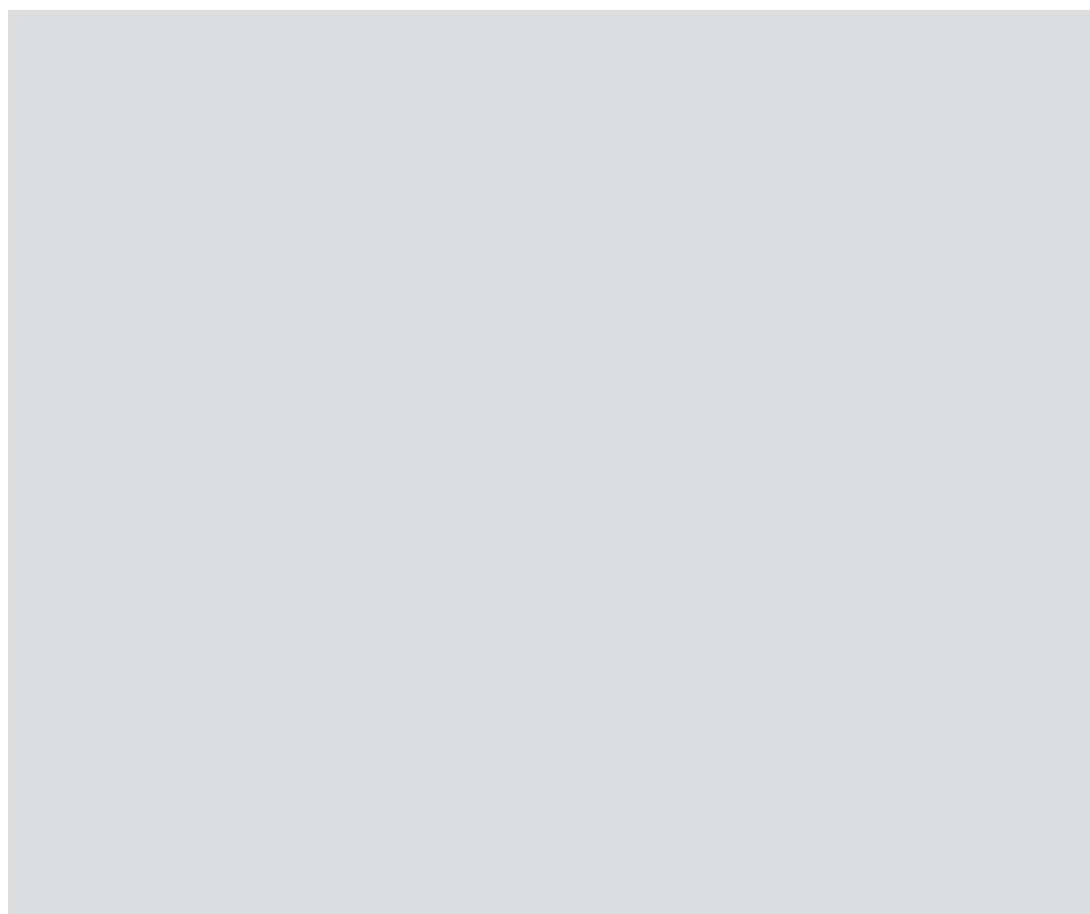
