

李常杰 郦文忠 主 编
张与馨 副主编
董 欢 桂兵仪 张小娟 赵 丹 参 编

大学物理

模块化习题集

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书根据大学物理课程的具体内容和结构特点,进行独特的结构化设计,分为力学模块、电磁学模块、振动、波动和光学模块、热学模块以及近代物理模块。每个模块又划分为具体的各个章节及其测验题,如力学模块分为质点运动学、质点动力学和刚体力学3章;多个章节包含本章学习要求及知识概要、经典例题、基础训练和拓展提高4部分,其中的学习要求及知识概要帮助学生明确教学大纲要求掌握的重点和难点知识,经典例题为学生示范解题的典型方法和解题过程的规范书写,基础训练是要求学生掌握练习和教师重点评讲的最基础最重要的题目,拓展提高部分主要是各种竞赛和考研真题,为热爱物理、学有余力的学生进一步提高使用。每个模块最后的测验题用于学生及时进行自测和改进。

本书通过独特的模块化、结构化设计,循序渐进、由浅入深地辅助学生学习,以期有效地提高课程的整体教学效果。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。举报:010-62782989, beiqinquan@tup.tsinghua.edu.cn。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理模块化习题集/李常杰,酆文忠主编. —北京:清华大学出版社,2022.2

ISBN 978-7-302-60112-8

I. ①大… II. ①李… ②酆… III. ①物理学—高等学校—习题集 IV. ①O4-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2022)第 020288 号

责任编辑:佟丽霞

封面设计:常雪影

责任校对:赵丽敏

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-83470000

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京同文印刷有限责任公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:10.25

字 数:244 千字

版 次:2022 年 3 月第 1 版

印 次:2022 年 3 月第 1 次印刷

定 价:32.00 元

产品编号:095152-01

前 言

应用型普通高等院校学生的物理基础相对薄弱,物理学习兴趣相对淡薄,在大学物理课程的学习中难免会遇到各种各样的问题和困难,导致课程的整体教学效果比较差。

本书结合应用型普通高等院校学生的实际情况和课程学习过程中遇到的各种问题,根据课程具体的教学大纲,针对性地设计了结构化的辅助学习体系,致力于提高大学物理课程的整体教学效果。

本书在成都理工大学工程技术学院教务处及核工程与新能源技术系领导的指导和大力支持下,由大学物理课程核心团队组织编写。其中,李常杰组织和推进具体的编写和出版过程,酆文忠对全书的编写进行指导和审核;张与馨负责全书的统稿和审定。具体分工为:力学模块由赵丹编写,包括第 1 章质点运动学,第 2 章质点动力学,第 3 章刚体力学基础,力学模块测验题;电磁学模块由桂兵仪编写,包括第 4 章静电场,第 5 章静电场中的导体和电介质,第 6 章稳恒磁场,第 7 章电磁感应与电磁场,电磁学模块测试题;振动、波动和光学模块由董欢编写,包括第 8 章振动,第 9 章波动,第 10 章光学,振动、波动和光学模块测验题;热学模块由张小娟编写,包括第 11 章气体动理论,第 12 章热力学基础,热学模块测验题;近代物理模块由张与馨编写,包括第 13 章狭义相对论,第 14 章量子力学基础,近代物理模块测验题。

在本书编写过程中,参考了诸多大学物理相关教材,受益匪浅,在此一并致谢。

由于编者水平有限,书中难免有遗漏或者错误之处,恳请读者批评指正,以期不断完善。

编 者

2021 年 10 月

目 录

模块一 力学模块

第 1 章 质点运动学	2
学习要求及知识概要	2
经典例题	4
基础训练	5
拓展提高	7
第 2 章 质点动力学	10
学习要求及知识概要	10
经典例题	12
基础训练	13
拓展提高	15
第 3 章 刚体力学基础	18
学习要求及知识概要	18
经典例题	20
基础训练	22
拓展提高	25
力学模块测验题	29

模块二 电磁学模块

第 4 章 静电场	32
学习要求及知识概要	32
第 5 章 静电场中的导体和电介质	33
学习要求及知识概要	33
经典例题	34
基础训练	36

拓展提高	38
第 6 章 稳恒磁场	42
学习要求及知识概要	42
经典例题	43
基础训练	45
拓展提高	48
第 7 章 电磁感应与电磁场	51
学习要求及知识概要	51
经典例题	52
基础训练	54
拓展提高	56
电磁学模块测验题	59

模块三 振动、波动和光学模块

第 8 章 振动	63
学习要求及知识概要	63
经典例题	65
基础训练	67
拓展提高	69
第 9 章 波动	72
学习要求及知识概要	72
经典例题	75
基础训练	76
拓展提高	79
第 10 章 光学	82
学习要求及知识概要	82
经典例题	87
基础训练	88
拓展提高	91
振动、波动和光学模块测验题	93

模块四 热学模块

第 11 章 气体动理论	97
学习要求及知识概要	97
经典例题	99
基础训练	100
拓展提高	102
第 12 章 热力学基础	104
学习要求及知识概要	104
经典例题	107
基础训练	108
拓展提高	111
热学模块测验题	113

模块五 近代物理模块

第 13 章 狭义相对论	117
学习要求及知识概要	117
经典例题	119
基础训练	120
拓展提高	122
第 14 章 量子力学基础	125
学习要求及知识概要	125
经典例题	128
基础训练	130
拓展提高	132
近代物理模块测验题	134
参考答案	136

模块一 力学模块

第 1 章 质点运动学

学习要求及知识概要

学习要求

1. 了解：运动描述的相对性。
2. 理解：位矢、位移、速度和加速度及运动方程概念。
3. 理解：极坐标和自然坐标系的特点。
4. 理解：质点在圆周运动中角速度、角加速度、切向加速度及法向加速度概念。
5. 掌握：以上物理量在平面运动中的计算方法。

知识概要

运动学是研究如何描述物体的空间位置随时间变化的规律,即如何表示一个物体的运动轨迹,运动的快慢,运动变化的情况等。

一、参考系、坐标系、物理模型

1. 运动的绝对性和相对性

物体的运动是绝对的,然而描述运动又是相对的,离开特定的环境、特定的条件谈论运动是没有任何意义的。

2. 参考系

在描述一个物体运动时,被选作基准的另一个物体或物体系称为参考系。

3. 坐标系

定量描述物体的机械运动,通常在参考系中建立适当的坐标系;力学中常用的坐标系有直角坐标系和自然坐标系等。

4. 物理模型

对真实的物理过程 and 对象,根据所讨论的问题的基本要求对其进行理想化的简化,抽象为可以用数学方法描述的理想模型。实际物体都有大小和形状,一般说来,其运动情况很复杂,但是,如果物体的大小和形状在所研究的问题中不起作用或作用很小,就可以忽略其大小和

形状,而把它抽象为一个只有质量的几何点,这样的假想物体称为质点。

二、位矢、位移、速度和加速度

1. 位置矢量

位置矢量:由坐标原点引向考察点的矢量,简称位矢,用 $\boldsymbol{r}$ 表示,如图 1-1 所示。

在直角坐标系中,位矢 $\boldsymbol{r}$ 可以表示为: $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$;

位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小为: $|\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$;

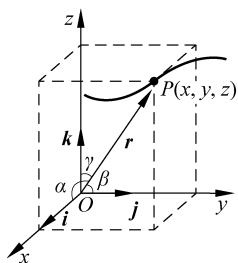


图 1-1

位矢 $\mathbf{r}$ 的方向余弦是

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

运动方程：质点的空间位置随时间变化的函数关系式称为运动方程。记为

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t)$$

或

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$$

2. 位移

位移是描述质点位置变化的物理量。在直角坐标系中,位移的表达式为: $\Delta\mathbf{r} = \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j} + \Delta z\mathbf{k}$; 位移的模为: $|\Delta\mathbf{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ 。

3. 速度

研究质点的运动,不仅要知道质点的位移,还需要知道质点移动的快慢即速度。

平均速度: $\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}$;

瞬时速度: $\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ (瞬时速度等于位矢对时间的一阶导数)。

