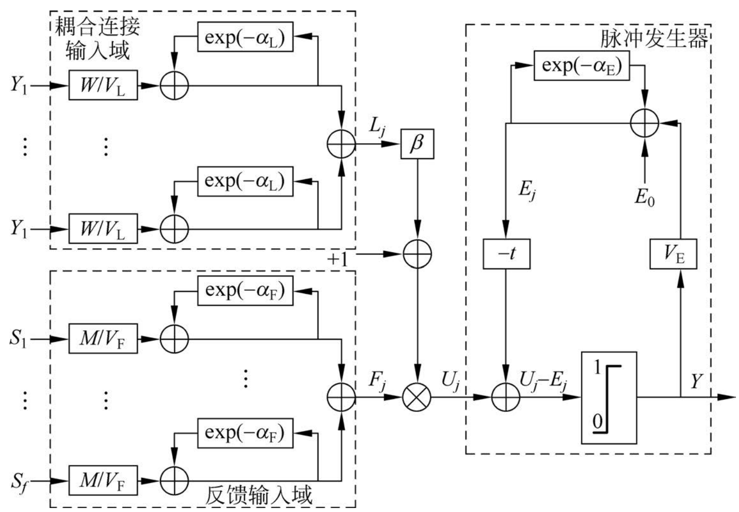


图 5.2　埃克霍恩(Eckhorn)神经元模型

图 5.2 表明，当神经元的内部活动项大于动态门限(阈值)时，神经元点火产生的脉冲输出为

$$Y_j[k] = \begin{cases} 1, & U_j[k] > E_j[k-1] + E_0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{5.1.7}$$

动态门限主要由阈值漏电积分器决定，该漏电积分器的幅值系数和衰减时间系数分别为 V_E 和 α_E，神经元点火产生脉冲和动态门限衰减的过程均由脉冲发生器完成。

$$E_j[k] = E_j[k-1]\exp(-\alpha_E) + V_E Y_j[k] + E_0 \tag{5.1.8}$$

注意：图 5.2 和式(5.1.2)～式(5.1.8)中描述的 k 是迭代次数；j 为神经元的计数；i 为

第 i 个连接输入神经元；S_j 为第 j 个神经元的输入激励；Y_i 为第 i 个神经元的输出。

继 Gray 和埃克霍恩之后，Johnson、Ranganath 和 Kuntimad 等深入分析了 Eckhorn 神经元模型机理及周期特性，当神经元的连接输入 L_j 为零且输入保持不变时，内部活动项 U_j 将是一个常数 C，此时，把式(5.1.8)代入式(5.1.7)，得

$$Y_j[k]=\begin{cases}1, & C>E_j[k-2]\exp(-\alpha_E)+V_EY_j[k-1]+E_0\\0, & \text{其他}\end{cases} \tag{5.1.9}$$

Eckhorn 神经元周期性地输出脉冲，输出脉冲的时间为

$$t(m)=t_1+mt_2=\tau_E\ln\frac{V_E}{C}+m\tau_E\ln\frac{V_E+C}{C},\quad m=0,1,\cdots,N \tag{5.1.10}$$

式中，τ_E 为衰减时间系数。Eckhorn 神经元点火周期为

$$T=t(m)-t(m-1)=\tau_E\ln\frac{V_E+C}{C} \tag{5.1.11}$$

式中，点火周期 T 称为 Eckhorn 神经元的自然周期，其值取决于内部活动项 C 的强弱和漏电积分器参数(V_E)设置。也就是说，动态门限 E 的阈值漏电积分器首先从 V_E 开始按指数规律衰减，此后，都是从(V_E+C)开始按指数规律衰减，每次衰减至 C 时输出脉冲。这样周而复始的循环，遵循的规律为

$$E_j(t)=\begin{cases}V_E, & t=0\\V_E\exp(-\alpha_E t), & t<t_1\\V_E+C, & t=t_1+kT\\(V_E+C)\exp\{-[t-t_1-(k-1)T]/\tau_E\}, & t_1+kT<t<t_1+(k+1)T\\V_E+C, & t=t_1+(k+1)T\end{cases} \tag{5.1.12}$$

概括起来，与传统神经元模型相比，Eckhorn 神经元模型的显著特点如下：

(1) Eckhorn 神经元模型的内部活动项是所有它收到的输入信号和周围神经元对其影响的综合，进一步由式(5.1.6)可知，内部活动项是输入信号和连接输入的一种非线性调制；而传统神经元的输入是周围相连神经元各自加权输入的代数和。

(2) Eckhorn 神经元模型的输出为二值脉冲时间序列，不受输入信号幅度的影响，但该脉冲序列的频率同时受控于内部活动项和阈值漏电积分器的状态。

(3) Eckhorn 神经元模型体现了神经元特有的非线性特性，其反馈输入域、耦合连接输入域、阈值控制机制都有指数衰减的漏电积分器，而一般传统神经元的结构远远没有这样的复杂结构。

5.1.2 脉冲耦合神经网络模型原理

在 Eckhorn 模型基础上，去掉输入域中的漏电积分器，同时增加连接强度系数 β，这些神经元称为脉冲耦合神经元，这时的 Eckhorn 神经元模型就是 PCNN 模型。

与 BP 神经网络相比，PCNN 不需要学习或者训练，能从复杂背景下提取有效信息，具有同步脉冲发放和全局耦合等特性，其信号形式和处理机制更符合人类视觉神经系统的生理学基础。PCNN 模型结构如图 5.3 所示。

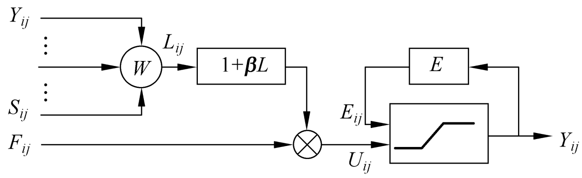


图 5.3 PCNN 模型结构

该 PCNN 模型离散型方程如下：

$$F_{ij}[k]=\exp(-\alpha_{\mathrm{F}})F_{ij}[k-1]+V_{\mathrm{F}}\sum m_{ijnl}Y_{nl}[k-1]+S_{ij} \tag{5.1.13}$$

$$L_{ij}[k]=\exp(-\alpha_{\mathrm{L}})L_{ij}[k-1]+V_{\mathrm{L}}\sum w_{ijnl}Y_{nl}[k-1] \tag{5.1.14}$$

$$U_{ij}[k]=F_{ij}[k](1+\beta L_{ij}[k]) \tag{5.1.15}$$

$$Y_{ij}[k]=\begin{cases}1, & U_{ij}[k]>E_{ij}[k-1]\\0, & \text{其他}\end{cases} \tag{5.1.16}$$

$$E_{ij}[k]=\exp(-\alpha_{\mathrm{E}})E_{ij}[k-1]+V_{\mathrm{E}}Y_{ij}[k-1] \tag{5.1.17}$$

式中，k 为迭代次数；$F_{ij}[k]$和 $L_{ij}[k]$分别为第(i,j)个神经元第 k 次迭代时的反馈输入和连接输入；S_{ij} 为外部输入刺激信号；β 为突触之间连接强度系数；$U_{ij}[k]$为内部活动项；$E_{ij}[k]$为动态阈值；$Y_{ij}[k]$为 PCNN 脉冲输出；内部连接矩阵$\boldsymbol{w}_{ijnl}$ 为 $L_{ij}[k]$中 $Y_{nl}[k-1]$(n 表示行，l 表示列)的加权系数；V_{E} 为 $E_{ij}[k]$的幅值系数；α_{E} 为衰减时间系数。

5.1.3 PCNN 参数的作用

在 PCNN 模型中有许多网络参数，这些网络参数可分为一般参数和应用参数两类。一般参数包括连接权矩阵和连接幅值系数；应用参数包括连接强度系数 β、阈值幅值系数 V_{E} 和阈值衰减时间系数 α_{E}。这些网络参数会直接影响 PCNN 的运行行为。现分别进行说明。