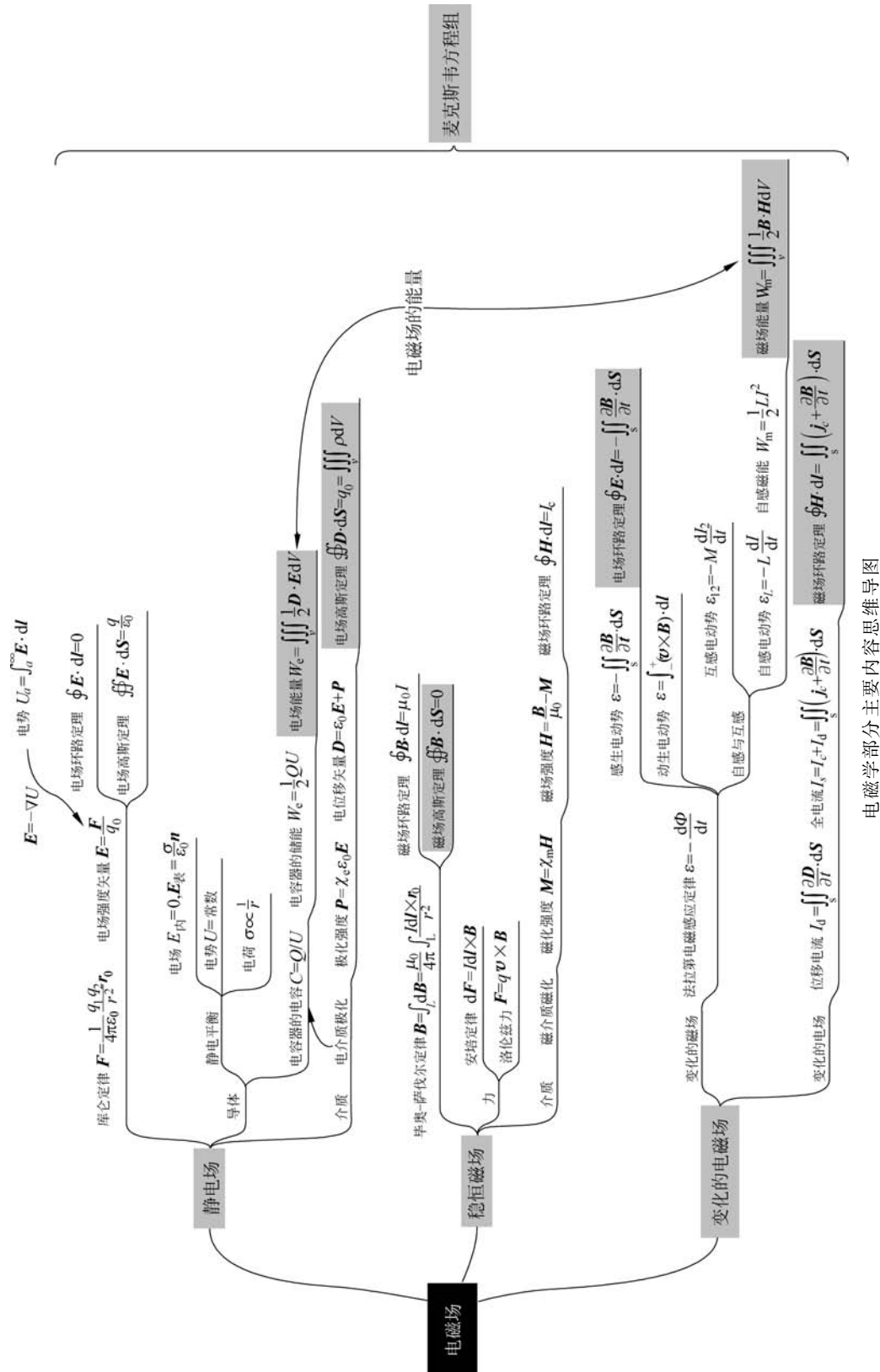