4. 加速度

如图 1-2 所示,平均加速度 $\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}$ 。

瞬时加速度 $\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$ 。

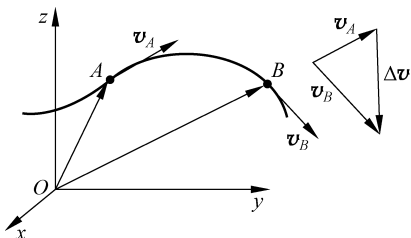


图 1-2

三、曲线运动的描述

1. 一般平面曲线运动的描述

一般平面曲线运动的描述往往采用自然坐标系,即将加速度沿质点所处轨道的切线方向和法线方向进行分解,分别为切向加速度和法向加速度(图 1-3)。

(1) 切向加速度:

$$\mathbf{a}_t = \frac{d\mathbf{v}_t}{dt} = \frac{dv}{dt} \boldsymbol{\tau}_0 = \frac{d^2s}{dt^2} \boldsymbol{\tau}_0$$

(2) 法向加速度:

$$\mathbf{a}_n = \frac{d\mathbf{v}_n}{dt} = v \frac{d\theta}{dt} \mathbf{n}_0 = v \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{dt} \mathbf{n}_0 = \frac{v^2}{\rho} \mathbf{n}_0$$

式中, $\boldsymbol{\tau}_0$ 和 $\mathbf{n}_0$ 分别为切向单位矢量和法向单位矢量。

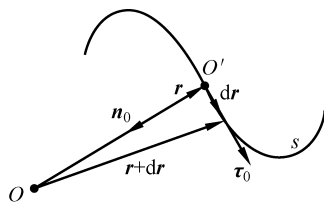
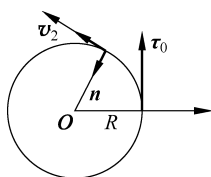


图 1-3

2. 圆周运动

(1) 自然坐标系及其速度、加速度表示式(图 1-4)。



匀速圆周运动

图 1-4

位矢 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$, 位移 $d\mathbf{r} = ds\boldsymbol{\tau}_0$, 速度 $\mathbf{v} = \frac{ds}{dt}\boldsymbol{\tau}_0 = v\boldsymbol{\tau}_0$;加速度 $\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n = \frac{dv}{dt}\boldsymbol{\tau}_0 + \frac{v^2}{\rho}\mathbf{n}_0$ 。(2) 匀速圆周运动: $a_t = 0, a_n = \frac{v^2}{R} = \text{常量}$ 。(3) 角位置, 角位移; 角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ 。(4) 角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ 。

3. 线量与角量的关系

$$ds = R d\theta, \quad v = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = R\omega$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha, \quad a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

四、运动学的两类问题

(1) 已知运动方程, 运用求导的方法求速度和加速度。

(2) 已知加速度和初始条件, 用积分的方法求速度和运动方程。

经典例题

例 1 一质点沿 x 轴作直线运动, t 时刻的坐标为 $x = 4.5t^2 - 2t^3$ (SI)。试求: (1) 第 2 秒内的平均速度; (2) 第 2 秒末的瞬时速度; (3) 第 2 秒内的路程。

解 (1) $\bar{v} = \Delta x / \Delta t = \frac{2 - 2.5}{2 - 1} \text{ m/s} = -0.5 \text{ m/s}$

(2) $v = dx/dt = 9t - 6t^2$

$v(2) = -6 \text{ m/s}$

(3) 由 $v = 9t - 6t^2$ 可得: 当 $t < 1.5 \text{ s}$ 时, $v > 0$; 当 $t > 1.5 \text{ s}$ 时, $v < 0$ 。所以

$$s = |x(1.5) - x(1)| + |x(2) - x(1.5)| = 2.25 \text{ m}$$

例 2 一质点沿 x 轴运动, 其加速度 a 与位置坐标 x 的关系为 $a = 3 + 6x^2$, 若质点在原点处的速度为零, 试求其在任意位置处的速度。

解 $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} = 3 + 6x^2$

$$\int_0^v v dv = \int_0^x (3 + 6x^2) dx$$

$$\frac{1}{2}v^2 = 3x + 2x^3$$

所以

$$v = \sqrt{6x + 4x^3}$$

例 3 一质点沿半径为 R 的圆周按 $s = v_0 t - \frac{1}{2}bt^2$ 的规律运动, 其中 v_0 和 b 都是常量。

求: (1)质点在 t 时刻的加速度; (2) t 为何值时,加速度在数值上等于 b ; (3)当加速度大小为 b 时质点已沿圆周运行了几圈?

解 $v = \frac{ds}{dt} = v_0 - bt, a_t = \frac{dv}{dt} = -b, a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R}$

$$(1) a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{b^2 + \frac{(v_0 - bt)^4}{R^2}}$$

$$(2) a = b, \sqrt{b^2 + \frac{(v_0 - bt)^4}{R^2}} = b, v_0 - bt = 0, t = \frac{v_0}{b}$$

$$(3) \text{当加速度大小为 } b \text{ 时,将 } t = \frac{v_0}{b} \text{ 代入 } s \text{ 公式,得 } s = \frac{v_0^2}{2b}$$

$$n = \frac{s}{2\pi R} = \frac{v_0^2}{4\pi R b}$$

基础训练

一、判断题(共5题)

1. 质点是忽略其大小和形状,具有空间位置和整个物体质量的点。 ()
2. 质点作曲线运动时,必有加速度,切向加速度可以为零。 ()
3. 质点作圆周运动时,加速度一定与速度垂直。 ()
4. 一质点沿 x 轴运动,运动方程为 $x = -4t^3 + 3t^2 + 6$,则该质点作匀加速直线运动。 ()
5. 一质点作直线运动,某时刻的瞬时速度 $v = 2\text{m/s}$,瞬时加速度 $a = -2\text{m/s}^2$,则 1s 后质点的速度等于零。 ()

二、选择题(共5题)

1. 一运动质点在某瞬时位于矢径 $\mathbf{r}(x, y)$ 的端点处,其速度大小为()。
 A. $\frac{dr}{dt}$ B. $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$
 C. $\frac{d|\mathbf{r}|}{dt}$ D. $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$
2. 一质点在平面上运动,已知质点位置矢量的表示式为 $\mathbf{r} = ct^2\mathbf{i} + bt^2\mathbf{j}$ (其中 c, b 为常量),则该质点作()运动。
 A. 匀速直线 B. 变速直线 C. 抛物线 D. 一般曲线
3. 一质点在平面上作一般曲线运动,其瞬时速度为 $\mathbf{v}$,瞬时速率为 v ,某一时间内的平均速度为 $\bar{\mathbf{v}}$,平均速率为 $\bar{v}$,它们之间的关系必定有()。
 A. $|\mathbf{v}| = v, |\bar{\mathbf{v}}| = \bar{v}$ B. $|\mathbf{v}| \neq v, |\bar{\mathbf{v}}| = \bar{v}$
 C. $|\mathbf{v}| \neq v, |\bar{\mathbf{v}}| \neq \bar{v}$ D. $|\mathbf{v}| = v, |\bar{\mathbf{v}}| \neq \bar{v}$
4. 一质点沿半径为 R 的圆周作匀速率运动,每 t 秒转一圈,在 $2t$ 时间间隔中,其平均速度大小和平均速率大小分别为()。
 A. $\frac{2\pi R}{t}, \frac{2\pi R}{t}$ B. $0, \frac{2\pi R}{t}$

C. 0,0

D. $\frac{2\pi R}{t}, 0$

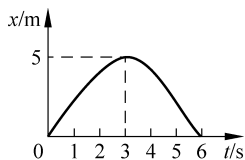
5. 一质点沿 x 轴作直线运动, 运动方程为 $x = 5 + 3t^2 - t^3$ (SI), 则其运动情况是()。

- A. 当 $0 < t < 1$ s 时, 质点沿 x 轴负向作加速运动
 B. 当 $1\text{s} < t < 2$ s 时, 质点沿 x 轴正向作减速运动
 C. 当 $t > 2$ s 时, 质点沿 x 轴正向作减速运动
 D. 一直沿 x 轴正向作加速运动

三、填空题(共 5 题)

1. 一质点沿 x 方向运动, 其加速度随时间的变化关系为 $a = 3 + 2t$ (SI), 如果初始时刻质点的速度 v_0 为 $5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, 则当 t 为 3s 时, 质点的速度 $v =$ _____。

2. 一质点从静止出发沿半径 $R = 1\text{m}$ 的圆周运动, 其角加速度随时间 t 的变化规律是 $\alpha = 12t^2 - 6t$ (SI), 则质点的角速度 $\omega =$ _____; 切向加速度 $a_t =$ _____。