(1) m_{ijnl} 为反馈输入域$F_{ij}[k]$中$Y_{nl}[k-1]$的加权系数，$\boldsymbol{w}_{ijnl}$ 为耦合连接输入域$L_{ij}[k]$中 $Y_{nl}[k-1]$的加权系数。m_{ijnl} 和$\boldsymbol{w}_{ijnl}$ 表示中心神经元受周围神经元影响的大小，或者说，表示邻近神经元对中心神经元传递信息的强弱。m_{ijnl} 和$\boldsymbol{w}_{ijnl}$ 有多种取值方式，可以根据实际需要选择合适的取值方式。

(2) V_{F} 和 V_{L} 为连接幅值系数，用来调整连接幅值，即利用邻域内的点火神经元对中心神经元传递的能量按照一定的比例进行缩放，同样对邻域神经元也具有提升作用。

(3) α_{F} 和 α_{L} 为衰减时间系数，用来决定来自 $F_{ij}[k]$、$L_{ij}[k]$通道神经元的衰减速度。α_{F}、α_{L} 越大，$F_{ij}[k]$、$L_{ij}[k]$通道的衰减速度就越快；反之，衰减速度就越慢。

(4) β 为连接强度系数，用来调节周围神经元之间相互作用的强弱，并对中心神经元的点火周期有着重要影响。较大的连接强度系数，能引起较大范围的同步脉冲。

(5) α_{E} 为阈值衰减时间系数，控制着阈值的下降速度。α_{E} 越大，阈值下降得越快，运行次数越少，同一时间内产生的脉冲数目越多。反之，α_{E} 越小，阈值下降得越慢，模型运行次数越多，同一时间内产生的脉冲数目越少。

(6) V_{E} 为阈值幅值系数，在神经元被点火之后，该幅值系数决定了阈值被提升的高度，对神经元的点火周期起着重要的调节作用。

5.2 PCNN点火行为

5.2.1 无耦合连接

在无耦合连接的情况下，即 $\beta=0$，PCNN的运行行为是各神经元相互独立运行的组合，且每一个神经元的运行机理是：在外部刺激 S_{ij} 的作用下，将以一定的频率——自然频率发射脉冲，即为自然点火。神经元自然点火的周期为

$$T(N_{ij})=\frac{1}{\alpha_{\mathrm{E}}}\ln\left(\frac{V_{\mathrm{E}}}{S_{ij}}\right) \tag{5.2.1}$$

式(5.2.1)表明，外部刺激越强，即像素亮度的强度越强，对应神经元的点火频率越高。这就意味着，不同亮度强度输入的神经元将在不同的时刻点火，而相同亮度强度输入的神经元则在同一时刻点火。因此，这时的PCNN是将图像像素的亮度强度映射为含有时间特性的点火图，即每一时刻的点火图对应于同一亮度强度的像素图，而不同时刻的点火图对应于不同亮度强度的像素图。

5.2.2 耦合连接

在耦合连接的情况下，即 $\beta\neq0$，由于PCNN中各神经元间的耦合连接，那么当外部刺激输入强度大的神经元 S_{ij} 在时刻 k 点火时，导致与它邻近的神经元 N_{ij} 提升为 $S_{ij}(1+\beta L_{ij})$，这就意味着，该神经元对应像素的亮度强度从 N_{ij} 提升到 $S_{ij}(1+\beta L_{ij})$。因此，当

$$S_{ij}(1+\beta L_{ij})\geqslant E_{ij}(k) \tag{5.2.2}$$

时，神经元 N_{ij} 在时刻 k 提前点火，称神经元 N_{ij} 被神经元 S_{ij} 捕获。式(5.2.2)表明，当 β 越大、耦合连接域 $(1+\beta L_{ij})$ 越大，同步点火的神经元就越多，且在确定的 β 和 L_{ij} 下，各神经元间对应的亮度强度差越小就越容易被捕获。所以，存在耦合连接的PCNN运行机理是：以相似性集群发射同步脉冲。这意味着，具有空间邻近、亮度值相似的神经元能够在同一时刻点火。因此，在耦合连接情况下，PCNN行为是将空间邻近和亮度强度相似集群的特征映射变为含有时间特性的点火图。

综上所述，PCNN的运行机理所表现出的是一个从给网络施加输入到神经元个体发放脉冲，到最终神经元集群发放同步脉冲的动态过程。

5.3 PCNN的特性

与传统神经网络相比，PCNN具有十分鲜明的特点。

5.3.1 变阈值特性

PCNN的变阈值函数使得各神经元能够动态发射脉冲。式(5.1.17)表明，变阈值函数随时间按指数规律衰减。根据式(5.1.16)，只有当神经元的内部行为 U 大于当前的阈值输出值时神经元才会点火。

5.3.2 捕获特性

式(5.1.16)表明，PCNN的捕获过程就是使低亮度强度的神经元提升至先点火的神经元所对应输入的亮度强度，与先点火的神经元同步点火，这样，先点火神经元通过捕获特性带动

其邻近神经元提前点火，以此实现神经元的同步发放。

5.3.3 动态特性

不是输入信号的加权和与阈值比较，而是输入信号与突触通道脉冲响应函数的卷积和与阈值比较；神经元的阈值是随时间动态变化的，其变化既与当前阈值有关，也与前一次神经元阈值的输出有关。

5.3.4 同步脉冲发放特性

在耦合连接的情况下，PCNN 每个神经元都与邻近神经元连接，当某个神经元点火时，其信号的一部分将会被送至其相邻的神经元上，从而导致相邻神经元灰度幅值上升，如果相邻神经元达到点火条件，就会提前点火，即产生相似性集群同步脉冲发放现象，这一性质对于图像平滑、分割、自动目标识别、融合等具有非常重要的应用意义。

总之，PCNN 较真实地模拟了哺乳动物视觉系统的工作原理，具有比传统的神经网络更优越的特性，并且运行时间相对较短，有利于实时显像。目前，其理论还处于发展阶段，是新一代神经网络的研究热点。

5.4 交叉皮层模型

PCNN 模型是在单一生物学模型的基础上演化而来的。在图像处理中，为了减小计算量，一般不必严格按照生物系统模型模拟处理。对于 PCNN 模型，计算量大多数来自神经元互连，为了减小计算量，一种方法是设 $M=K$（M 代表神经元之间的距离，K 代表像素两点间的欧氏距离），使计算量减半；另一种方法是减少神经元连接数，如果在神经元之间能够形成自动波通信，那么就建立了这样的最小系统。在图像处理中，发展起来的交叉皮层模型(intersecting cortical model，ICM)能使计算复杂度尽可能简化，同时保留脑皮层模型的有效性。ICM 是基于多种生物学模型的共有机理建立的数学模型。

ICM 包括两个耦合振荡器、少量的连接和一个非线性函数。该系统的描述方程为

$$F_{ij}[k+1]=fF_{ij}[k]+S_{ij}+W\mid Y\mid_{ij} \tag{5.4.1}$$

$$Y_{ij}[k+1]=\begin{cases}1, & F_{ij}[k+1]>E_{ij}[k]\\ 0, & \text{其他}\end{cases} \tag{5.4.2}$$

$$E_{ij}[k+1]=gE_{ij}[k]+hY_{ij}[k+1] \tag{5.4.3}$$

式中，参数 f 和 g 都小于 1.0，且为确保阈值最终能够小于神经元状态而产生脉冲发放，需要 $g<f$，h 的值很大，当神经元激发兴奋时阈值将突增，神经元之间的连接用 $\|\boldsymbol{W}\|$ 描述。

ICM 神经元在无耦合作用的情况下，即式(5.4.1)中没有起神经相互连接作用的卷积项，有

$$F_{ij}[k]=\left(F_{ij}[0]-\frac{S_{ij}}{1-f}\right)f^{k}+\frac{S_{ij}}{1-f} \tag{5.4.4}$$