第三部分



电 磁 学





3.1 库仑定律、电场强度、电场强度叠加原理及其应用

(1) 库仑定律(实验定律,电磁场理论的基石):真空中两个静止点电荷之间作用力的大小和方向可表示为 $\mathbf{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{r}_0$ 。 ($k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}$, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$)

(2) 电场强度。①定义: $\mathbf{E} = \mathbf{F}/q$; ②单位: N/C 或 V/m ; ③ $\mathbf{E}$ 与 q 无关; ④场强叠加原理: 空间任一点的场强是空间所有电荷单独存在时在该点产生的场强的矢量和, 即 $\mathbf{E} = \sum_i \mathbf{E}_i$; ⑤与 $\mathbf{E}$ 对应的描述场的几何方法: 电力线。

(3) 电偶极子: 大小相等、符号相反, 彼此分开微小距离的两个点电荷系统。电偶极矩: $\mathbf{p} = q\mathbf{L}$, 方向由负电荷指向正电荷。

考点 1: 运用场叠加原理计算场强

注意: 计算电场强度是这部分的主要内容之一, 对形状不规则的连续带电体可以使用直接积分法计算场强:

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \int_Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \mathbf{r}_0$$

用矢量积分法求场强的一般步骤是:

(1) 建坐标, 取微元 dq : 将连续带电体分割成许多电荷元 dq , 注意分割不是任意的, 最好分割成场强分布已知的典型带电体, 如点电荷、圆环、直线等。

(2) 求 $d\mathbf{E}$: 由已知的点电荷或典型带电体场强公式写出 dq 的场强 $d\mathbf{E}$ 的大小, 在图上标出其方向。

(3) 写分量: 用正交分解法将 $d\mathbf{E}$ 分解为各坐标轴方向的分量。

(4) 算积分: 对 $d\mathbf{E}$ 的每个分量积分。注意运用对称性化简, 统一积分变量和正确确定积分限。

(5) 验结果: 对总电场强度 $\mathbf{E}$ 的大小和方向结果进行讨论。通常先检查量纲是否正确, 然后选特例, 看所得结果是否与已知结论吻合。

例 3.1.1: 有一均匀带电直线, 单位长度上的电量为 λ , 求离直线距离为 a 的 P 点处的场强。

解: 建立坐标轴, 取带点线的一段微元为研究对象, 其长度为 dx , 带电量为 λdx , 其场

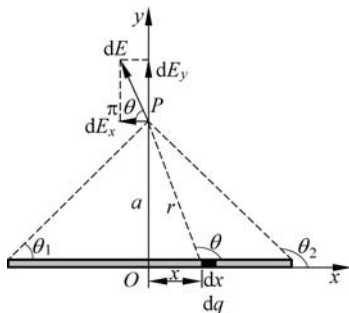


图 3.1.1

强为 $dE = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, 方向如图 3.1.1 所示。将其沿 x 、 y 方向分解, 可得

$$dE_x = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta, \quad dE_y = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin\theta \quad (1)$$

其中 r 、 θ 、 x 皆为变量, 需对其统一变量, 考虑 $r = a/\sin\theta$, $x = a \cot\theta \Rightarrow dx = -a d\theta/\sin^2\theta$, 代入①式, 可得

$$dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \cos\theta d\theta, \quad dE_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \sin\theta d\theta$$

积分可得

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

说明: 无限长均匀带电直线的场强($\theta_1=0, \theta_2=\pi$): $\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \mathbf{e}_r$ 。

练习 3.1.1: 在长度为 L 、带电量为 Q ($Q>0$) 的均匀带电细棒的延长线上, 距离细棒中心为 a 的 P 点处, 放置一个带电量为 q ($q>0$) 的点电荷, 求点电荷受到的静电力。

解: 如图 3.1.2 所示, 取电荷元 $dq = \lambda dx$,

它在 P 点的场强为

$$d\mathbf{E} = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 (a-x)^2} \mathbf{i}$$

整个带电直线在 P 点的场强为

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 (a-x)^2} \mathbf{i} = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 (a^2 - L^2/4)} \mathbf{i}$$

点电荷 q 在 P 点所受到的静电力为

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 (a^2 - L^2/4)} \mathbf{i}$$

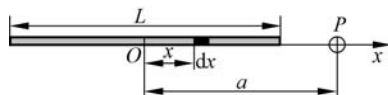


图 3.1.2

练习 3.1.2: 两根互相平行的长直导线, 相距为 a , 其上均匀带电, 电荷线密度分别为 $\lambda_1 = 2.0 \times 10^{-9} \text{ C/m}$ 和 λ_2 。则导线单位长度所受电场力的大小为 $F/L =$ _____。

答案: $\lambda_1 \lambda_2 / 2\pi\epsilon_0 a$ 。运用无限长均匀带电直线的场强公式计算。

练习 3.1.3: 如图 3.1.3 所示, 一“无限长”圆柱面, 其电荷面密度为 $\sigma = \sigma_0 \cos\phi$, 式中 ϕ 为半径 R 与 x 轴所夹的角, 试求圆柱轴线上一点的场强。

解: 将柱面分成许多与轴线平行的细长条, 每条可视为“无限长”均匀带电直线, 其电荷线密度为 $\lambda = \sigma_0 \cos\phi R d\phi$ 。它在 O 点产生的场强为

$$d\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma_0}{2\pi\epsilon_0} \cos\phi d\phi$$