题 3 图

3. 一质点作直线运动, 其坐标 x 与时间 t 的关系曲线如图所示。则该质点在第_____秒瞬时速度为零; 在第_____秒至第_____秒间速度与加速度同方向。

4. 一质点作直线运动, 加速度为 $a = \omega^2 A \sin \omega t^2$, 已知 $t = 0$ 时 $v_0 = -\omega A$, 则该质点的运动方程为_____。

5. 一质点的速率表示式为 $v = 1 + s^2$, 则在任一位置处的切向加速度 a_t 为_____。

四、计算题(共 3 题)

1. 一质点在 xOy 平面内运动, 运动方程为 $x = 2t, y = 9 - 2t^2$ (SI), 试计算: (1) $t = 1$ s 时该质点的位置矢量; (2) $t = 2$ s 时该质点的瞬时速度, 瞬时加速度。

2. 一质点作半径 $R = 1\text{m}$ 的圆周运动, 其运动方程为 $\theta = 2t^3 + 3t$ (SI), 求 $t = 2$ s 时, 该质点的角位置、角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。

3. 已知一质点作直线运动,其加速度为 $a = 4 + 3t$ (SI),开始运动时, $x = 5\text{m}$, $v = 0$,求该质点在 $t = 10\text{s}$ 时的速度和位置。

拓展提高

一、选择题(共2题)

1. (2007年郑州大学考研真题)某物体的运动规律为 $\frac{dv}{dt} = -kv^2t$, 式中 k 为大于零的常量,当 $t=0$ 时,初速度为 v_0 ,则速度 v 与时间 t 的函数关系是()。

A. $v = \frac{1}{2}kt^2 + v_0$

B. $v = -\frac{1}{2}kt^2 + v_0$

C. $\frac{1}{v} = \frac{1}{2}kt^2 + \frac{1}{v_0}$

D. $v = \frac{1}{2}kt^2 + \frac{1}{v_0}$

2. (2006年电子科技大学考研真题)一质点沿半径为 R 的圆周作匀速率运动,每 t 时间转1圈,则在 $2t$ 时间间隔中,其平均速度的大小与平均速率的大小分别为()。

A. $\frac{2\pi R}{t}, \frac{2\pi R}{t}$

B. $0, \frac{2\pi R}{t}$

C. $0, 0$

D. $\frac{2\pi R}{t}, 0$

二、填空题(共2题)

1. 一半径为 2m 的飞轮作加速转动时,轮边缘上一点的运动方程为 $s = 0.1t^3$ (SI),当此点的速率 $v = 30\text{m/s}$ 时,其切向加速度的大小为_____,法向加速度的大小为_____。

2. (2005年南京理工大学考研真题)一质点作平面运动,运动方程 $\mathbf{r} = 6t\mathbf{i} + 5t^2\mathbf{j}$,则 t 时刻质点的速度为_____,加速度为_____。

三、计算题(共2题)

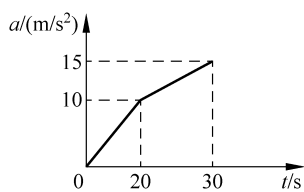
1. (2008年郑州大学考研真题)一汽车发动机的转速在 7.0s 内由 200r/min 均匀地增加到 3000r/min 。

- (1) 求在这段时间内的初角速度、末角速度以及角加速度;
- (2) 求这段时间内转过的角度;

(3) 若在发动机轴上装有一半径为 $r=0.2\text{m}$ 的飞轮,求它的边缘上一点在第 7.0s 末的切向加速度、法向加速度和总加速度。

2. (2006 年中国科学技术大学考研真题)火箭沿竖直方向由静止向上发射,加速度随时间的变化规律如图所示。试求:

- (1) 火箭在 $t=50\text{s}$ 时,燃料用完瞬间所能达到的高度。
- (2) 此时刻火箭的速度。



题 2 图

四、思考题(共 2 题)

1. 质量为 2kg 的质点受某一外力作用沿 x 轴运动,运动方程为 $x = 3t - 4t^2 + t^3$ (SI), 则该力在最初 4s 内对质点所做的功为多少?

2. 一质点作曲线运动,其运动方程为 $\mathbf{r}(t) = (10 - 5t^2)\mathbf{i} + 10t\mathbf{j}$ (SI), 则质点在 $t = 1\text{s}$ 时的切向加速度和法向加速度的大小是多少? (提示: 只求大小, 不考虑方向)

第2章 质点动力学

学习要求及知识概要

学习要求

1. 理解：牛顿三定律。
2. 理解：用矢量和微分方程形式表示的牛顿第二定律。
3. 熟练掌握：牛顿定律的适用条件及在平面运动中的解题方法。
4. 了解：平均冲力的概念。
5. 了解：能量转换与守恒定律。
6. 理解：保守力做功的特点及势能、势能差的概念。
7. 掌握：功的概念，作用在质点上变力做功的计算。
8. 掌握：重力势能及弹性势能的计算。
9. 掌握：质点的动量定理，动能定理，质点系的功能原理。
10. 掌握：分析解决质点平面运动的简单力学问题。
11. 掌握：动量守恒定律和机械能守恒定律的内容、适用条件及应用。

知识概要

动力学的任务是以牛顿运动定律为基础，研究物体之间的相互作用，以及由于这些相互作用所引起的物体运动状态的变化规律。

在将物体抽象为质点及物体的运动速度远小于光速的前提下，本章主要讨论牛顿运动定律以及物体间相互作用的空间累积效应和时间累积效应。

一、牛顿运动定律

1. 惯性参考系：所受合外力为零的质点以及相对于它静止或作匀速直线运动的参考系称为惯性参考系，简称为惯性系。研究地面附近物体的运动时，可把地球近似地视为惯性系。可以证明，凡是相对于某惯性系静止或作匀速直线运动的其他参考系都是惯性系。

2. 牛顿第一定律：任何物体都保持静止或匀速直线运动状态，直到受其他物体作用的力迫使它改变这种状态为止。牛顿第一定律也称为惯性定律。

3. 牛顿第二定律：物体受外力作用时，它所获得的加速度的大小与合外力的大小成正比，与物体的质量成反比，加速度的方向与合外力的方向相同。即 $\mathbf{F} = k m \mathbf{a}$ ，比例系数 k 由单位制确定，在 SI 中 $k = 1$ 。

4. 牛顿第三定律：当物体 A 以力 $\mathbf{F}_1$ 作用在物体 B 上时，物体 B 也必定同时以另一个力 $\mathbf{F}_2$ 作用在物体 A 上， $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 大小相等，方向相反，且力的作用线在同一直线上。即： $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$ 。

对于牛顿第三定律必须注意以下几点:

- (1) 作用力和反作用力成对出现,且作用力和反作用力一一对应;
- (2) 作用力和反作用力分别作用在两个物体上,绝对不是一对平衡力;
- (3) 作用力和反作用力一定属于同一性质的力。

二、动量、动量守恒定律

1. 冲量:外力对时间的积累作用可以改变物体的运动状态,物理上把作用在物体上的力与力的作用时间的乘积称为力的冲量,用 $\mathbf{I}$ 表示。

对恒力 $\mathbf{I} = \mathbf{F} \cdot \Delta t$

对变力 $\Delta \mathbf{I}_i = \mathbf{F}(t_i) \cdot \Delta t_i, \quad \mathbf{I} = \sum_i \mathbf{F}(t_i) \cdot \Delta t_i$

2. 动量定理:作用在物体上的合外力的冲量等于物体动量的增量,即

$$\Delta \mathbf{p} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt = m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1$$

质点系的动量定理: $\int_{t_1}^{t_2} \sum_i \mathbf{F}_{i\text{外}} dt = \sum \mathbf{F}_{\text{外}} \cdot \Delta t = \sum \mathbf{p}_2 - \sum \mathbf{p}_1$

即 合外力的冲量 = 质点系动量的增量。

3. 动量守恒定律:

(1) 守恒条件: $\sum \mathbf{F}_{i\text{外}} = \mathbf{0}$

(2) 注意事项:

若 $\sum \mathbf{F}_{i\text{外}} = \mathbf{0}$, 则系统无论沿哪个方向的动量都守恒;