神经元点火往往发生在反馈输入略大于动态门限时刻，即

$$F_{ij}[k]=F_{ij}[0]g^{k} \tag{5.4.5}$$

根据式(5.4.4)和式(5.4.5)，得到无耦合作用情况下 ICM 神经元变化曲线，如图 5.4 所示。

可见，ICM 神经元第 k 次点火时的迭代次数为

$$k_n = \log_g \frac{F[0]}{F[k_1]} + \sum_n \log_g \left(\frac{F[k_{n-1}] + h}{F[k_n]}\right) \tag{5.4.6}$$

当反馈输入项等于输入激励时，可由式(5.4.6)推导出 ICM 神经元近似点火周期为

$$T = \log_g (1 + h/S_{ij}) \tag{5.4.7}$$

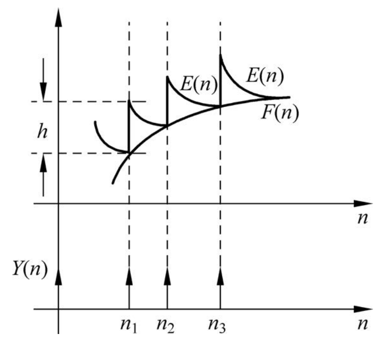


图 5.4 ICM 神经元的变化曲线

可见，ICM 神经元点火周期与输入激励的大小有关，输入激励越大，神经元越早点火。ICM 神经元的反馈输入 F 中的卷积项捕获该领域内的神经元同步发放脉冲。卷积核的调制可使具有相似性质的神经元相互影响而使其反馈输入项瞬间同步提高，从而同步发放脉冲会向四周传播。在一定的条件下，自动波传播到具有相同性质且位置邻近的区域。各神经元点火周期不同，在一段时期内，各神经元的动态门限按各自的周期衰减，在不同时刻发放脉冲，呈现出动态脉冲发放现象。同一时刻输出的脉冲簇反映了局部空间特性，不同时刻输出的脉冲簇和顺序反映了输入激励大小的整体时间特性，这就是 ICM 的综合时空特性。

5.5 贝叶斯连接域神经网络模型

与 Eckhorn 模型类似，贝叶斯连接域神经网络模型含有众多神经元，而神经元有两类输入：一类是馈接输入，另一类是连接输入，两类输入之间通过相乘进行耦合。与 Eckhorn 模型相比，贝叶斯模型在解决特征捆绑问题时，引入了噪声神经元模型的思想、贝叶斯方法和竞争机制。

5.5.1 带噪声的神经元发放方式

神经元的膜电位变化具有阈值特征，即当输入刺激超过某个阈值时，神经元会产生动作电位，发放输出脉冲。常见的 SRM(spike response model)模型、I&F(integrate-and-fire model)模型和 Eckhorn 连接域网络模型，都采用这种神经元的发放模式。

然而，在真实的神经系统中，存在的大量噪声增加了神经元建模的复杂度，同时也提高了神经元的编码能力。因此，研究人员将逃逸噪声模型引至神经元的计算模型中。在逃逸噪声模型中，神经元发放的不是线性阈值而是一个概率，不同的输入将改变神经元发放概率，这样就扩大了神经元的编码范围，即使神经元的输入没有达到原来确定(无噪声)模型中的阈值，由于噪声的作用，它仍然有一定的发放概率；通过对单个神经元的长时间统计或者对同构神经元群的(比如同一功能柱中的多个神经元)短时统计，可以确定神经元的输入刺激，从而用不同的输入可以改变神经元的发放概率。

5.5.2 神经元输入的贝叶斯耦合方式

图 5.5 显示了模型中一个神经元输入耦合方式。由于模型中神经元的输出是发放概率，所以输入的耦合实际上是各个传入神经元发放概率的耦合。现分析馈接输入的耦合方式与连接输入的耦合方式。

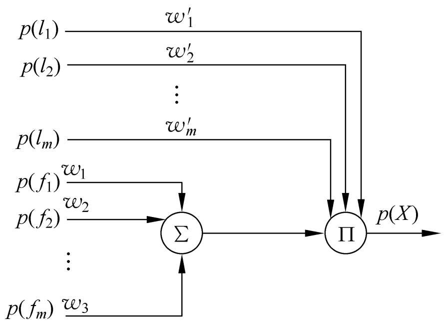


图 5.5 神经元输入耦合方式

1. 馈接输入的耦合方式

如果用一个神经元表征一个感知的对象，那么它的快捷输入就对应于它的具体特征或者各个组成部分，而连接输入则来自与它相关的其他对象。这样，当不考虑连接输入影响时，根据部分与整体的关系，得

$$p(X) = \sum_i w_i p(f_i) \tag{5.5.1}$$

式中，X 是需考查的目标神经元；f_i 是目标神经元的馈接突触前神经元；$p(\cdot)$是神经元的发放概率；w_i 为突触连接权。

这种馈接输入的耦合方式虽然来自从感知角度对馈接输入与当前神经元关系的理解和相应的概率规则，但是它恰好也与 Eckhorn 模型中的处理方式一致，因此也可以把这种处理方式理解为：所有的馈接输入都连接到细胞体房室；而单个房室中，分流机制被表现为输入之间的加性耦合。

2. 连接输入的耦合方式

假设各个连接输入相互独立，并且各个连接输入在 X 已知条件下也相互独立，即

$$p(l_n \mid l_1,\cdots,l_{n-1},l_{n+1},\cdots,l_N) = p(l_1),\quad n=1,2,\cdots,N \tag{5.5.2}$$

$$p(l_n \mid X,l_1,\cdots,l_{n-1},l_{n+1},\cdots,l_N) = p(l_n \mid X),\quad n=1,2,\cdots,N \tag{5.5.3}$$

式中，X 是需考查的目标神经元；l_i 是目标神经元的连接突触前神经元；$p(\cdot)$是神经元的发放概率。

根据贝叶斯定理和式(5.5.2)及式(5.5.3)，得

$$p(X \mid l_1,l_2,\cdots) = p(X)\cdot\prod_f \frac{p(l_j \mid X)}{p(l_j)} = p(X)\cdot\prod_f w_j \tag{5.5.4}$$

令 $w'_i = p(l_j \mid X)/p(l_j)$代表连接突触的连接权重，由式(5.5.2)和式(5.5.4)，得

$$\hat{p}(X) = p(X \mid l_1,l_2,\cdots,l_N)p(l_1,l_2,\cdots,l_N) = p(X)\cdot\prod_j w'_j p(l_j) \tag{5.5.5}$$

式中，$p(X)$是 X 根据馈接信息得到的先验概率；$\hat{p}(X)$是 X 收到信息 l_j 后的后验概率。

式(5.5.1)与式(5.5.5)表明，在模型中馈接输入之间的耦合是加性的，馈接输入与连接输入之间的耦合是乘性的；而连接输入之间的耦合也是乘性的，这是由独立性和贝叶斯定理所决定的。实际上，也可以把模型中的神经元视为包含多个空间紧邻的树突的房室模型（如图 5.6 所示），胞体房室接收馈接输入，每个树突房室接收各自的连接输入。空间紧邻的树突收到突触前神经元输入的耦合十分复杂，包含大量各种输入组合的乘性耦合成分，在这里利用式(5.5.2)和式(5.5.3)进行简化就相当于省略了输入耦合中的常数项、线性项和低阶乘性耦合成分，只保留了最高阶的输入乘性耦合。

