

本章学习目标

- (1) 掌握库所/变迁 Petri 网的基本概念、基本性质。
- (2) 掌握库所/变迁 Petri 网的可达标识图、关联矩阵和状态方程等相关分析方法。
- (3) 掌握库所/变迁 Petri 网的基本应用。
- (4) 掌握谓词/变迁 Petri 网和着色 Petri 网的基本概念。

Petri 网是德国著名学者 C. A Petri (1926—2010) 于 1962 年在其博士论文 *Kommunikation mit Automaten* (《用自动机通信》) 中首次提出的, 它是一种以物理学为基础, 用计算机科学语言提出的系统模型。Petri 网作为一种集图形化与数学化于一体的建模工具, 既可以通过直观的图形刻画系统的结构, 又可以引入数学方法对其性质进行分析。作为最早的通用并发模型, Petri 网在计算机、自动化等领域得到了广泛的研究和应用, 是并发系统建模和分析的一种重要工具。

Petri 网可分为库所/变迁 Petri 网和高级 Petri 网两类。高级 Petri 网包括谓词/变迁 Petri 网、着色 Petri 网、随机 Petri 网、时间 Petri 网及混成 Petri 网等。限于篇幅, 本章主要讨论库所/变迁 Petri 网的基本定义、性质及分析方法, 并对谓词/变迁 Petri 网及着色 Petri 网进行简要介绍。

5.1 库所/变迁 Petri 网

库所/变迁 Petri 网又称 P/T_网, 它是一类以描述资源在系统中的流动为特征的网系统。物质流、数据流和信息流均为网系统中的“资源流”。资源在库所中的分布称为网的标识, 网结构加上初始标识就是网系统。标识决定变迁能否发生, 变迁的规则则决定标识的变化。规定标识和变迁之间依存关系的法则称为变迁规则。网结构和标识给出了网系统的静态结构, 变迁规则给出了网系统的动态行为。

5.1.1 基本概念

定义 5.1 Petri 网结构是一个由库所集 P , 变迁集 T 和流关系 F 构成的有向网 $N = (P, T; F)$, 其中:

- (1) $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ 为有限库所集合。
- (2) $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ 为有限变迁集合 ($P \cup T \neq \emptyset, P \cap T = \emptyset$)。
- (3) $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ 为流关系。

(4) $\text{dom}(F) \cup \text{cod}(F) = P \cup T$ (无孤立元素)。其中,

$$\text{dom}(F) = \{x \in P \cup T \mid \exists y \in P \cup T: (x, y) \in F\}$$

$$\text{cod}(F) = \{y \in P \cup T \mid \exists x \in P \cup T: (x, y) \in F\}$$

$\text{dom}(F)$ 代表 F 的定义域; $\text{cod}(F)$ 代表 F 的值域。

库所集和变迁集是网的基本成分,流关系是在它们的基础上构造出来的,所以在 P 、 T 和 F 之间使用分号(;)隔开。库所和变迁是两类不同的元素,所以 $P \cap T = \emptyset$, 而 $P \cup T \neq \emptyset$ 表示网中至少有一个元素。库所中存放资源,资源的流动由流关系规定,所以变迁只能与库所有直接的流关系 $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$, 不参与任何变迁的库所表现为孤立的 P 元素,不引起资源流动的变迁表现为孤立的 T 元素, $\text{dom}(F) \cup \text{cod}(F) = P \cup T$ 规定网中不能有孤立元素。

定义 5.2 设 $N = (P, T; F)$ 为一个网, $x \in P \cup T$:

(1) $\cdot x = \{y \mid y \in P \cup T \wedge (y, x) \in F\}$ 称为 x 的前集(pre-set)。

(2) $x \cdot = \{y \mid y \in P \cup T \wedge (x, y) \in F\}$ 称为 x 的后集(post-set)。