若 $\sum \mathbf{F}_{i\text{外}} \neq \mathbf{0}$, 但若沿某一方向合外力的分量为零, 则该方向上动量守恒。

运用动量守恒定理时, 必须把系统内各点的动量统一到同一惯性系中;

若合外力作用时间极短, 而系统又只受重力作用, 则可略去重力, 仍可按动量守恒处理。

三、功、动能、势能、机械能守恒

1. 功: 力在位移方向上的分量与该位移大小的乘积。为

$$W = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{r} = F |\Delta \mathbf{r}| \cos \theta$$

2. 动能定理: 当力在一段有限位移上做功时, 该力所做的功为

$$W = \int_A^B dW = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \Delta \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

3. 质点的动能定理: 外力对质点做的功等于质点动能的增量。

4. 势能: 如某力的功只与始末位置有关而与具体路径无关, 则该力称为保守力。

$\oint_l \mathbf{F}_{\text{保}} \cdot d\mathbf{r} \equiv 0$ 。以保守力相互作用的物体系统具有势能。

5. 质点系的动能定理与功能原理: 合外力的功与内力的功的总和等于质点系动能的增量。即: $W_{\text{外}} + W_{\text{内}} = E_k - E_{k0}$ 。

上式称为质点系的动能定理。当 $W_{\text{外}} + W_{\text{内}} = 0, E_k = E_{k0}$ 时, 质点系的动能守恒。

6. 机械能守恒定律:

(1) 守恒条件: $W_{\text{外}} = 0, W_{\text{内非}} = 0$

(2) 当系统机械能守恒时, 应有: $\Delta E_k = -\Delta E_p$

7. 能量转换与守恒定律

在一个孤立系统内,各种形态的能量可以相互转换,但无论怎样转换,这个系统的总能量将始终保持不变。

经典例题

例 1 质量为 m 的子弹以速度 v_0 水平射入沙土中,设子弹所受阻力与速度反向,大小与速度成正比,比例系数为 K ,忽略子弹的重力,求:

(1) 子弹射入沙土后,速度随时间变化的函数式;

(2) 子弹进入沙土的最大深度。

(1) **解** 子弹进入沙土后受力为 $-Kv$,由牛顿运动定律

$$-Kv = m \frac{dv}{dt}$$

所以

$$-\frac{K}{m}dt = \frac{dv}{v}, \quad -\int_0^t \frac{K}{m}dt = \int_{v_0}^v \frac{dv}{v}$$

$$v = v_0 e^{-Kt/m}$$

(2) 求最大深度

解法一

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v_0 e^{-Kt/m} dt$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t v_0 e^{-Kt/m} dt$$

所以

$$x = (m/K)v_0(1 - e^{-Kt/m})$$

$$x_{\max} = mv_0/K$$

解法二

$$-Kv = m \frac{dv}{dt} = m \left(\frac{dv}{dx} \right) \left(\frac{dx}{dt} \right) = mv \frac{dv}{dx}$$

所以

$$dx = -\frac{m}{K}dv, \quad \int_0^{x_{\max}} dx = -\int_{v_0}^0 \frac{m}{K}dv$$

$$x_{\max} = mv_0/K$$

例 2 作用在质量为 10kg 的物体上的力为 $\mathbf{F} = (10 + 2t)\mathbf{i}$ (SI)。

(1) 求 4s 后,物体的动量和速度的变化,以及力给予物体的冲量;

(2) 为了使力的冲量为 $200\text{N} \cdot \text{s}$,该力应在物体上作用多久?

解 (1) $\Delta \mathbf{p}_1 = \int_0^t \mathbf{F} dt = \int_0^4 (10 + 2t)\mathbf{i} dt = 56\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\mathbf{i}$,沿 x 轴正向,

$$\Delta \mathbf{v}_1 = \frac{\Delta \mathbf{p}_1}{m} = 5.6\text{m} \cdot \text{s}^{-1}\mathbf{i}$$

$$\mathbf{I}_1 = \Delta \mathbf{p}_1 = 56\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\mathbf{i}$$

(2)

$$I = \int_0^t (10 + 2t) dt = 10t + t^2 = 200$$

亦即

$$t^2 + 10t - 200 = 0$$

解得

$$t = 10\text{s} (t' = 20\text{s} \text{ 舍去})$$

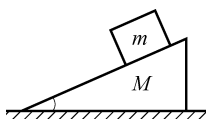
基础训练

一、判断题(共5题)

1. 质点系的内力可以改变系统的总动量。 ()
2. 作用力与反作用力大小相等、方向相反,所以两者所做功的代数和必为零。 ()
3. 保守力做正功,系统内相应的势能增加。 ()
4. 质点系所受合外力为零时,质点系内各质点的动量之和保持不变。 ()
5. 质点系机械能的改变与保守力无关。 ()

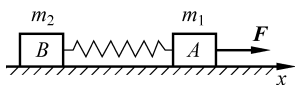
二、选择题(共5题)

1. 一质点作匀速率圆周运动时,它的动量()。
A. 不变,对圆心的角动量也不变
B. 不变,对圆心的角动量不断改变
C. 不断改变,对圆心的角动量不变
D. 不断改变,对圆心的角动量也不断改变
2. 质点系的内力可以改变系统的()。
A. 总质量
B. 总动量
C. 总动能
D. 总角动量
3. 对功的概念有以下几种说法:
① 保守力做正功时,系统内相应的势能增加。
② 质点运动经一闭合路径,保守力对质点做的功为零。
③ 作用力与反作用力大小相等、方向相反,所以两者所做功的代数和必为零。
在上述说法中:()。
A. ①②是正确的
B. ②③是正确的
C. 只有②是正确的
D. 只有③是正确的
4. 一质量为 M 的斜面原来静止于水平光滑平面上,将一质量为 m 的木块轻轻放于斜面上,如图所示。如果此后木块能静止于斜面上,则斜面将()。
A. 保持静止
B. 向右加速运动
C. 向右匀速运动
D. 向左加速运动



题4图

5. 质量分别为 m_1 和 m_2 的两滑块 A 和 B 通过一轻弹簧水平连结后置于水平桌面上,滑块与桌面间的摩擦因数均为 μ ,系统在水平拉力 F 作用下匀速运动,如图所示。如突然撤销拉力,则刚撤销后瞬间,二者的加速度 a_A 和 a_B 分别为()。
A. $a_A = 0, a_B = 0$
B. $a_A > 0, a_B < 0$
C. $a_A < 0, a_B > 0$
D. $a_A < 0, a_B = 0$



题 5 图

三、填空题(共 5 题)

1. 一物体质量为 10kg , 受到方向不变的力 $F = 30 + 40t$ (SI) 作用, 在开始的 2s 内, 此力冲量的大小等于_____; 若物体的初速度大小为 10m/s , 方向与力 F 的方向相同, 则在 2s 末物体速度的大小等于_____。

2. 在光滑的水平面内有两个物体 A 和 B , 已知 $m_A = 2m_B$, 物体 A 以一定的动能 E_k 与静止的物体 B 发生完全弹性碰撞, 则碰撞后两物体的总动能为_____。

3. 质量为 m 的物体在水平面上作直线运动, 当速度为 v 时仅在摩擦力作用下开始作匀减速运动, 经过距离 s 后速度减为零, 则物体加速度的大小为_____, 物体与水平面间的摩擦因数为_____。

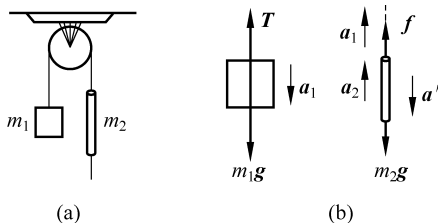
4. 某质点在力 $F = (4 + 5x)\mathbf{i}$ (SI) 的作用下沿 x 轴作直线运动, 在从 $x = 0$ 移动到 $x = 10\text{m}$ 的过程中, 力 F 所做的功为_____。

5. 物体 P 以一定的动能 E_k 与静止的物体 Q 发生完全非弹性碰撞, 如果 $m_P = 2m_Q$, 那么碰撞的两物体的总动能是_____。

四、计算题(共 3 题)

1. 质量为 16kg 的质点在 xOy 平面内运动, 受一恒力作用, 力的分量为 $f_x = 6\text{N}$, $f_y = -7\text{N}$, 当 $t = 0$ 时, $x = y = 0$, $v_x = -2\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_y = 0$ 。求: 当 $t = 2\text{s}$ 时质点的速度和位矢。