如图 3.1.4 所示, 它沿 x 、 y 轴上的两个分量为

$$dE_x = -dE \cos\phi = -\frac{\sigma_0}{2\pi\epsilon_0} \cos^2\phi d\phi$$

$$dE_y = -dE \sin\phi = \frac{\sigma_0}{2\pi\epsilon_0} \sin\phi \cos\phi d\phi$$

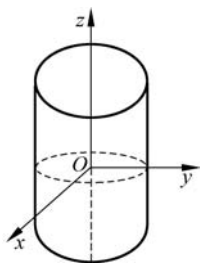


图 3.1.3

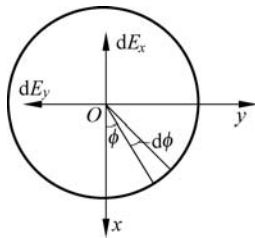


图 3.1.4

积分可得

$$E_x = \int_0^{2\pi} -\frac{\sigma_0}{2\pi\epsilon_0} \cos^2 \phi d\phi = -\frac{\sigma_0}{2\epsilon_0}$$

$$E_y = \int_0^{2\pi} \frac{\sigma_0}{2\pi\epsilon_0} \sin \phi \cos \phi d\phi = 0$$

故圆柱轴线上一点的场强为

$$\mathbf{E} = -\frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \mathbf{i}$$

例 3.1.2: 正电荷 q 均匀分布在半径为 R 的圆环上, 计算在环的轴线上任一点 P 的电场强度。

解: 如图 3.1.5 所示, 建立坐标轴, 取圆环上微元长度 dl 为研究对象。其带电量为 $dq = \lambda dl$, 其中 λ 为线密度, $\lambda = q/2\pi R$, $dq = q dl / 2\pi R$:

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \mathbf{e}_r$$

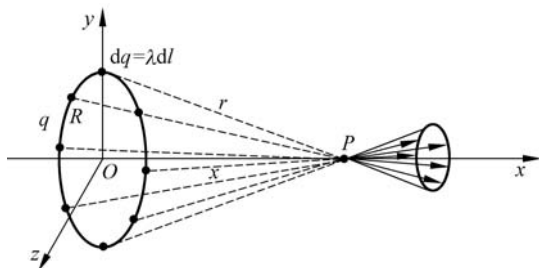


图 3.1.5

P 点的场强为圆环上各带电微元在此处的叠加。由对称性分析, 叠加后电场沿 x 方向,

$$E_x = \int_l dE_x = \int_l dE \cos \theta = \int \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{x}{r} = \int_0^{2\pi R} \frac{x \lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

练习 3.1.4: 求均匀带电半圆环圆心处的电场, 已知圆环半径为 R , 线密度是 λ 。

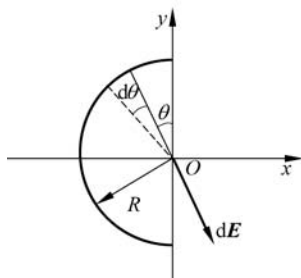


图 3.1.6

解: 如图 3.1.6 所示, 建立坐标轴, 取半圆环张角为 θ 的微元为研究对象。产生的场强方向如图所示, 大小为

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

由对称性分析可知, $E_y = 0$, 仅分析 x 方向分量:

$$E = \int dE_x = \int dE \sin \theta = \int_0^\pi \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \sin \theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

练习 3.1.5: 带电细圆环的半径为 R , 电荷线密度 $\lambda = \lambda_0 \cos \phi$ (λ_0 为常数), 求圆环中心处的电场强度。

解: 如图 3.1.7 所示, 在任意角 ϕ 处取微小电量电荷元: $dq = \lambda R d\phi = \lambda_0 \cos \phi R d\phi$, 在圆心 O 处的场强为 $dE = \frac{\lambda_0 \cos \phi d\phi}{4\pi\epsilon_0 R}$ 。

此电场的两个分量为

$$dE_x = -dE \cos\phi = -\frac{\lambda_0 \cos^2\phi d\phi}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$dE_y = dE \sin\phi = \frac{\lambda_0 \sin\phi \cos\phi d\phi}{4\pi\epsilon_0 R}$$

对各分量分别积分求圆心处的总场强:

$$E_y = \int dE_y = 0$$

$$E_x = \int_0^{2\pi} \frac{-\lambda_0 \cos^2\phi d\phi}{4\pi\epsilon_0 R} = -\frac{\lambda_0}{4\epsilon_0 R}$$