(3) $\cdot x \cup x \cdot$ 称为元素 x 的外延。

若是有库所 $p \in P$ 和变迁 $t \in T$ 满足 $p \in \cdot t \cap t \cdot$, 那么在变迁 t 发生时库所 p 既会失去令牌又会得到令牌。把没有这种结构的网称为单纯网(pure net), 简称纯网。若是 $\exists x, y \in P \cup T, x \neq y$ 但 $\cdot x = \cdot y \wedge x \cdot = y \cdot$, 那么无论从网结构上还是从行为上, x 和 y 都无法被区分, 把不包含这种元素的网称为简单网。

定义 5.3 对于一个 Petri 网结构, 其中 $X = P \cup T$:

(1) 若 $\forall x \in X: \cdot x \cap x \cdot = \emptyset$, 则 N 为单纯网。

(2) 若 $\forall x, y \in X: \cdot x = \cdot y \wedge x \cdot = y \cdot \Rightarrow x = y$, 则 N 为简单网。

(3) 通常用 $|D|$ 表示集合 D 的元素个数, 若 D 为无限集合, 则 $|D| = \infty$ 。

网结构是系统的结构框架,活动在框架上的是系统中流动的资源。从网到网系统的过程必须指明资源的初始分布,规定框架的活动规则,即库所的容量与资源的关系。

定义 5.4 (Petri 网系统的定义) 库所/变迁 Petri 网系统, 简称 Petri 网系统, 可定义为一个六元组 $\text{PN} = (P, T; F, \mathbf{K}, \mathbf{W}, \mathbf{M}_0)$, 其中:

(1) $N = (P, T; F)$ 为 Petri 网结构。

(2) $\mathbf{K}: P \rightarrow \mathbf{Z}^+ \cup \{\infty\}$ 为库所的容量函数, 规定了库所的容量。对于任意库所 $p \in P$, $\mathbf{K}(p)$ 表示标识向量 $\mathbf{K}$ 中库所 p 对应的分量, 若 $\mathbf{K}(p) = \infty$ 表示库所 p 的容量没有限制。

(3) $\mathbf{W}: F \rightarrow \mathbf{Z}^+$ (正整数集合) 称为 PN 上的权函数, 对于 $f = (x, y) \in F$, $\mathbf{W}(f)$ 为弧的权, 规定了令牌传递中的加权系数。

(4) $\mathbf{M}_0: P \rightarrow \mathbf{Z}$ (非负整数集合) 是库所集合上的初始标识(marking)向量。对于任一库所 $p \in P$, $\mathbf{M}_0(p)$ 表示标识向量 $\mathbf{M}_0$ 中库所 p 对应的分量, 称为库所 p 上的标识或者令牌数目, 并且必须满足 $\mathbf{M}_0(p) \leq \mathbf{K}(p)$, $\mathbf{M}_0$ 为初始标识向量。

在 Petri 网的图形表示中, 对于 $f \in F$, 如果 $\mathbf{W}(f) > 1$ 时, 则需要将 $\mathbf{W}(f)$ 标注在弧上, 否则可以省略 $\mathbf{W}(f)$ 的标注; 当一个库所的容量 $\mathbf{K}(p)$ 为无穷时, 可以省略库所容量的标注, 否则需要将库所的容量 $\mathbf{K}(p)$ 标注在库所旁。令牌使用黑点表示, 同一个库所中的多个标记代表同一类完全等价的个体。标识向量表示了令牌在库所中的分布。

例 5.1 在如图 5-1 所示的 Petri 网系统中, $\mathbf{W}(t_2, P_3) = \mathbf{W}(t_3, P_5) = \mathbf{W}(P_5, t_4) =$

$W(t_4, P_6)=3, W(t_1, P_4)=W(P_3, t_4)=2$, 未被标注的弧的权值都默认为 1; $K(P_2)=5$, $K(P_5)=4$, 其余未被标注的库所的容量都默认为无穷。