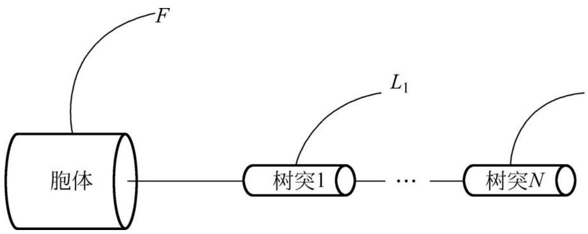


图 5.6 贝叶斯连接域网络模型中神经元房室模型示意图
（模型中包含 1 个胞体房室和 N 个空间紧邻的树突房室）

此外，模型的突触连接权（式(5.5.1)、式(5.5.5)中的 w_i 和 w_j'）不再是人工设定，而是由突触前后神经元的统计相关性所确定，这与赫布(Hebb)学习理论相一致。它既有良好的神经生理基础，又使模型具有可学习性，它虽然可以通过增加训练实例改善性能，但是它不像 PCNN 模型那样不需要训练就可以直接使用。

5.5.3 神经元之间的竞争关系

很多证据表明，大脑的神经活动中存在大量的竞争机制。例如，在视网膜细胞之间存在竞争，在大脑皮层的各个区域之间也存在广泛的竞争关系。所谓竞争关系是指当两个神经元 X_1,X_2 的馈接突触前神经元分别为 F_1,F_2 时，则当且仅当至少满足下列两条之一时，X_1 与 X_2 之间存在竞争关系：

(1) $F_1 \cap F_1 \neq \varnothing$；

(2) 存在 $f_1 \in F_1, f_2 \in F_2$，f_1 和 f_2 存在竞争关系。

例如，在图 5.7 中 X_1 的突触前神经元为 N_1 和 N_2，X_2 的突触前神经元为 N_2 和 N_3，由于 X_1 和 X_2 有共同的突触前神经元 N_2，所以 X_1 和 X_2 之间存在竞争关系；对神经元 A_1 和 A_2，虽然它们没有共同的突触前神经元，但是由于 X_1 和 X_2 之间存在竞争关系，因而 A_1 和 A_2 之间也存在着竞争关系。

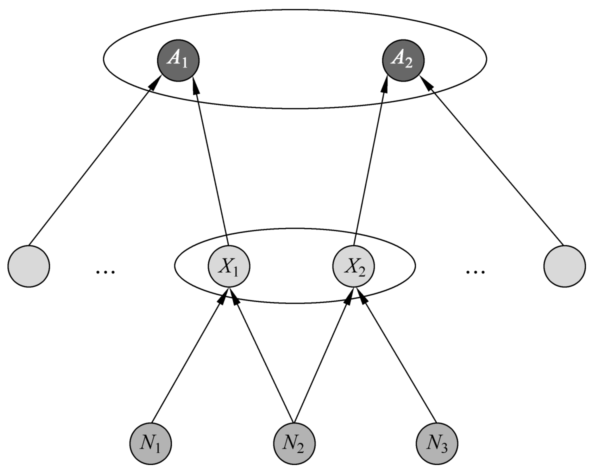


图 5.7 竞争关系

对于竞争关系的实现，可采用归一化发放概率方法。该方法思想如下：

设 $X_1,X_2,\cdots,X_M$ 是一组两两存在竞争关系的神经元，$p_{\text{before}}(X_i)$ 是它们竞争前的发放概率，则它们经过竞争之后的发放概率为

$$p_{\text{after}}(X_i)=\frac{p_{\text{before}}(X_i)}{\sum_{j=1}^{m}p_{\text{before}}(X_j)} \tag{5.5.6}$$

贝叶斯连接域网络模型特点如下：

（1）采用噪声神经元模型，即每个神经元的输入和输出都是发放概率，而不是脉冲值。

（2）每个神经元都包含馈接输入和连接输入，神经元按照式(5.5.1)和式(5.5.3)对输入进行非线性处理。

（3）神经元之间的连接权值通过学习得到，且反映了它们之间的统计相关性。

（4）神经元的输出除了受输入的影响，还受到竞争的制约，由式(5.5.6)实现。

5.6 案例3：基于PCNN和图像熵的各向异性扩散模型

为了能更好地兼顾图像噪声的去除和图像边缘、纹理等重要信息的保护，本节提出了一种基于PCNN和图像熵的各向异性扩散模型。与传统的各种去噪模型相比，该模型能在去除噪声的同时保持图像的清晰边缘等重要信息。

5.6.1 各向异性扩散模型

1. PM模型

Perona和Malik提出了各向异性扩散模型Perona-Malik(PM)模型。PM模型将图像边缘检测与图像滤波相结合，即

$$\begin{cases}\dfrac{\partial I(x,y,t)}{\partial t}=\operatorname{div}[g(|\nabla I(x,y,t)|)\nabla I(x,y,t)]\\ I(x,y,0)=I_0(x,y)\end{cases} \tag{5.6.1}$$

式中，div与∇分别为散度算子和梯度算子；$I(x,y,0)$为原始图像；$I(x,y,t)$为t时刻的平滑图像；$g(\cdot)$是依赖于图像梯度模值的单调递减的扩散函数。

由PM模型梯度$\|\nabla I\|$的大小来检测图像的某一区域是均匀区域还是边缘。在PM模型中，有两个有效的扩散函数，分别定义为

$$g(|\nabla I|)=\frac{1}{1+\left(\frac{|\nabla I|}{k}\right)^2} \tag{5.6.2}$$

$$g(|\nabla I|)=\exp\left(-\left(\frac{|\nabla I|}{k}\right)^2\right) \tag{5.6.3}$$

式中，扩散函数$g(|\nabla I|)$是单调递减的，k值的大小控制着扩散强度。当$k<|\nabla I|$时，PM模型能够去除噪声并增强边缘；当$k\geqslant|\nabla I|$时，去除噪声并保留边缘。

2. ROF模型

ROF模型是由Rudin、Osuer和Fatemi提出的一种经典去噪模型。该模型认为含噪声图像的总变分大于无噪声图像的总变分，因此能构造一个能量泛函并转化为偏微分方程来求解。ROF模型的能量泛函为

$$E(I)=\int|\nabla I|\,\mathrm{d}\Omega+\lambda\int|I-I_0|^2\,\mathrm{d}\Omega \tag{5.6.4}$$

式中，I_0为原始图像；I为变化中的灰度图像；∇I为图像像素的梯度；λ为拉格朗日算子，其欧拉-拉格朗日方程为

$$\lambda(I-I_0)-\mathrm{div}\left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|}\right)=0 \tag{5.6.5}$$

用梯度下降法解式(5.6.5)，得 ROF 模型为

$$\frac{\partial I}{\partial t}=\mathrm{div}\left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|}\right)-\lambda(I-I_0) \tag{5.6.6}$$

ROF 模型实质是各向异性扩散，它能在去噪的同时保持图像的边缘。但该模型有时会将噪声当成边缘，从而使恢复的图像产生假边缘。

3. 各向异性扩散的双重功能

在 PM 模型中，可根据各向异性扩散的行为对各向异性扩散具体分析。在一维情况下时，PM 模型的简化方程为

$$\begin{aligned}\frac{\partial I}{\partial t}&=\frac{\partial}{\partial x}[g(|I_x|)I_x]=g'\frac{I_xI_{xx}}{\sqrt{I_x^2}}I_x+g(|I_x|)I_{xx}\\&=g'|I_x|+g(|I_x|)I_{xx}=\phi'(|I_x|)I_{xx}\end{aligned} \tag{5.6.7}$$

式中，

$$\phi(r)=rg(r) \tag{5.6.8}$$

称为影响函数。当 g 的选取形式为

$$g(r)=\frac{1}{1+\left(\frac{r}{K}\right)^p} \tag{5.6.9}$$

则

$$\phi(r)=\frac{r}{1+\left(\frac{r}{K}\right)^p},\quad \phi'(r)=\frac{1-(p-1)\left(\frac{r}{K}\right)^p}{\left[1+\left(\frac{r}{K}\right)^p\right]^2} \tag{5.6.10}$$