故 O 点的场强为

$$\mathbf{E} = -\frac{\lambda_0}{4\epsilon_0 R} \mathbf{i}$$

例 3.1.3: 有一半径为 R_0 , 电荷均匀分布的薄圆盘, 其电荷面密度为 σ , 求通过盘心且垂直盘面的轴线上任意一点处的电场强度。

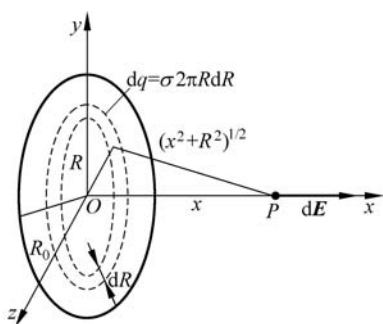


图 3.1.8

解: 如图 3.1.8 所示, 建立坐标轴, 取宽度为 dR 的圆环微元为研究对象。其面积为 $dS = 2\pi R dR$, 带电量为 $dq = \sigma dS = \sigma 2\pi R dR$ 。

根据例 3.1.2 均匀带电圆环在 P 点的电场为

$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$dE_x = \frac{x dq}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{x \sigma 2\pi R dR}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

此为圆环微元在 P 点的场强, 运用场叠加原理,

$$E_x = \int dE_x = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \int_0^{R_0} \frac{R dR}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R_0^2}} \right)$$

说明: 无限大均匀带电平面外场强: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, 方向垂直于带电平面。

练习 3.1.6: 有一均匀带电的半球面, 半径为 R , 电荷面密度为 σ , 求球心处的电场强度。

解: 如图 3.1.9 所示, 把带电半球面分割成无数个极窄的均匀带电细圆环(宽 $R d\theta$), 任取其中之一, 其上电荷量为 $dq = \sigma ds = \sigma 2\pi R \sin\theta R d\theta$, 此带电细圆环在球心处产生的场强为

$$\begin{aligned} d\mathbf{E} &= \frac{\overline{OO'} dq}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + \overline{OO'}^2)^{3/2}} \mathbf{i} = \frac{R \cos\theta \cdot \sigma 2\pi R \sin\theta R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^3} \mathbf{i} \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sin\theta \cos\theta d\theta \mathbf{i} \end{aligned}$$

积分得带电半球面在球心处总场强为

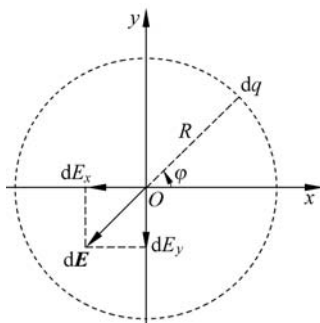


图 3.1.7

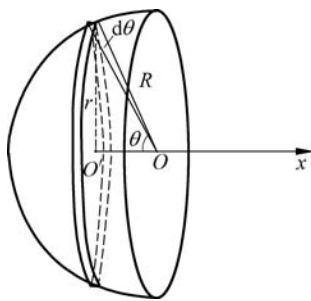


图 3.1.9

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \mathbf{i} \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \mathbf{i}$$

小结: 需要记住的几种典型带电体的静电场:

(1) 无限长均匀带电直线的场强: $\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \mathbf{e}_r$;

(2) 均匀带电圆环轴线上一点的场强: $\mathbf{E} = \frac{Qz}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} \mathbf{e}_z$;

(3) 无限大均匀带电平面外场强: $\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, 方向垂直于带电平面。

考点 2: 电偶极子相关

说明: 电偶极子在均匀外场中受到的电场作用力为零, 受到的力矩不为零: $\mathbf{M} = \mathbf{p}_e \times \mathbf{E}$; 在这个力矩作用下, 电偶极子转向沿外场方向。

例 3.1.4: 一电偶极子放在场强大小为 $2 \times 10^3 \text{ V/m}$ 的匀强电场中, 其电矩方向与场强方向成 30° 角。已知作用在电偶极子上的力矩大小为 $5 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}$, 则其电矩大小 $p =$ _____。