例 5.2 如图 5-2 所示的四季变迁系统 Petri 网系统模型, 其中库所 P_1, P_2, P_3, P_4 分别表示当前处于春季、夏季、秋季、冬季, 当库所中存在令牌则表示处于该库所对应的季节, 例如初始标识为 $M_0=(1,0,0,0)$, 表示当前处于春季。变迁 t_1, t_2, t_3, t_4 则表示季节的变迁, 如变迁 t_1 的发生表示由春天到夏天的季节变迁。

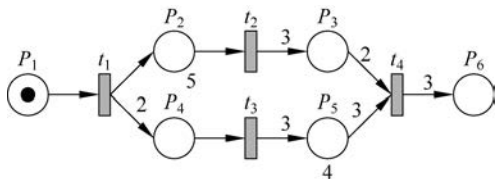


图 5-1 Petri 网系统实例

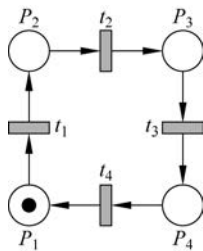


图 5-2 四季变迁系统 Petri 网系统模型

定义 5.5(变迁使能条件) 变迁 $t \in T$ 在标识 M 下的使能条件是: $\forall p \in {}^{\bullet}t: M(p) \geq W(p, t) \wedge \forall p \in t^{\bullet}: M(p) + W(t, p) \leq K(p)$, t 在标识 M 下的使能记作 $M[t >]$, 也称 M 授权(enables) t 可发生或者 t 在 M 授权下(enabled)可发生。

定义 5.6(变迁发生规则) 若是 $M[t >]$, 即 t 在 M 下可以发生, 变迁 t 的发生将使库所中的令牌重新分布, 从而将标识 M 变成后继标识(successor) M' , M' 的定义是: 对 $\forall p \in P$, 有

$$M'(p) = \begin{cases} M(p) - W(p, t), & p \in {}^{\bullet}t - t^{\bullet} \\ M(p) + W(t, p), & p \in t^{\bullet} - {}^{\bullet}t \\ M(p) - W(p, t) + W(t, p), & p \in {}^{\bullet}t \cap t^{\bullet} \\ M(p), & \text{其他} \end{cases}$$

${}^{\bullet}t$ 和 $t^{\bullet}$ 分别代表变迁 t 的输入库所集和输出库所集, 即一个使能变迁的发生导致从它的所有输入库所中移除令牌, 在它的输出库所中产生令牌。另外, 变迁的发生是一个原子操作, 从输入库所中移除令牌和在输出库所中产生令牌是一个不可分割的原子操作。

应当注意到, Petri 网模型的状态转换是局部的, 它仅涉及一个变迁通过输入和输出弧所连接的库所的状态变化, 换言之, Petri 网系统的全局状态不是变迁的控制因素, 这是 Petri 网的一个关键特性, 利用这个特性可以容易地描述并发系统。

例 5.3 如图 5-3 所示的 Petri 网系统实例, 在初始阶段只有库所 P_2 拥有唯一的令牌, 变迁 t_2 和 t_4 在初始标识 M_0 下使能, 即 $M_0[t_2 >]$ 或 $M_0[t_4 >]$ 。在这种情况下, 令牌的变化就存在两种可能的情况: t_2 发生或 t_4 发生。也就是说, 在给定 Petri 网的初始标识向量后, 其演化过程具有不确定性。在图 5-3 的标识 M_0 下, 变迁 t_2 发生得到的下一个状态

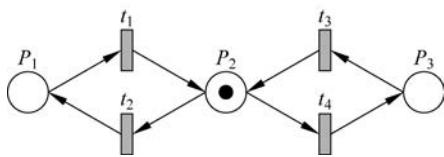


图 5-3 Petri 网系统实例

如图 5-4(a)所示, 变迁 t_4 发生得到的下一个状态如图 5-4(b)所示。在图 5-4(a)的状态下, 变迁 t_1 具有发生权, t_1 的发生将使系统返回初始状态; 在图 5-4(b)的状态下, 变迁 t_3 具有发生权, t_3 的发生也将使系统返回初始状态。