式中，$p=1,2$。$p=1$ 和 $p=2$ 的曲线图分别如图 5.8(a)与图 5.8(b)所示。

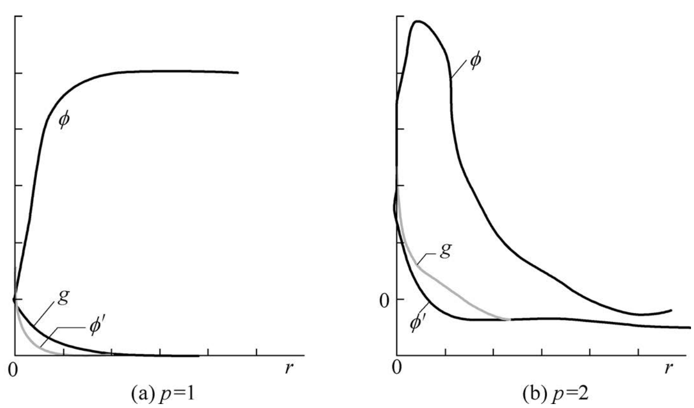


图 5.8　边缘函数

图 5.8 中，当 $p=1$ 时，ϕ'是正值且单调递减，即从最大值 1 变为 0，因此，式(5.6.7)是正向扩散。当 $p=2$ 时，有

$$\begin{cases}\phi'\geqslant 0, & 0\leqslant r\leqslant K\\ \phi'<0, & r>K\end{cases} \tag{5.6.11}$$

在图像的平坦区域，有$|\nabla I|<K$，则式(5.6.7)为正向扩散；在图像的边缘区域，有$|\nabla I|>K$，则

式(5.6.7)为反向扩散,图像边缘会发生锐化。可见,在PM模型中,各向异性扩散与所采用的边缘函数有密切关系。

在二维情况时,设局部坐标为(η,ξ),其中$\boldsymbol{\eta}$为平行于图像梯度∇I的单位向量,则

$$\boldsymbol{\eta}=\frac{\nabla I}{|\nabla I|}=(\cos\theta,\sin\theta) \tag{5.6.12}$$

令$\boldsymbol{\xi}$也是单位向量,表示关于图像水平集的切向量,即

$$\boldsymbol{\xi}=(-\sin\theta,\cos\theta) \tag{5.6.13}$$

在局部坐标系中,有

$$\frac{\partial I}{\partial \boldsymbol{\xi}}=0,\quad \frac{\partial I}{\partial \boldsymbol{\eta}}\geqslant 0 \tag{5.6.14}$$

故

$$|\nabla I|=\sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right)^2}=\frac{\partial I}{\partial \boldsymbol{\eta}} \tag{5.6.15}$$

则

$$\frac{\partial |\nabla I|}{\partial \boldsymbol{\eta}}=\frac{\partial^2 I}{\partial \boldsymbol{\eta}^2} \tag{5.6.16}$$

因此,PM模型可化简为

$$\begin{aligned}\frac{\partial I}{\partial t}&=\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\xi}}\left[g(|\nabla I|)\frac{\partial I}{\partial \boldsymbol{\xi}}\right]+\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}}\left[g(|\nabla I|)\frac{\partial I}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right]\\&=g(|\nabla I|)\frac{\partial^2 I}{\partial \boldsymbol{\xi}^2}+g'(|\nabla I|)\frac{\partial|\nabla I|}{\partial \boldsymbol{\eta}}\frac{\partial I}{\partial \boldsymbol{\eta}}+\\&\quad g(|\nabla I|)\frac{\partial^2 I}{\partial \boldsymbol{\eta}^2}+g'(|\nabla I|)\frac{\partial|\nabla I|}{\partial \boldsymbol{\eta}}\frac{\partial I}{\partial \boldsymbol{\eta}}\\&=g(|\nabla I|)I_{\xi\xi}+[g(|\nabla I|)+g'(|\nabla I|)|\nabla I|]I_{\eta\eta}\\&=g(|\nabla I|)I_{\xi\xi}+\phi'|\nabla I|I_{\eta\eta}\end{aligned} \tag{5.6.17}$$

式(5.6.17)表明,当沿着$\boldsymbol{\xi}$方向时,$g>0$,正向扩散;而当$|\nabla I|$非常大时,$g(|\nabla I|)$基本趋于0,扩散基本处于停止状态。当沿着$\boldsymbol{\eta}$方向时,扩散方向由$\phi'|\nabla I|$决定,可正可负。

综上所述,适当选取边缘函数g,各向异性扩散能自适应地实现图像平滑和图像锐化的双重功能。

4. 各向异性扩散的病态性质

在各向异性扩散中,PM模型具有非常大的影响力,但PM模型的初值问题是病态的,现定义一个能量泛函为

$$E(I)=\int_{\Omega}\rho(|\nabla I|)\mathrm{d}\Omega \tag{5.6.18}$$

式中,$\rho(\cdot)$是一个非负函数,且$\rho(0)=0$,通过变分方法最小化式(5.6.18),得梯度下降法求解方程为

$$\frac{\partial I}{\partial t}=\mathrm{div}\left[\rho'(|\nabla I|)\frac{\nabla I}{|\nabla I|}\right] \tag{5.6.19}$$

设

$$g(|\nabla I|)=\frac{\rho'\nabla I}{|\nabla I|} \tag{5.6.20}$$

则式(5.6.19)与PM模型基本一致，故PM模型也可视为能量泛函式(5.6.18)是用梯度下降法求得的，其边缘函数按照式(5.6.20)由式(5.6.18)中的ρ确定。与式(5.6.10)比较，函数$\rho(\cdot)$的导数为

$$\rho' = \phi(r) \tag{5.6.21}$$

假定图像$I(x,y)$是一张分片图像和常数图像，那么在图像的每个分片内式(5.6.18)的积分为零。而在每个分片的边界上，由于图像的灰度值发生了阶跃变化，它对$E(I)$的贡献为$\rho'(\infty)|J|$，其中，J为阶跃幅度。由此可见，如果$\rho'(\infty)=0$，那么这类边界积分也为零。所以，任何一张分片常数图像都使$E(I)$达到全局最小值零。然而，在图像空间中，分片常数图像处处稠密，如果$\rho'(\infty)=0$，则两幅在初始时刻非常相似的图像经过PM模型处理后，也许会得到非常不同的结果，即在$\rho'(\infty)=0$时，初始条件不会使PM模型的稳态解产生连续依赖性。在此种情况下，PM模型不稳定。所以，PM模型给出的初始值是病态的。若$\rho'(\infty)\neq 0$时，则

$$\lim_{r\to\infty}\phi(r) = \lim_{r\to\infty} g(r)r \neq 0 \tag{5.6.22}$$

这时$E(I)$具有唯一的全局极小值，此时

$$I(x,y) = 常数, \quad E(I) = 0 \tag{5.6.23}$$

综上所述，若扩散过程满足边界条件且整个扩散的“杂质”总量是恒定的，则式(5.6.23)中$I(x,y)$为常数，即为初始图像的平均灰度。这时，PM模型的初边界问题是设定的。因此，PM模型有适应性的必要条件。

综上，采用各向异性扩散模型进行图像去噪，符合的两个条件如下：

(1) 平滑量强度的控制。在图像边缘纹理区域时，平滑量强度应该尽可能小甚至不平滑；当在图像平坦区域时，平滑量强度应尽可能大甚至最大；

(2) 平滑量方向的控制。当沿着图像特征方向时，扩散量要大甚至最大；当穿越图像特征时，扩散量要小甚至不平滑。

5.6.2 IEAD模型

各向异性扩散模型(image entropy anisotropic diffusion model，IEAD)是将图像熵作为边缘检测算子引入PM模型中，提出的一种基于图像熵的各向异性扩散滤波模型，避免了由于均值和方差等统计量估计带来的误差，其本质上是对PM模型的边缘检测算子做改进，基于图像熵得到的。IEAD为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial I}{\partial t} = \mathrm{div}(c(q_s)\,\nabla I) \\ I(t=0) = I_0 \end{cases} \tag{5.6.24}$$