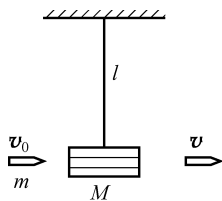
2. 一细绳跨过一定滑轮, 绳的一边悬有质量为 m_1 的物体, 另一边穿在质量为 m_2 的圆柱体的竖直细孔中, 圆柱可沿绳子滑动, 如图所示。今看到绳子从圆柱细孔中加速上升, 圆柱体相对于绳子以匀加速度 a' 下滑, 求 m_1 、 m_2 相对于地面的加速度、绳的张力及圆柱体与绳子间的摩擦力(绳轻且不可伸长, 滑轮的质量及轮与轴间的摩擦不计)。



题 2 图

3. 质量为 $M=1.5\text{kg}$ 的物体, 用一根长为 $l=1.25\text{m}$ 的细绳悬挂在天花板上, 如图所示。今有一质量为 $m=10\text{g}$ 的子弹以 $v_0=500\text{m/s}$ 的水平速度射穿物体, 刚穿出物体时子弹的速度大小 $v=30\text{m/s}$, 设穿透时间极短。求:

- (1) 子弹刚穿出时绳中张力的大小;
- (2) 子弹在穿透过程中所受的冲量。



题3图

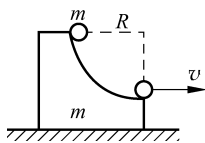
拓展提高

一、选择题(共2题)

1. 以下5种运动形式中, 加速度 a 保持不变的运动是()。
 - A. 单摆的运动
 - B. 匀速率圆周运动
 - C. 行星的椭圆轨道运动
 - D. 抛体运动
 - E. 圆锥摆运动

2. 一质量为 m 的滑块, 由静止开始沿着 $1/4$ 圆弧形光滑的木槽滑下, 设木槽的质量也是 m , 槽的圆半径为 R , 放在光滑水平地面上, 如图所示, 则滑块离开槽时的速度是()。

- A. $\sqrt{2Rg}$
- B. $\sqrt{Rg}$
- C. $2\sqrt{Rg}$
- D. $\frac{1}{2}\sqrt{Rg}$
- E. $\frac{1}{2}\sqrt{2Rg}$



题2图

二、填空题(共2题)

1. (第30届全国大学物理竞赛真题) 惯性参考系中, 质点系外力做功之和加上内力做功之和等于质点动能的增加量。将地面看作惯性参考系, 静止蹲在地面上的人纵身跳起过程中, 略去空气阻力, 存在人体各部分之间的内力、地面支撑力和重力; 过程中做正功 W_+ 的力和做负功 W_- 的力分别是_____; 其中大者为_____。

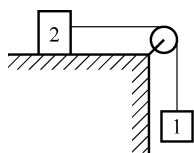
2. 一质量为 m 的质点在指向圆心的力 $F=k/r^2$ 的作用下, 作半径为 r 的匀速圆周运动。此质点的速度 $v =$ _____; 若取距圆心无穷远处为势能零点, 它的机械能

$E =$ _____。

三、计算题(共 2 题)

1. 一小船质量为 $M=100\text{kg}$, 船头到船尾共长 $L=3.6\text{m}$ 。现有一质量为 $m=50\text{kg}$ 的人从船头走到船尾时, 船将移动多少距离? 假定水的阻力不计。

2. (第 32 届全国大学物理竞赛真题) 如图所示, 物体 1 和物体 2 的质量分别为 m_1 与 m_2 , 滑轮的转动惯量为 J , 半径为 r 。如物体 2 与桌面间的摩擦因数为 μ , 求系统的加速度 a 及绳中的张力 T_1 和 T_2 (设绳子与滑轮间无相对滑动, 滑轮与转轴无摩擦)。



题 2 图

四、思考题(共 2 题)

1. 角动量守恒和动量守恒是相互独立的,角动量守恒的体系的动量不一定守恒,举例说明动量守恒的体系的角动量也不一定守恒。

2. (2008 年大学物理考研真题)一个质量为 m 的人,原来抓住一根用绳竖直吊在天花板上的质量为 M 的直杆,若绳突然断开,人沿杆子竖直向上爬以保持它离地面的高度不变,则直杆下落的加速度是多少?

第3章 刚体力学基础

学习要求及知识概要

学习要求

1. 理解：转动惯量、力矩和角动量的概念。
2. 掌握：刚体作定轴转动的转动定律及角动量定理。
3. 熟练掌握：角动量守恒定律的内容、适用条件及应用计算。

知识概要

一、刚体定轴转动的描述

刚体的基本运动形式有两种：平动和转动。其他的复杂运动都可看成这两种运动的复合运动。

1. 定轴转动

如果在运动中，刚体上所有质点都绕某一固定直线作圆周运动，那么这种运动称为定轴转动；所绕的直线称为转动轴；垂直于转动轴的平面称为转动平面，它有无限多个。

2. 定轴转动的角量描述

角位置 θ ；角位移 $\Delta\theta$ ；角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ ；角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ 。

3. 刚体定轴转动的特点

由于这时组成刚体的各质点均在各自的转动平面内绕轴作圆周运动，所以具有下列性质：

- ① 所有质点的角量($\Delta\theta, \omega, \alpha$)都相同；
- ② 质点的线量与该质点的轴矢径大小成正比，即 $v_i = r_i \omega, a_{ti} = r_i \alpha, a_{ni} = r_i \omega^2$ 。

4. 刚体的匀角加速转动

可以与质点的匀加速直线运动相类比：

质点($a = \text{常量}$)

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

刚体($\alpha = \text{常量}$)

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

二、力矩、刚体定轴转动的转动定律

1. 力矩

力矩的定义：作用于质点的力 $\mathbf{F}$ 对某参考点的力矩，等于力的作用点对该点的位矢 $\mathbf{r}$ 与力 $\mathbf{F}$ 的矢量积，即： $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ 。

力矩的 $\begin{cases} \text{方向: } \mathbf{M} \perp \mathbf{r} \text{ 与 } \mathbf{F} \text{ 组成的平面, 遵守右手螺旋关系} \\ \text{大小: } M = \mathbf{r} \cdot \mathbf{F} \sin\varphi = \mathbf{r} \cdot \mathbf{F}_{\perp} = \mathbf{r}_{\perp} \cdot \mathbf{F} \end{cases}$

2. 刚体转动定律

(1) 质点: $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times m\mathbf{a}$ (式中 $\mathbf{r}$ 是质点对参考点 O 的位矢)。

(2) 质点系: $\sum M_{iz} = \sum M_{it} + \sum M_{in} = J\alpha$ 。

(3) 单个质点转动惯量: $J = mr^2$ 。

(4) 质点系转动惯量: $J = \sum_{i=0}^n m_i r_i^2$, 式中 r_i 为 i 质点到轴的距离。

(5) 质量连续分布的刚体的转动惯量: $J = \int_m r^2 dm$ 。

三、刚体定轴转动的动能定律

1. 转动动能

刚体的转动动能: $E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$, 与 $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ 相比, 形式相似。

式中, m 描述质点的平动惯性, 称为惯性质量; J 描述刚体的转动惯性, 称为转动惯量。

2. 力矩的功

当刚体转过有限角时, 力矩的功为 $\int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta = \frac{1}{2} J \omega_2^2 - \frac{1}{2} J \omega_1^2$ 。

力矩对刚体所做的功, 等于刚体转动动能的增量。

四、刚体定轴转动的角动量定理和角动量守恒定律

1. 质点对固定点的角动量

(1) 定义: 动量为 $m\mathbf{v}$ 的质点, 对某参考点的角动量 $\mathbf{L}$, 等于质点对该参考点的位矢 $\mathbf{r}$ 与其动量 $m\mathbf{v}$ 的矢量积, 即

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$$

$\mathbf{L}$ 的单位: $\text{km} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ 。

(2) $\mathbf{L}$ 是相对量: $m\mathbf{v}$ 与参照系的选择有关, $\mathbf{r}$ 与参考点的选择有关。

2. 质点对点的角动量定理

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} \quad \text{或} \quad \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times m\mathbf{v})$$