答案: $5 \times 10^{-5} \text{ C} \cdot \text{m}$ 。根据电偶极子在外场力矩公式, $\mathbf{M} = \mathbf{p}_e \times \mathbf{E}$, 可得 $M = pE \sin\theta \Rightarrow 5 \times 10^{-2} = p \times 2 \times 10^3 \times \sin 30^\circ$, 计算可得 $p = 5 \times 10^{-5} \text{ C} \cdot \text{m}$ 。

练习 3.1.7: 一电矩为 $|\mathbf{p}| = 5 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$ 的电偶极子在场强为 $|\mathbf{E}| = 500 \text{ V/m}$ 的均匀电场中, $\mathbf{p}$ 与 $\mathbf{E}$ 间的夹角为 $\alpha = \pi/3$, 则它所受的力矩的大小 $M =$ _____。

答案: $2.3 \times 10^{-27} \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

例 3.1.5: 电偶极矩为 $\mathbf{p}_e$ 的电偶极子处在场强为 $\mathbf{E}$ 的匀强电场中, 求电偶极子从与场强方向垂直的位置转到与场强方向成 θ 角的位置的过程中, 电场力所做的功。

解: 电偶极子受的力矩为 $\mathbf{M} = \mathbf{p}_e \times \mathbf{E} \Rightarrow M = p_e E \sin\theta$ 。

电偶极子由 $\frac{\pi}{2}$ 转到 θ 角时电场力做的功为

$$W = \int_{\pi/2}^{\theta} -M d\theta = \int_{\pi/2}^{\theta} -p_e E \sin\theta d\theta = p_e E \cos\theta = \mathbf{p}_e \cdot \mathbf{E}$$

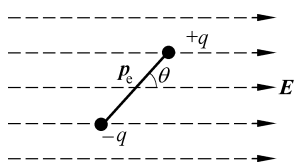


图 3.1.10

练习 3.1.8: 氨分子(NH_3)的电偶电矩为 $|\mathbf{p}| = 4.9 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$, 放在场强为 $|\mathbf{E}| = 1.6 \times 10^3 \text{ V/m}$ 的匀强电场中, $\mathbf{p}$ 与 $\mathbf{E}$ 间的夹角为 $\theta = 30^\circ$, 如图 3.1.10 所示。将此偶极子绕通过其中心垂直于 $\mathbf{p}$ 、 $\mathbf{E}$ 平面的轴转 180° , 外力需做功 W 。室温 ($T = 300 \text{ K}$) 附近, 分子的平均平动能为 $E_0 = 3kT/2 = 6.21 \times 10^{-21} \text{ J}$ 。那么 $W/E_0 =$ _____。

答案: 2.2×10^{-6} 。由例 3.1.5 电偶极子受的力矩所做的功为 $W' = -\int_{\theta}^{\theta+\pi} pE \sin\theta d\theta = pE[\cos\theta - \cos(\theta + \pi)] = -2pE \cos\theta$, 外力需做功 $W = 2pE \cos\theta$, 故 $W/E_0 = 4pE \cos\theta / (3kT)$ 。

例 3.1.6: 在一个带负电的带电棒附近有一个电偶极子, 其电偶极矩 $\mathbf{p}$ 的方向如

图 3.1.11 所示。当电偶极子被释放后,该电偶极子将[]

- (A) 沿逆时针方向旋转直到电偶极矩 p 水平指向棒尖端而停止;
 (B) 沿逆时针方向旋转至电偶极矩 p 水平指向棒尖端,同时沿电场线方向朝着棒尖端移动;
 (C) 沿逆时针方向旋转至电偶极矩水平指向棒尖端,同时逆电场线方向朝远离棒尖端移动;
 (D) 沿顺时针方向旋转至电偶极矩 p 水平方向沿棒尖端朝外,同时沿电场线方向朝着棒尖端移动。



图 3.1.11

答案: B。电偶极子处于非均匀外电场中。力矩作用使得电偶极子转向电场方向,即指向棒尖端;正负电荷的合外力向左。

练习 3.1.9: 一电偶极子放在均匀电场中,当电偶极矩的方向与场强方向不一致时,其所受的合力 F 和合力矩 M 为[]

- (A) $F=0, M=0$; (B) $F=0, M \neq 0$; (C) $F \neq 0, M=0$; (D) $F \neq 0, M \neq 0$ 。

答案: B。

3.2 静电场的高斯定理

(1) 电通量: $\Phi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$;