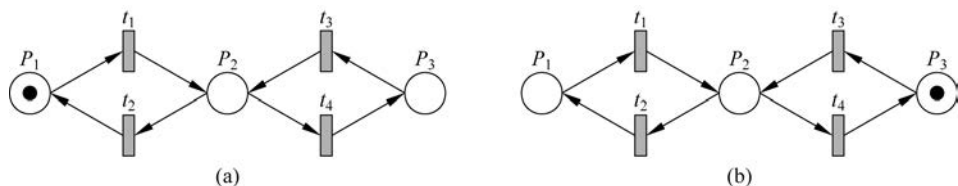


图 5-4 Petri 网系统行为演化实例

需要注意的是,一个没有任何输入库所的变迁被称为源变迁,一个源变迁是无条件具有发生权的,并且一个源变迁的发生只会产生令牌而不会消耗令牌;一个没有任何输出库所的变迁被称为阱变迁,一个阱变迁的发生只会消耗令牌而不会产生任何令牌。

Petri 网是一种直观的图形化建模工具,具有丰富的结构描述能力,下面介绍 4 种 Petri 网系统的基本结构。

(1) 顺序结构。

设 M 为 Petri 网 PN 的一个标识,若存在 t_1 和 t_2 使 $M[t_1 > M']$, 且 $\neg M[t_2 > M']$, 则称 t_1 和 t_2 在 M 下有顺序关系,如图 5-5 所示。

(2) 并发结构。

设 M 为 Petri 网 PN 的一个标识,若存在 t_1 和 t_2 使 $M[t_1 >]$ 和 $M[t_2 >]$, 并满足 $M[t_1 > M_1] \Rightarrow M_1[t_2 >]$, 且 $M[t_2 > M_2] \Rightarrow M_2[t_1 >]$, 则称 t_1 和 t_2 在 M 下并发,如图 5-6 所示。

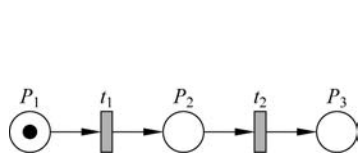


图 5-5 Petri 网系统的顺序结构

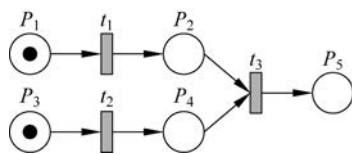


图 5-6 Petri 网系统的并发结构

(3) 冲突结构。

设 M 为 Petri 网 PN 的一个标识,若存在 t_1 和 t_2 , 使 $M[t_1 >]$ 和 $M[t_2 >]$, 并满足 $M[t_1 > M_1] \Rightarrow \neg M_1[t_2 >]$, 且 $M[t_2 > M_2] \Rightarrow \neg M_2[t_1 >]$, 则称 t_1 和 t_2 在 M 下冲突,如图 5-7 所示。

(4) 混惑结构。

当同时存在着并发和冲突,而且并发变迁的发生会引起冲突的消失或出现,在如图 5-8 所示的 Petri 网中,变迁 t_1 和 t_3 是两个并发变迁,若是 t_3 先于 t_1 发生,则 t_2 获得发生权,而且 t_1 和 t_2 处于竞争资源的冲突状态。若 t_2 先发生,则 t_1 就失去了曾经拥有的发生权。如果在 t_1 和 t_2 的冲突中让 t_1 发生,则 P_5 获得令牌,系统达到最终状态 $M' = (0, 0, 1, 0, 1, 0)$, 从初始状态 $M_0 = (1, 1, 0, 1, 0, 0)$ 到达最终状态 $M' = (0, 0, 1, 0, 1, 0)$ 的另一种可能是 t_1 先发生,然后 t_3 发生,或者 t_1 和 t_3 并发也到达最终状态,后两种情况都不会出现冲突。也就是说,从初始状态 $M_0 = (1, 1, 0, 1, 0, 0)$ 到达最终状态 $M' = (0, 0, 1, 0, 1, 0)$, 无法判断期间是否出现过冲突,像这样并发和冲突混合在一起产生的困惑,使人无法从最终态判断是否有冲突发生,这