即质点对某参考点的角动量对时间的变化率, 等于作用于质点的力 $\mathbf{F}$ 对该参考点的力矩——质点对固定点的角动量定理。

3. 质点的角动量守恒定律

若 $\mathbf{M} = 0$, 则 $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$ = 常矢量, 即作用于质点上的力 $\mathbf{F}$ 对某参考点的力矩为零时, 则质点对同一点的角动量守恒。

若质点只受到有心力的作用, 则该质点对力心的角动量一定守恒。

4. 刚体对轴的角动量定理以及守恒定律

1) 刚体对轴的角动量

刚体对定轴的角动量 $\mathbf{L}$ 等于刚体上所有质点对定轴的角动量之和。

$$\mathbf{L} = \int d\mathbf{L} = \int (dm) r^2 \omega = \left(\int r^2 dm \right) \omega = J\omega$$

2) 刚体对轴的角动量定理

$$\text{微分形式: } M = \frac{dL}{dt}$$

$$\text{积分形式: } \int_{t_1}^{t_2} M dt = \int_{t_1}^{t_2} d(J\omega) = J\omega_2 - J\omega_1$$

式中, $\int_{t_1}^{t_2} M_z dt$ 称为冲量矩。上式表示: 作用在刚体上的冲量矩, 等于刚体角动量的增量——刚体对轴的角动量定理。

3) 刚体对轴的角动量守恒定律

由刚体定轴转动角动量定理, 若 $M=0$, 刚体所受合外力矩等于零, 则

$$J\omega = J\omega_0$$

可知, 当外力对某轴的力矩为零, 则刚体对该轴角动量守恒。

经典例题

例 1 掷铁饼运动员手持铁饼转动 1.25 圈后松手, 此刻铁饼的速度大小达到 $v=25\text{m/s}$, 设转动时铁饼沿半径为 $R=1.0\text{m}$ 的圆周运动并且均匀加速。求:

- (1) 铁饼离手时的加速度;
- (2) 铁饼的角加速度;
- (3) 铁饼在手中加速的时间(把铁饼视为质点)。

解 (1) 铁饼离手时的角速度为

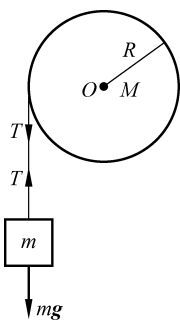
$$\omega = v/R = \frac{25\text{m/s}}{1.0\text{m}} = 25\text{rad/s}$$

(2) 铁饼的角加速度为

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\theta} = \frac{(25\text{rad/s})^2}{2 \times 2\pi \times 1.25\text{rad}} = 39.8\text{rad/s}^2$$

(3) 铁饼在手中加速的时间为

$$t = \frac{2\theta}{\omega} = \frac{2 \times 2\pi \times 1.25\text{rad}}{25\text{rad/s}} = 0.628\text{s}$$



例 2 解法一图

例 2 如图所示, 质量为 m 的物体与绕在定滑轮上的轻绳相连, 定滑轮质量 $M=2m$, 半径为 R , 转轴光滑, 设 $t=0$ 时 $v=0$, 求: (1) 物体的下落速度 v 与时间 t 的关系; (2) $t=4\text{s}$ 时 m 下落的距离; (3) 绳中的张力 T 。

解法一 m 视为质点, M 视为刚体(匀质圆盘)。作受力分析(如图所示)。

$$\begin{cases} mg - T = ma \\ RT = J\alpha \\ a = R\alpha \\ J = \frac{1}{2}MR^2 \end{cases}$$

(1) 由方程组可解得

$$a = \frac{m}{m + M/2}g = \frac{1}{2}g$$

物体作匀加速运动

$$v = v_0 + at = \frac{1}{2}gt$$

(2) 物体下落的距离为

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{4}gt^2$$

当 $t=4$ 时, $x = \frac{1}{4}g \times 4^2 = 4g = 39.2\text{m}$

(3) 绳中张力由方程组解得

$$T = \frac{1}{2}mg$$

解法二 以 $t=0$ 时物体所处位置为坐标原点 O , 以向下为 x 正方向(如图所示)。

(1) 由机械能守恒:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mgx \\ J = \frac{1}{2} \times 2mR^2 \\ v = \omega R \end{cases}$$

求得 $v^2 = gx$, 两边对 t 求导得

$$2v \frac{dv}{dt} = gv,$$

则

$$dv = \frac{g}{2}dt$$

上式积分

$$\int_0^v dv = \int_0^t \frac{g}{2} dt,$$

则

$$v = \frac{1}{2}gt$$

(2) 由 $v = \frac{1}{2}gt$, $v = \frac{dx}{dt}$, 得

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}gt, \quad dx = \frac{1}{2}gt dt$$

上式积分

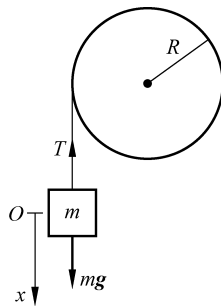
$$\int_0^x dx = \int_0^t \frac{1}{2}gt dt,$$

则

$$x = \frac{1}{4}gt^2$$

(3) 因为 m 作匀加速运动, 由 $v = \frac{1}{2}gt$, 以及 $v_0 = 0$ 得

$$a = \frac{1}{2}g, \quad mg - T = ma,$$



例2 解法二图

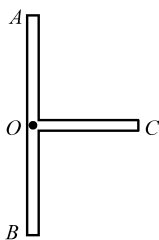
则

$$T = \frac{1}{2}mg$$

例 3 如图所示,丁字形物体由两根相互垂直且均匀的细杆构成, $OA=OB=OC=l$, OC 杆的质量与 AB 杆的质量均为 m ,可绕通过 O 点的垂直于物体所在平面的水平轴无摩擦地转动,开始时用手托住 C 使丁字形物体静止(OC 杆水平),然后释放。求:(1)释放瞬间丁字形物体的角加速度;(2)转过 90° 时的角加速度、角动量和转动动能。

解 (1) 丁字杆对垂直轴 O 的转动惯量为

$$J_0 = J_{OC} + J_{OAB} = \frac{1}{3}ml^2 + \frac{1}{12}m(2l)^2 = \frac{2}{3}ml^2$$



例 3 图

OC 杆水平时,物体对轴 O 的力矩 $M_0 = \frac{1}{2}mgl$,故由 $M = J\alpha$,可得丁字杆被释放瞬间的角加速度

$$\alpha = \frac{M_0}{J_0} = \frac{1}{2}mgl \frac{3}{2ml^2} = \frac{3g}{4l}$$

(2) 转过 90° 后,力矩 $M' = 0$,则 $\alpha' = 0$ 。由机械能守恒得

$$mg \frac{l}{2} = \frac{1}{2}J_0\omega^2$$

所以

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J_0}}$$

此时角动量为: $L = J_0\omega = \sqrt{mglJ_0} = ml\sqrt{\frac{2}{3}gl}$ 。

转动动能为: $E_k = \frac{1}{2}J_0\omega^2 = \frac{1}{2}mgl$ 。

基础训练

一、判断题(共 5 题)

1. 刚体作定轴转动,动点 M 在刚体内沿平行于转动轴的直线运动,若取刚体为动坐标系,则任一瞬时动点的牵连加速度都是相等的。 ()
2. 刚体作平面运动时,平面图形内两点的速度在任意轴上的投影相等。 ()
3. 刚体平行移动一定是刚体平面运动的一个特例。 ()
4. 作用在刚体上的一个力,可以从原来的作用位置平行移动到该刚体内任意指定点,但必须附加一个力偶,附加力偶的矩等于原力对指定点的矩。 ()
5. 若刚体内各点均作圆周运动,则此刚体的运动必是定轴转动。 ()

二、选择题(共 5 题)

1. 有两个力作用在一个有固定转轴的刚体上:

- ① 这两个力都平行于轴作用时,它们对轴的合力矩一定是零;
- ② 这两个力都垂直于轴作用时,它们对轴的合力矩可能是零;
- ③ 当这两个力的合力为零时,它们对轴的合力矩也一定是零;
- ④ 当这两个力对轴的合力矩为零时,它们的合力也一定是零。