(2) 高斯定理: $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = (\sum_i q_i) / \epsilon_0$ (离散); $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = (\int_V \rho dV) / \epsilon_0$ (连续)。

考点 1: 运用高斯定理计算场强

说明: 高斯定理求场强步骤:

- (1) 分析带电体及其场的对称性(柱、球、面对称);
 (2) 取合适的高斯面(柱、球、长方体或圆柱),满足条件: ①面元法向平行或垂直于电场线; ②面元法向平行电场线处的场强大小相等;

(3) 计算通过高斯面的电通量 $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = ES_E$;

(4) 计算高斯面所包围的净电荷,运用高斯定理求场强: $E = \frac{\sum q_{i内}}{\epsilon_0 S_E}$ 。

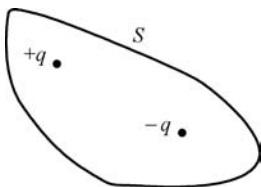


图 3.2.1

例 3.2.1: 如图 3.2.1 所示,闭合面包围了两个等量异号点电荷 $\pm q$ 。下列说法是否正确? 如有错误请改正。

(1) 高斯定理 $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = (\sum_i q_i) / \epsilon_0$ 成立;

(2) 因闭合面内包围净电荷 $\sum_i q_i = 0$, 得到 $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$, 故闭合面上场强 E 处处为零;

(3) 通过闭合面上任一面元的电场强度通量等于零。

答: (1) 正确;

(2) 错误, 虽然有 $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$, 但本题中闭合面上各点场强均不为零;

(3) 错误, 通过整个闭合面的电场强度通量为零, 而通过任一面元的电场强度通量不一定为零(本题中任一面元上都不为零)。

例 3.2.2: 如图 3.2.2 所示, 在半径分别为 R_1 和 R_2 的两个同心球面上, 分别均匀地分布着电量 Q_1 和 Q_2 。(1) 求 I、II、III 三个区域的场强分布; (2) 若 $Q_1 = -Q_2$, 情况如何?

解: (1) 以球心为心, r 为半径作高斯面 S , 根据对称性, S 上各点的电场强度 $\mathbf{E}$ 大小相等, 方向与该处面元 $d\mathbf{S}$ 方向平行, 故 $\mathbf{E}$ 对高斯面 S 的通量为 $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S E dS = E \oint_S dS = E \cdot 4\pi r^2$ 。

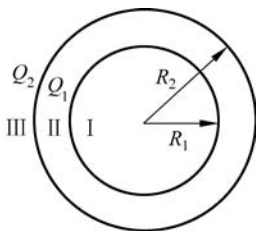


图 3.2.2

此结论对 I、II、III 三个区域都成立。由高斯定理得:

在第 I 区域, $4\pi r^2 E_1 = 0 \rightarrow E_1 = 0$;

在第 II 区域, $4\pi r^2 E_2 = \frac{Q_1}{\epsilon_0} \rightarrow E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \rightarrow E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_0$;

在第 III 区域, $4\pi r^2 E_3 = \frac{1}{\epsilon_0} (Q_1 + Q_2) \rightarrow E_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \rightarrow E_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_0$ 。

(2) 若 $Q_1 = -Q_2$, 则 $E_1 = 0, E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_0, E_3 = 0$ 。

说明: 对球状带电体高斯面一般选择球面, 常见带电球层的电场分布如图 3.2.3 所示。

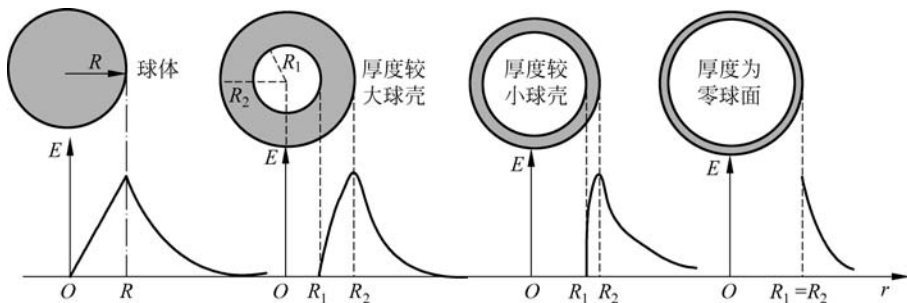


图 3.2.3

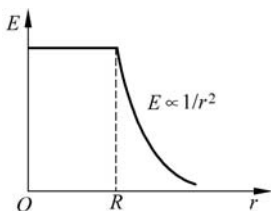


图 3.2.4

练习 3.2.1: 如图 3.2.4 所示, 一具有球对称性分布的静电场的 $E \sim r$ 关系曲线, 请指出该静电场是由下列哪种带电体产生的 []