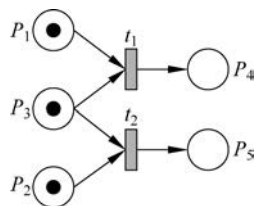


图 5-7 Petri 网系统的冲突结构

种现象称为“混惑”,如图 5-8 所示。

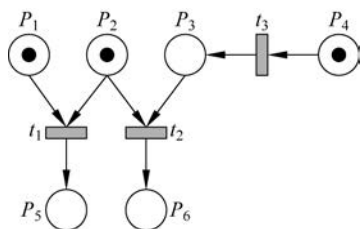


图 5-8 Petri 网系统的混惑结构

5.1.2 基本性质

Petri 网的基本性质可以分为两类:与初始标识相关的和与初始标识无关的。前者被称为标识有关性或者行为性质,后者被称为标识无关性或者结构性性质。

行为性质主要包括:

(1) 可达性。

设 $PN=(P, T; F, \mathbf{M}_0)$ 为一个 Petri 网系统。如果存在 $t \in T$, 使 $\mathbf{M}[t > \mathbf{M}']$, 则称 $\mathbf{M}'$ 为从 $\mathbf{M}$ 直接可达的。如果存在变迁序列 $t_1, t_2, \dots, t_k$ 和标识序列 $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_k$, 使

$$\mathbf{M}[t_1 > \mathbf{M}_1][t_2 > \mathbf{M}_2] \dots [t_k > \mathbf{M}_k]$$

则称 $\mathbf{M}_k$ 为从 $\mathbf{M}$ 可达的, 一切从 $\mathbf{M}$ 可达的标识的集合记为 $R(\mathbf{M})$ 。可达性是 Petri 网最基本的动态性质, 许多性质都要通过可达性来定义。

(2) 可逆性。

设 $PN=(P, T; F, \mathbf{M}_0)$ 为一个 Petri 网系统, $\mathbf{M} \in R(\mathbf{M}_0)$ 。如果 $\forall \mathbf{M}' \in R(\mathbf{M})$, 都有 $\mathbf{M} \in R(\mathbf{M}')$, 则称 $\mathbf{M}$ 为 PN 的一个可返回标识或一个家态。可逆性反映了系统的可回复性。

(3) 可覆盖性。

设 $PN=(P, T; F, \mathbf{M}_0)$ 为一个 Petri 网系统, $\mathbf{M}$ 为网的一个标识。若 $\exists \mathbf{M}' \in R(\mathbf{M}_0)$, 对 $\forall p \in P$, 有 $\mathbf{M}(p) \leq \mathbf{M}'(p)$, 则称 $\mathbf{M}$ 为 PN 的一个可覆盖标识。

(4) 有界性与安全性。

设 $PN=(P, T; F, \mathbf{M}_0)$ 为一个 Petri 网系统, $p \in P$ 。若存在正整数 B , 使 $\forall \mathbf{M} \in R(\mathbf{M}_0): \mathbf{M}(p) \leq B$, 则称库所 p 为有界的, 并称满足此条件的最小正整数 B 为库所 p 的界, 记为 $B(p)$, 即 $B(p) = \min\{B \mid \forall \mathbf{M} \in R(\mathbf{M}_0): \mathbf{M}(p) \leq B\}$ 。

当 $B(p)=1$ 时, 称库所 p 为安全的。若 $\forall p \in P$ 都是有界的, 则称 PN 为有界 Petri 网系统。称 $B(PN) = \max\{B(p) \mid p \in P\}$ 为 PN 的界。当 $B(PN)=1$ 时, 称 PN 为安全的。