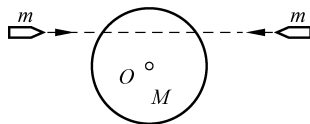
在上述说法中,()。

- A. 只有①是正确的
B. ①②正确,③④错误
C. ①②③都正确,④错误
D. ①②③④都正确

2. 关于刚体的转动惯量,下列说法中正确的是()。

- A. 只取决于刚体的质量,与质量的空间分布和轴的位置无关
B. 取决于刚体的质量和质量的空间分布,与轴的位置无关
C. 取决于刚体的质量、质量的空间分布和轴的位置
D. 只取决于转轴的位置,与刚体的质量和质量的空间分布无关

3. 一圆盘正绕垂直于盘面的水平光滑固定轴 O 转动,如图所示,射来两个质量相同,速度大小相同,方向相反并在一条直线上的子弹,子弹射入圆盘并且留在盘内,则子弹射入后的瞬间,圆盘的角速度 ω ()。



题3图

- A. 增大
B. 不变
C. 减小
D. 不能确定

4. 在恒力矩 $12\text{N} \cdot \text{m}$ 作用下,转动惯量为 $4\pi\text{kg} \cdot \text{m}^2$ 的圆盘从静止开始转动,当转过1周时,圆盘转动角速度为()rad/s。

- A. $\sqrt{3}$
B. $2\sqrt{3}$
C. $\sqrt{6}$
D. $2\sqrt{6}$

5. 一人造地球卫星到地球中心 O 的最大距离和最小距离分别是 R_A 和 R_B ,设卫星对应的角动量分别是 L_A 、 L_B ,动能分别是 E_{kA} 、 E_{kB} ,则应有()。

- A. $L_B > L_A, E_{kA} > E_{kB}$
B. $L_B > L_A, E_{kA} = E_{kB}$
C. $L_B = L_A, E_{kA} = E_{kB}$
D. $L_B < L_A, E_{kA} = E_{kB}$
E. $L_B = L_A, E_{kA} < E_{kB}$

三、填空题(共5题)

1. 三个质量均为 m 的质点,位于边长为 a 的等边三角形的三个顶点上。此系统对通过三角形中心并垂直于三角形平面的轴的转动惯量 $J_0 =$ _____,对通过三角形中心且平行于其一边的轴的转动惯量为 $J_A =$ _____,对通过三角形中心和一个顶点的轴的转动惯量为 $J_B =$ _____。

2. 两个质量分布均匀的圆盘 A 和 B 的密度分别为 ρ_A 和 ρ_B ($\rho_A > \rho_B$),且两圆盘的总质量和厚度均相同,设两圆盘对通过盘心且垂直于盘面的轴的转动惯量分别为 J_A 和 J_B ,则有 J_A _____ J_B 。(填 $>$ 、 $<$ 或 $=$)

3. 半径为 $r = 1.5\text{m}$ 的飞轮,初角速度 $\omega_0 = 10\text{rad/s}$,角加速度 $\alpha = -5\text{rad/s}^2$,若初始时刻角位移为零,则在 $t =$ _____ 时角位移再次为零,而此时边缘上点的线速度 $v =$ _____。

4. 一作定轴转动的物体,对转轴的转动惯量 $J = 3.0\text{kg} \cdot \text{m}^2$,角速度 $\omega_0 = 6.0\text{rad/s}$ 。现对物体加一恒定的制动力矩 $M = -12\text{N} \cdot \text{m}$,当物体的角速度减慢到 $\omega = 2.0\text{rad/s}$ 时,物体已转过了角度 $\Delta\theta =$ _____。

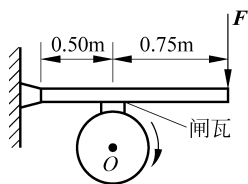
5. 两个滑冰运动员的质量均为 70kg ,面对面均以 6.5m/s 的速率沿相反的方向滑行,滑行路线间的垂直距离为 10m ,当彼此交错时,各抓住一条 10m 长的绳索的一端,然后相对旋转,则抓住绳索之后各自对绳中心的角动量 $L =$ _____;它们各自收拢绳索,到绳长为 5m 时,各自的速率 $v =$ _____。

四、计算题(共 3 题)

1. 半径为 30cm 的飞轮,从静止开始以 0.5rad/s^2 的角加速度作匀角加速转动,则飞轮边缘上一点在飞轮转过 240° 时的切向加速度和法向加速度分别为多少?

2. 飞轮的质量 $m = 60\text{kg}$,半径 $R = 0.25\text{m}$,绕其水平中心轴 O 转动,转速为 $900\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$ 。现利用一制动的闸杆,在闸杆的一端加一竖直方向的制动力 F ,可使飞轮减速。已知闸杆的尺寸如图所示,闸瓦与飞轮之间的摩擦因数 $\mu = 0.4$,飞轮的转动惯量可按匀质圆盘计算。试求:

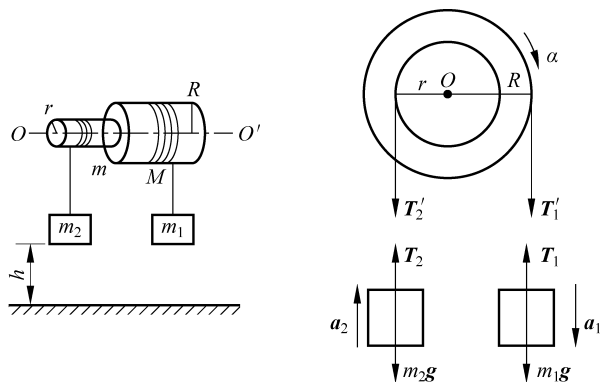
- (1) 设 $F = 100\text{N}$,可使飞轮在多长时间停止转动? 在这段时间里飞轮转了几转?
- (2) 如果在 2s 内飞轮转速减少一半,需加多大的力 F ?



题 2 图

3. 固定在一起的两个同轴均匀圆柱体可绕其光滑的水平对称轴 OO' 转动。设大小圆柱体的半径分别为 R 和 r , 质量分别为 M 和 m , 绕在两柱体上的细绳分别与质量为 m_1 和 m_2 物体相连, m_1 和 m_2 则挂在圆柱体的两侧, 如图所示。设 $R=0.20\text{m}$, $r=0.10\text{m}$, $m=4\text{kg}$, $M=10\text{kg}$, $m_1=m_2=2\text{kg}$, 且开始时 m_1, m_2 离地均为 $h=2\text{m}$ 。求:

- (1) 柱体转动时的角加速度;
- (2) 两侧细绳的张力。



题3图

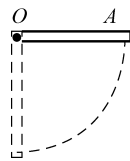
拓展提高

一、选择题(共2题)

1. (2013年北京科技大学考研真题)有一半径为 R 的水平圆转台, 可绕通过其中心的竖直固定光滑轴转动, 转动惯量为 J , 开始时转台以匀角速度 ω_0 转动, 此时有一质量为 m 的人站在转台中心, 随后人沿半径向外跑去, 当人到达转台边缘时, 转台的角速度为()。

- A. $\frac{J}{J+mR^2}\omega_0$
- B. $\frac{J}{(J+m)R^2}\omega_0$
- C. $\frac{J}{mR^2}\omega_0$
- D. ω_0

2. (2013 年南昌大学考研真题) 均匀细棒 OA 可绕通过其一端点 O 而与棒垂直的水平固定光滑轴转动, 如图所示。今使棒从水平位置由静止开始自由下落, 在棒摆动到竖直位置的过程中, 下述说法正确的是()。



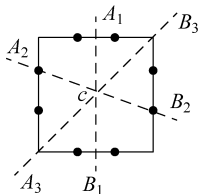
题 2 图

- A. 角速度从小到大, 角加速度从大到小
- B. 角速度从小到大, 角加速度从小到大
- C. 角速度从大到小, 角加速度从大到小
- D. 角速度从大到小, 角加速度从小到大

二、填空题(共 2 题)

1. 一圆盘绕一固定轴转动, 初始角速度为 ω_0 , 转动惯量为 J 。设它所受的阻力矩与转动角速度成正比, 即 $M = -k\omega$ (k 为正的常量), 则圆盘的角速度从 ω_0 变为 $\omega_0/3$ 时所需要的时间 $t =$ _____。

2. (第 34 届全国大学物理竞赛真题) 如图所示, 在边长为 $3a$, 质量为 m 的均匀正方形薄板上, 过板的中心点 c 设置三条转轴 A_1B_1 、 A_2B_2 、 A_3B_3 。它们各自对应的转动惯量记为 J_1 、 J_2 、 J_3 , 其大小排列关系(用 $>$ 、 $=$ 、 $<$ 号表示)为 _____; 且有 $J_1 + J_2 =$ _____ J_3 。