- (A) 半径为 R 的均匀带电球面;
- (B) 半径为 R 的均匀带电球体;
- (C) 半径为 R 、电荷体密度为 $\rho = Ar$ (A 为常数) 的非均匀带电球体;

(D) 半径为 R 、电荷体密度为 $\rho = A/r$ (A 为常数) 的非均匀带电球体。

答案: D。对半径为 R 、电荷体密度为 $\rho = A/r$ 的非均匀带电球体, 当 $r > R$ 时, 根据高斯定理, 其电场与点电荷相同, 即 $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_0$ 。当 $r < R$ 时取同心球面为高斯面, 运用高斯定理, $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \left(\int_V \rho dV \right) / \epsilon_0$ 可得 $4\pi r^2 E = \left(\int_0^r \frac{A}{r} 4\pi r^2 dr \right) / \epsilon_0 = 2\pi A r^2 / \epsilon_0$, 整理得半径为 r 处的场强大小为 $E = \frac{A}{2\epsilon_0}$, 为常数。

练习 3.2.2: 两个同心均匀带电球面, 半径分别为 R_1 和 R_2 ($R_1 < R_2$), 所带电荷分别为 Q_1 和 Q_2 。设某点与球心相距 r , 当 $R_1 < r < R_2$ 时, 该点的电场强度的大小为_____。

答案: $\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ 。

练习 3.2.3: 在半径为 R_1 电荷密度为 ρ 的均匀带电球体内挖去半径为 R_2 的球形空腔。空腔中心 C_2 与带电球心 C_1 间距为 a , 且 $R_1 > a > R_2$, 求空腔内任意点的电场强度。

解: 本题可用补偿法求解。

设电荷密度为 ρ 、半径为 R_1 的均匀带电球体在腔内任意一点 P 激发的场强为 $\mathbf{E}_1$, 根据高斯定理可得到, $\mathbf{E}_1 = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \mathbf{r}_1$, 方向如图 3.2.5 所示。

电荷密度为 ρ 、半径为 R_2 的均匀带电球体在腔内任意一点 P 的场强为 $\mathbf{E}_2$, 同样, $\mathbf{E}_2 = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \mathbf{r}_2$ 。

P 点实际场强可看成电荷密度为 ρ 半径为 R_1 的球体与荷密度为 $-\rho$ 半径为 R_2 的球体叠加的效果, 即实际场强为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2 = \frac{\rho}{3\epsilon_0} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$$

根据如图 3.2.3 所示的几何关系可以判断, $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = \mathbf{a}$, $\mathbf{a}$ 指的是球心 C_1 指向球心 C_2 的矢量。所以 P 点场强为

$$\mathbf{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \mathbf{a}$$

即空腔内是均匀电场。

练习 3.2.4: 一孤立金属球, 带有电荷 $1.2 \times 10^{-8} \text{ C}$, 已知当电场强度的大小为 $3 \times 10^6 \text{ V/m}$ 时, 空气将被击穿。若要空气不被击穿, 则金属球的半径至少大于 [] (已知 $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)

(A) $3.6 \times 10^{-2} \text{ m}$;

(B) $3.6 \times 10^{-5} \text{ m}$;

(C) $6.0 \times 10^{-3} \text{ m}$;

(D) $6.0 \times 10^{-6} \text{ m}$ 。

答案: C。金属球电荷分布在其外表面, 内部电场为零, 外部电场大小为 $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, 半

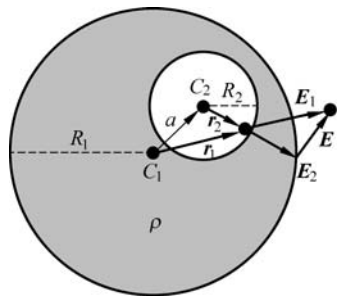


图 3.2.5