式中，I_0为原始图像；I为变化中的灰度图像；$c(q_s)$为扩散系数；q_s为边缘检测算子，且

$$c(q_s) = \frac{1}{\sqrt{1+(q_s-q_0)^2}} \tag{5.6.25}$$

$$q_s = -\sum_{t\in\eta_s} p_{s,t}\log p_{s,t} \tag{5.6.26}$$

$$q_0 = \mathrm{mean}(H) \tag{5.6.27}$$

$$H = -p_i \log p_i \tag{5.6.28}$$

式中，s表示当前像素点的位置；q_s表示位于点s的邻居像素点；$p_{s,t}$表示像素点t的灰度值在整个平滑窗口中的比例；q_0是阈值；H为图像熵；$i(i=0,1,2,\cdots,L-1)$是图像的灰度级；

$p(i)$是灰度级 i 出现的频率，即归一化直方图。

5.6.3 PCNN-IEAD 模型

大部分基于偏微分方程的 IEAD 均使用梯度信息进行边缘检测时，如果图像的边缘部分被噪声严重污染，该模型不一定能很好地检测出图像边缘。为了较完整地保留图像的区域信息，利用 PCNN 能使具有相似输入的神经元同时产生脉冲的性质对噪声图像进行处理，得到图像熵序列并将此作为边缘检测算子引入扩散方程中，不仅能克服仅由梯度作为边缘检测算子时易受噪声影响的弊端，而且能有效保护图像的重要信息。然后，用最小交叉熵准则搜索使去噪前后图像信息量之间的差异最小的阈值，设计最佳阈值控制扩散强度，建立基于 PCNN 与图像熵的 IEAD(PCNN-IEAD)。

1. 建立模型的过程

针对乘性噪声设计的 IEAD，抑制加性噪声效果一般，甚至会得到相反效果。将图像熵作为边缘检测算子虽然可以克服在不同灰度值水平的同质区域内相同的噪声起伏引起梯度值差异较大的缺点，也可以更好地反映图像的灰度值变化，但是在强噪声的情况下，该模型仍不能完整保留图像区域的信息。

由于 PCNN 能使具有相似输入的神经元同时产生脉冲，所以 PCNN 能有效克服幅度微小变化造成的影响和保护图像的重要信息。因此，用 PCNN 对噪声图像进行处理，首先，对加噪图像进行读取并对该图像像素矩阵并行逐行扫描。然后，用连接矩阵和加权系数相互之间的关系式进行计算，得到每个像素的内部活动项 $U_{ij}(k)$；当 $U_{ij}(k)$大于动态门限 $E_{ij}(k)$时，PCNN 产生时序脉冲系列 $Y_{ij}(k)$(标记矩阵中的值为 1)；每遍扫描结束后，计算 $Y_{ij}(k)$的信息熵，经过若干次扫描后，对应的输出为熵序列 E_k。由 PCNN 对噪声图像进行处理，所有的操作仅仅是对受噪声污染的像素点进行处理，并没有考虑其他像素点，所以能较完整地保留图像区域的信息，故将熵序列 E_k 作为另一个检测算子与图像梯度∇I 共同进行边缘检测。这时，扩散系数修改为

$$g(\nabla I, E_k) = \frac{1}{1 + | G_\sigma \nabla I + E_k | b} \tag{5.6.29}$$

此时，PCNN-IEAD 为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial I}{\partial t} = \mathrm{div}(g(\nabla I, E_k)\nabla I) \\ I(x, y, 0) = I_0 \end{cases} \tag{5.6.30}$$

式中，$G_\sigma(x,y) = \dfrac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\dfrac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$为高斯核函数；$\sigma$ 为尺度函数；b 为阈值。阈值 b 通常情况下为常数，可以控制整个扩散过程中的扩散强度。交叉熵是度量两个概率分布之间信息量差异的凸函数，按交叉熵最小准则，是去搜索去噪前后图像信息量差异最小的阈值。

已知概率分布 $\boldsymbol{P} = \{p_1, p_2, \cdots, p_N\}$和 $\boldsymbol{Q} = \{q_1, q_2, \cdots, q_N\}$，现用交叉熵来度量它们之间信息量的差异，其对称形式为

$$D(\boldsymbol{P}:\boldsymbol{Q}) = \sum_{i=1}^{N} p_i \ln \frac{p_i}{q_i} + \sum_{i=1}^{N} q_i \ln \frac{q_i}{p_i} \tag{5.6.31}$$

为了计算扩散去噪阈值 T_{w}，先分别用 $\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{Q}$ 表示噪声图像和去噪图像，再分别计算目标之间的交叉熵和背景之间的交叉熵，把它们之和定义为噪声图像和去噪图像之间的交叉熵，即

$$D(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q}:T_{\mathrm{w}})=\sum_{f=0}^{\lfloor T_{\mathrm{w}}\rfloor}\left[f\times h(f)\times\ln\frac{f}{m_1(T_{\mathrm{w}})}+m_1(T_{\mathrm{w}})\times h(f)\times\ln\frac{m_1(T_{\mathrm{w}})}{f+\varepsilon}\right]+\sum_{f=\lfloor T_{\mathrm{w}}\rfloor+1}^{z}\left[f\times h(f)\times\ln\frac{f}{m_2(T_{\mathrm{w}})}+m_2(T_{\mathrm{w}})\times h(f)\times\ln\frac{m_2(T_{\mathrm{w}})}{f+\varepsilon}\right] \tag{5.6.32}$$

式中，$\varepsilon>0$ 是一个非常小的正数；T_{w} 为最初阈值，$\lfloor T_{\mathrm{w}}\rfloor$表示不大于 T_{w} 的最大整数；f 是图像灰度值；$h(f)$为图像的灰度统计直方图；z 为灰度上界；$m_1(T_{\mathrm{w}})$和 $m_2(T_{\mathrm{w}})$均为类内均值，分别代表该阈值下目标和背景的平均灰度。

$$m_1(T_{\mathrm{w}})=\frac{1}{\sum_{f=0}^{\lfloor T_{\mathrm{w}}\rfloor}h(f)}\sum_{f=0}^{\lfloor T_{\mathrm{w}}\rfloor}f\times h(f) \tag{5.6.33}$$

$$m_2(T_{\mathrm{w}})=\frac{1}{\sum_{f=\lfloor T_{\mathrm{w}}\rfloor+1}^{z}h(f)}\sum_{f=\lfloor T_{\mathrm{w}}\rfloor+1}^{\lfloor T_{\mathrm{w}}\rfloor}f\times h(f) \tag{5.6.34}$$

在计算中，z 对式(5.6.33)进行归一化处理，则式(5.6.33)是基于某一阈值 n 的噪声图像和去噪后图像之间的信息量差异度量结果，在图像灰度范围内搜索 T_{w} 值，则式(5.6.33)可以得到最小值 n，即所需要的最佳去噪阈值。

基于 PCNN 和图像熵改进的各向异性扩散滤波架构如下：

步骤 1：用 PCNN 模型处理加噪图像，并计算边缘检测算子 E_k。

步骤 2：阈值寻优，计算最佳去噪阈值 $T_{\mathrm{w-opt}}$。

① 初始化阈值 $T_{\mathrm{w}}(k+1)=\mathrm{e}^{-t}T_{\mathrm{w}}(k)$，$t$ 为阈值衰减时间，设为 0.1，k 为迭代次数；

② 按式(5.6.33)和式(5.6.34)计算目标的平均灰度和背景的平均灰度：

计算 $D_1=\sum_{f=0}^{\lfloor T_{\mathrm{w}}\rfloor}\left[f\times h(f)\times\ln\frac{f}{m_1(T_{\mathrm{w}})}+m_1(T_{\mathrm{w}})\times h(f)\times\ln\frac{m_1(T_{\mathrm{w}})}{f+\varepsilon}\right]$，得到目标交叉熵；