题 2 图

三、计算题(共 2 题)

1. (第 33 届全国大学物理竞赛真题) 一均匀木杆, 质量为 $m_1 = 1\text{kg}$, 长为 $l = 0.4\text{m}$, 可绕通过它的中点且与杆身垂直的光滑水平固定轴, 在竖直平面内转动。设杆静止于竖直位置时, 一质量为 $m_2 = 10\text{g}$ 的子弹在距杆中点 $l/4$ 处穿透木杆(穿透所用时间不计), 子弹初速度的大小 $v_0 = 200\text{m/s}$, 方向与杆和轴均垂直。子弹穿出后速度大小减为 $v = 50\text{m/s}$, 但方向未变, 求子弹刚穿出的瞬时, 杆的角速度的大小。(木杆绕通过中点的垂直轴的转动惯量 $J = m_1 l^2 / 12$)

2. (2012 年南京航空航天大学考研真题) 一个质量均匀分布的圆盘质量为 m 、半径为 R , 放在粗糙的水平面上, 圆盘可绕通过其中心 O 的光滑轴转动, 圆盘与粗糙水平面间的摩擦系数为 μ , 开始时圆盘处于静止状态, 质量为 m' 的子弹以水平速度 v_0 垂直于圆盘半径打入圆盘并嵌入其中。试求: (1) 子弹击中圆盘后, 圆盘获得的角速度大小; (2) 经过多长时间圆盘停止转动?

四、思考题(共 2 题)

1. 绕固定轴作匀变速转动的刚体, 其上各点都绕转轴作圆周运动。试问: 刚体上任意一点是否有切向加速度? 是否有法向加速度? 切向加速度和法向加速度的大小是否变化? 理由如何?

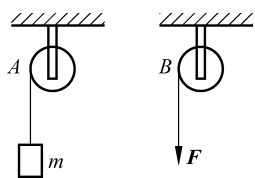
2. 一个有竖直光滑固定轴的水平转台。某人站立在转台上,身体的中心轴线与转台竖直轴线重合,两臂伸开后双手各举着一个哑铃。当转台转动时,此人把两哑铃水平地收缩到胸前。在这一收缩过程中,

- (1) 转台、人与哑铃以及地球组成的系统机械能守恒否? 为什么?
- (2) 转台、人与哑铃组成的系统角动量守恒否? 为什么?
- (3) 每个哑铃的动量与动能守恒否? 为什么?

力学模块测验题

一、选择题(共 5 题, 20 分)

1. 如图所示, A 、 B 为两个相同的绕着轻绳的定滑轮。 A 滑轮挂一质量为 m 的物体, B 滑轮受拉力 F 作用, 而且 $F = mg$ 。 设 A 、 B 两滑轮的角加速度分别为 α_A 和 α_B , 不计滑轮轴的摩擦, 则有()。



题 1 图

A. $\alpha_A = \alpha_B$

B. $\alpha_A > \alpha_B$

C. $\alpha_A < \alpha_B$

D. 开始时 $\alpha_A = \alpha_B$, 以后 $\alpha_A < \alpha_B$

2. 关于刚体对轴的转动惯量, 下列说法中错误的是()。

A. 转动惯量是刚体转动惯性大小的量度

B. 转动惯量是刚体的固有属性, 具有不变的量值

C. 转动惯量是标量, 对于给定的转轴, 刚体顺时针转动和逆时针转动, 其转动惯量的数值相同

D. 转动惯量是相对量, 随转轴选取的不同而不同

3. 一轻绳跨过一具有水平光滑轴、质量为 M 的定滑轮, 绳的两端分别悬有质量为 m_1 和 m_2 的物体 ($m_1 < m_2$, m_1 在左, m_2 在右), 绳与轮之间无相对滑动。若某时刻滑轮沿逆时针方向转动, 则绳中的张力()。

A. 处处相等

B. 左边大于右边

C. 右边大于左边

D. 哪边大无法判断

4. 花样滑冰运动员绕通过自身的竖直轴转动, 开始时两臂伸开, 转动惯量为 J_0 , 角速度为 ω_0 。 然后她将两臂收回, 使转动惯量减少为 $\frac{1}{3}J_0$ 。 这时她转动的角速度变为()。

A. $\frac{1}{3}\omega_0$

B. $(1/\sqrt{3})\omega_0$

C. $\sqrt{3}\omega_0$

D. $3\omega_0$

5. 一飞机相对于空气的速率为 200km/h , 风速为 56km/h , 方向从西向东, 地面雷达测得飞机速度大小为 192km/h , 方向是()。

A. 南偏西 16.3°

B. 北偏东 16.3°

C. 向正南或向正北

D. 西偏东 16.3°

E. 东偏南 16.3°

二、填空题(共 5 题, 30 分)

1. 有一质点作直线运动, 运动方程为 $x = 4.5t^2 - 2t^3$ (SI), 则第 2s 内的平均速度为 _____; 第 2s 末的瞬间速度为 _____, 第 2s 内的路程为 _____。

2. 绕定轴转动的飞轮均匀地减速, $t = 0$ 时角速度为 $\omega_0 = 5\text{rad/s}$, $t = 20\text{s}$ 时角速度为 $\omega = 0.8\omega_0$, 则飞轮的角加速度 $\alpha =$ _____, $t = 0$ 到 $t = 100\text{s}$ 时间内飞轮所转过的角度 $\theta =$ _____。

3. 半径为 30cm 的飞轮, 从静止开始以 $0.50\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$ 的匀角加速度转动, 则飞轮边缘上一点在飞轮转过 240° 时的切向加速度 $a_t =$ _____, 法向加速度 $a_n =$ _____。

4. 一个作定轴转动的物体,对转轴的转动惯量为 J ,正以角速度 $\omega_0 = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 匀速转动。现对物体施加一恒定制动力矩 $M = -0.5 \text{ N} \cdot \text{m}$,经过时间 $t = 5.0 \text{ s}$ 后,物体停止了转动,则物体的转动惯量 $J =$ _____。

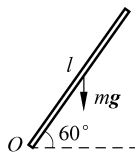
5. 在 $t = 0$ 时,质量为 3 kg 的物体位于 $\mathbf{r}_0 = 5\mathbf{i}$ 处,其速度为 $\mathbf{v}_0 = 10\mathbf{j} \text{ (m/s)}$,若其不受外力作用,则该物体在 t 时刻的位置矢量 $\mathbf{r} =$ _____, $t = 0 \text{ s}$ 时相对原点的角动量 $\mathbf{L}_0 =$ _____, $t = 12 \text{ s}$ 时相对原点的角动量 $\mathbf{L} =$ _____。

三、计算题(共 3 题,50 分)

1. 设合外力 $\mathbf{F} = 7\mathbf{i} - 6\mathbf{j} \text{ (N)}$,当一质点从原点运动到 $\mathbf{r} = -3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 16\mathbf{k} \text{ (m)}$ 时,(1)求 $\mathbf{F}$ 所做的功;(2)如果质点到 $\mathbf{r}$ 处时需 0.6 s ,试求平均功率;(3)如果质点的质量为 1 kg ,试求动能的变化。(15 分)

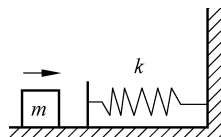
2. 如图所示,一长为 1 m 的均匀直棒可绕过其一端且与棒垂直的水平光滑固定轴转动。抬起另一端使棒向上与水平面成 60° ,然后无初转速地将棒自由释放。已知棒对轴的转动惯量为 $\frac{1}{3}ml^2$,其中 m 和 l 分别为棒的质量和长度。求:

- (1) 放手时棒的角加速度;
- (2) 棒转到水平位置时的角加速度。(15 分)



题 2 图

3. 如图所示,质量 m 为 0.1 kg 的木块,在一个水平面上和一个劲度系数 k 为 20 N/m 的轻弹簧碰撞,木块将弹簧由原长压缩了 $x = 0.4 \text{ m}$ 。假设木块与水平面间的滑动摩擦因数 μ_k 为 0.25 ,问在将要发生碰撞时木块的速率 v 为多少?(20 分)



题 3 图