计算 $D_2=\sum_{f=\lfloor T_{\mathrm{w}}\rfloor+1}^{z}\left[f\times h(f)\times\ln\frac{f}{m_2(T_{\mathrm{w}})}+m_2(T_{\mathrm{w}})\times h(f)\times\ln\frac{m_2(T_{\mathrm{w}})}{f+\varepsilon}\right]$，得到背景交叉熵；

③ 将步骤②中的 D_1 和 D_2 代入式(5.6.32)中，得到整幅图的交叉熵，即 $D(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q}:T_{\mathrm{w}})=D_1+D_2$；

④ 计算最小交叉熵 $D_{\min}=\min(D(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q}:T_{\mathrm{w}}))$，$\min(\cdot)$为取最小值运算，此时将 $D_{\min}$ 对应的迭代次数代入步骤①中，得到最佳阈值 $T_{\mathrm{w-opt}}$。

步骤 3：按照上面两个步骤计算出的边缘检测算子 E_k 和最佳去噪阈值 $T_{\mathrm{w-opt}}$，由式(5.6.31)进行处理，得到去噪图像。

2. 模型的 AOS 数值算法

用加性算子分裂算法(AOS 算法)求式(5.6.30)的解，其简化过程如下：

用一维矩阵向量表示时，其迭代公式为

$$I(k+1)=[I-2\Delta tA(I(k))]^{-1}I(k) \tag{5.6.35}$$

式中，Δt 是时间步长；$A(I(k))=a_{ij}(I(k))$，且

$$a_{ij}(I(k))=\begin{cases}\dfrac{\gamma_i(k)+\gamma_j(k)}{2h^2}, & j\in\mathbb{N}\\ -\sum\limits_{k\in N_i}\dfrac{\gamma_i(k)+\gamma_j(k)}{2h^2}, & j=i\\ 0, & \text{其他}\end{cases} \tag{5.6.36}$$

式中，$\gamma_i=g_i(\nabla I,E_k)$；$\mathbb{N}$ 是自然数集；h 是离散化步长。以此类推，当用 k 维向量表示时，其迭代公式为

$$I(k+1)=\left[I-2\Delta t\sum_{l=1}^{k}A_i(I(k))\right]^{-1}I(k) \tag{5.6.37}$$

式中，矩阵 $\boldsymbol{A}_l=(a_{ijl})_{ij}$ 对应 l 方向的坐标轴。

（1）当 $i=1,2,\cdots,N$ 时，计算 $(I-2\Delta tA_{x,i}(k))$ 的三个对角线上元素：$(\alpha_n^{(i)},n=1,2,\cdots,N)$，$(\beta_n^{(i)},n=1,2,\cdots,N-1)$，$(\gamma_n^{(i)},n=2,3,\cdots,N)$，并采用追赶法求解 $(I-2\Delta tA_{x,i}(k))I_{1i}(k+1)=I_{1i}(k)$，得 $I_1(k+1)$。

（2）当 $j=1,2,\cdots,M$ 时，同样计算 $(I-2\Delta tA_{y,j}(k))$ 的三个对角线上元素，并采用追赶法求解 $(I-2\Delta tA_{y,j}(k))I_{2j}(k+1)=I_{2j}(k)$，得 $I_2(k+1)$。

（3）计算 $I(k+1)=\dfrac{1}{2}(I_1(k+1)+I_2(k+1))$，这样便完成了一次迭代，按照上述过程计算，便得到较理想图像。

5.6.4 仿真实验与结果分析

为了比较不同模型的去噪效果，以均方差（mean square error，MSE）、峰值信噪比（peak signal-to-noise ratio，PSNR）和清晰度作为质量评价指标，它们的定义分别为

$$\mathrm{MSE}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{W}\sum\limits_{j=1}^{H}[\hat{I}(i,j)-I_0(i,j)]^2}{W\times H} \tag{5.6.38}$$

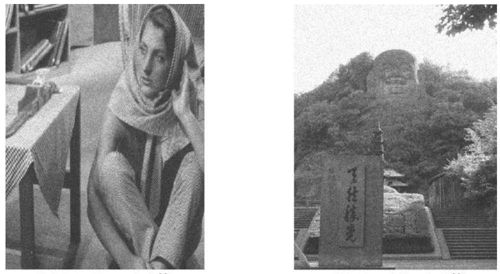
$$\mathrm{PSNR}=10\lg\left(\frac{255^2}{\mathrm{MSE}}\right) \tag{5.6.39}$$

$$\begin{aligned}\text{Definition}=\frac{1}{W\times H}\sum_{i=1}^{W}\sum_{j=1}^{H}[(\hat{I}(i,j)-\hat{I}(i-1,j))^2+\\(\hat{I}(i,j)-\hat{I}(i,j-1))^2]^{1/2}\end{aligned} \tag{5.6.40}$$

图像的分辨率为 $W\times H$，用于加噪图像时，$\hat{I}$ 为加噪图像；用于各模型处理后图像时，$\hat{I}$ 为各模型处理后的图像；$\hat{I}_0$ 均为原始图像，即 $\hat{I}$ 和 $\hat{I}_0$ 为用于比较的两幅图像，$\hat{I}(i,j)-\hat{I}(i-1,j)$ 与 $\hat{I}(i,j)-\hat{I}(i,j-1)$ 分别为 $\hat{I}$ 沿 x 和 y 方向的差分，MSE 越小越好、PSNR 越大越好，清晰度反映图像的细节反差和纹理特征，其值越大越好。

现分别对自然图像 Barbara（600×600）和真实图像 Buddha（600×600）加方差为 20 的加性高斯随机噪声进行实验，如图 5.9 所示。并与正则化 PM 模型、ROF 模型和 IEAD 模型进行比较。对 Barbara 图像分别采用 PM 模型、ROF 模型和 IEAD 模型进行平滑。其中，时间步长（Δt）均为 5、迭代次数均为 7、PM 模型的扩散系数取式（5.6.17），阈值取 10；ROF 模型 $\lambda=0.02$；IEAD 模型窗口大小为 5×5。PCNN-IEAD 模型中，$\boldsymbol{w}=[0.51\ 0.5;\ 101;\ 0.51\ 0.5]$，

$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{w}$,$F=Y$,$L=Y$,$U=Y$,$E=Y$,$\alpha_{\mathrm{L}}=1.0$,$\alpha_{\mathrm{E}}=1.0$,$\alpha_{\mathrm{F}}=0.1$,$V_{\mathrm{F}}=0.5$,$V_{\mathrm{L}}=0.2$,$V_{\mathrm{E}}=20$,$\beta=0.1$。平滑结果如图 5.10 所示；评价指标如表 5.1 所示。图 5.11 是 Barbara 图像局部放大效果。为了更好地显示滤波前后图像边缘纹理等细节信息情况，采用 Canny 算子对各种模型滤波结果进行边缘检测，如图 5.12 所示。

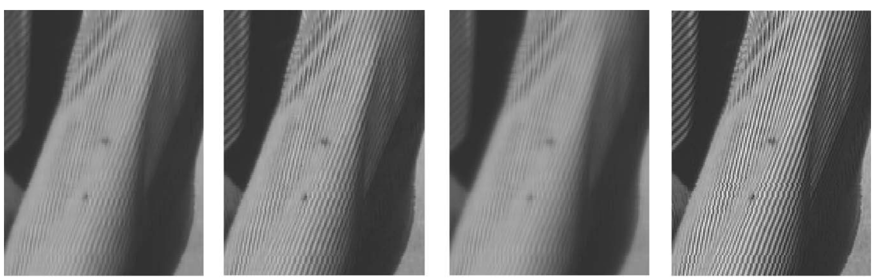


(a) Barbara图像　(b) Buddha图像

图 5.9　用于数值实验的加噪图像

(a) PM模型　(b) ROF模型　(c) IEAD模型　(d) PCNN-IEAD模型

图 5.10　各模型平滑后的 Barbara 图像



(a) PM模型　(b) ROF模型　(c) IEAD模型　(d) PCNN-IEAD模型

图 5.11　各模型平滑后局部放大的 Barbara 图像

(a) PM模型　(b) ROF模型　(c) IEAD模型　(d) PCNN-IEAD模型

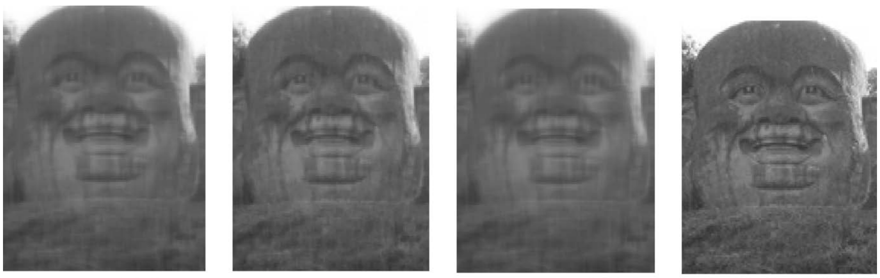
图 5.12　各模型平滑后边缘提取图像的 Barbara 图像

现开展真实图像 Buddha 4 个模型滤波实验，以进一步观察各模型对图像的处理效果。参数设置与 Barbara 图像的参数设置相同。滤波结果如图 5.13 所示；评价指标如表 5.1 所示。

为了更好地显示各模型的滤波效果，对图像的脸部进行局部放大，结果如图 5.14 所示。采用 Canny 算子对各种模型滤波结果进行边缘检测的结果如图 5.15 所示。

(a) PM模型　(b) ROF模型　(c) IEAD模型　(d) PCNN-IEAD模型

图 5.13　各模型平滑后的 Buddha 图像



(a) PM模型　(b) ROF模型　(c) IEAD模型　(d) PCNN-IEAD模型

图 5.14　各模型平滑后局部放大的 Buddha 图像

(a) PM模型　(b) ROF模型　(c) IEAD模型　(d) PCNN-IEAD模型

图 5.15　各模型平滑后边缘提取图像的 Buddha 图像

表 5.1　各图像使用不同去噪模型的 MSE、PSNR 与清晰度比较

图像	项目	加噪图像	PM 模型	ROF 模型	IEAD 模型	PCNN-IEAD 模型
Barbara	MSE	396.8103	74.7408	29.0986	112.9350	3.0556×10^{-5}
	PSNR	22.1450	29.3952	33.4921	27.6025	93.2799
	清晰度	2.3802	87.6246	106.2456	76.7356	132.2020
Buddha	MSE	352.4852	62.8808	28.6591	94.6936	8.333×10^{-6}
	PSNR	22.6594	30.1456	33.5582	28.3676	98.9226
	清晰度	2.3129	84.1590	102.2251	74.8052	132.3889

图 5.10(a)和图 5.10(b)显示的整体可视效果，图 5.11(a)和图 5.11(b)显示的局部放大可视效果表明，PM 模型和 ROF 模型均具有一定的去噪性能，但图像较模糊；图 5.12(a)和图 5.12(b)表明，角点、尖峰、窄边缘和纹理等重要信息被去除，这是因为 PM 模型和 ROF 模型都是用梯度作为边缘检测算子来进行边缘检测的，容易受噪声的影响，所以图像细节被磨光。图 5.10(c)、图 5.13(c)和图 5.11(c)、图 5.14(c)表明，由于 IEAD 模型是针对乘性噪声设

计的，因此对加性噪声去噪效果一般，而且在强噪声情况下，也不能完整地保留图像区域的边缘信息。图 5.12(c)、图 5.15(c)表明，Barbara 图像中头巾、桌布和裤子和 Buddha 图像中树木、石碑等丢失了很多重要信息。图 5.11(d)、图 5.14(d)和图 5.12(d)、图 5.15(d)表明，PCNN-IEAD 模型处理后的图像可视效果最好。表 5.1 表明，PCNN-IEAD 模型的 MSE 最小，PSNR 和清晰度最高，与滤波图像的可视性保持一致。

此外，为了进一步验证 PCNN-IEAD 模型性能，以图像 PSNR 和结构相似度为评价指标，用不同方差的噪声进行实验，结果见图 5.16。图 5.16 表明，随着噪声方差的增大，PCNN-IEAD 模型处理后的图像清晰度一直在增强，并且清晰度最高，较完整地保留了图像区域的信息，这是因为 PCNN 能使具有相似输入的神经元同时产生脉冲，不仅能克服幅度上微小变化造成的影响，而且能较完整地保留图像的区域信息；使用图像熵作为边缘检测算子，克服了仅用梯度作为边缘检测算子的弊端，提高了边缘检测能力；采用最小交叉熵设计的最佳阈值来控制扩散强度，能有效去除图像的噪声和保护图像的边缘纹理等细节信息。

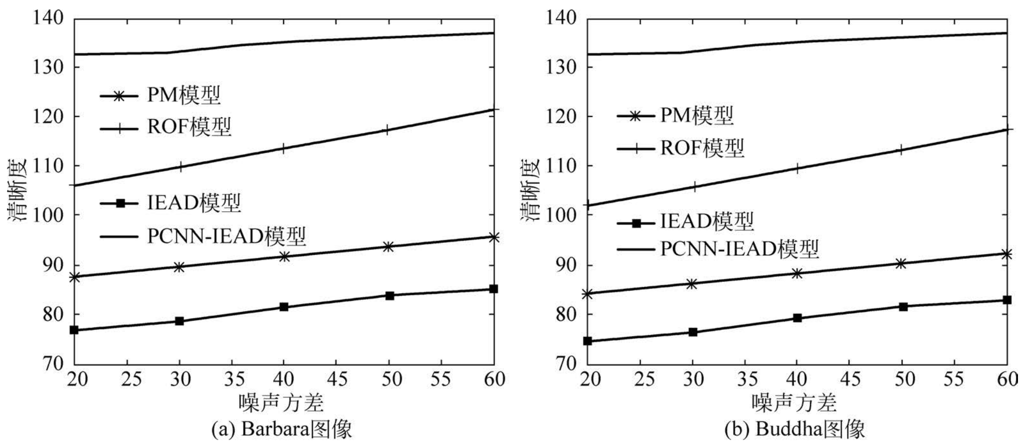


图 5.16 模型不同方差下的清晰度

各模型平滑图像的运行时间见图 5.17。图 5.17 表明，PCNN-IEAD 模型的运行时间虽然较经典的 PM 模型和 ROF 模型的运行时间慢，但较 IEAD 模型的运行时间快。一方面，是由于该模型充分利用 PCNN 计算图像熵序列，所有的操作仅对受噪声污染的像素点进行处理，而对其他的像素点不处理，大幅减少了运行时间；另一方面，由于采用 AOS 算法进行数值化分解，并用追赶法进行求解，进一步减少了运行时间。

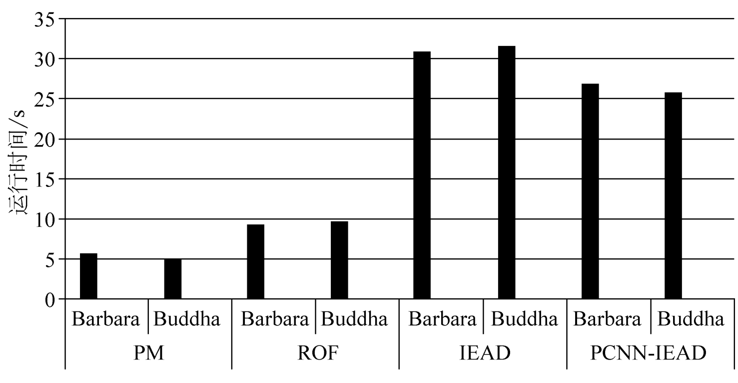


图 5.17 各模型平滑图像的运行时间