有界性反映被模拟系统运行过程中对有关资源的容量要求。

(5) 活性。

设 $PN=(P, T; F, \mathbf{M}_0)$ 为一个 Petri 网系统, $\mathbf{M}_0$ 为初始标识, $t \in T$ 。如果任意 $\mathbf{M} \in R(\mathbf{M}_0)$, 都存在 $\mathbf{M}' \in R(\mathbf{M})$, 使 $\mathbf{M}'[t >$, 则称变迁 t 为活的。如果 $\forall t \in T$ 都是活的, 则称 PN 为活的 Petri 网系统。活性概念的提出是为了检测系统运行中是否会出现死锁状态。

(6) 公平性。

设 $PN=(P, T; F, \mathbf{M}_0)$ 为一个 Petri 网系统, $t_1, t_2 \in T$ 。如果存在正整数 k , 使得

$\forall \mathbf{M} \in R(\mathbf{M}_0)$ 和 $\forall \sigma \in T^* : \mathbf{M}[\sigma >$ 都有

$$\#(t_i/\sigma) = 0 \rightarrow \#(t_j/\sigma) \leq k, \quad i, j \in \{1, 2\} \quad \text{且} \quad i \neq j$$

则称 t_1 和 t_2 处于公平关系。其中, $\#(t_i/\sigma)$ 表示在序列 σ 中 t_i 出现的次数。如果 PN 中任意两个变迁都处于公平关系, 则称 PN 为公平 Petri 网系统。公平性主要针对某些存在无限运行序列的网系统。

(7) 持续性。

设 $\text{PN} = (P, T; F, \mathbf{M}_0)$ 为一个 Petri 网系统。如果对任意 $\mathbf{M} \in R(\mathbf{M}_0)$ 和任意 $t_1, t_2 \in T (t_1 \neq t_2)$ 有

$$(\mathbf{M}[t_1 > \wedge \mathbf{M}[t_2 > \mathbf{M}' \rightarrow \mathbf{M}'[t_1 >$$

则称 PN 为一个持续网系统。

Petri 网的结构性质由网的结构(基网)确定, 而与网的初始标识无关。结构性质主要包括:

(1) 结构有界性。

设 $N = (P, T; F)$ 为一个网, 如果对 N 赋予任意初始标识 $\mathbf{M}_0$ 。网系统 $(N, \mathbf{M}_0)$ 都是有界的, 则称 N 为结构有界网。

(2) 结构守恒性。

设 $N = (P, T; F)$ 为一个网。如果存在一个 $m (m = |P|)$ 维正整数权向量 $\mathbf{Y} = [y(1), y(2), \dots, y(m)]^T$, 使对 N 的任一初始标识 $\mathbf{M}_0$ 和任意 $\mathbf{M} \in R(\mathbf{M}_0)$ 都有

$$\sum_{j=1}^m \mathbf{M}(p_j) \mathbf{Y}(j) = \sum_{j=1}^m \mathbf{M}_0(p_j) \mathbf{Y}(j)$$

则称 N 为守恒的。特别地, 当 $\mathbf{Y} = [1, 1, \dots, 1]^T$ 时, 有

$$\sum_{j=1}^m \mathbf{M}(p_j) = \sum_{j=1}^m \mathbf{M}_0(p_j)$$

这时称 N 为严格守恒的。若 N 为守恒网, 则必为有界网。

(3) 结构活性。

设 $N = (P, T; F)$ 为一个网, 若存在活的初始标识 $\mathbf{M}_0$, 则称 N 为结构活的。

(4) 结构可重复性。

设 $N = (P, T; F)$ 为一个网。若存在 N 的一个初始标识 $\mathbf{M}_0$ 和一个无限的变迁序列 σ , 使得 $\mathbf{M}_0[\sigma >$, 且 $\forall t \in T$ 在 σ 中无限多次出现, 则称 N 为可重复的。

(5) 结构公平性。

设 $N = (P, T; F)$ 为一个网。如果对任意初始标识 $\mathbf{M}_0$, 网系统 $(N, \mathbf{M}_0)$ 都是一个公平 Petri 网系统, 则称 N 为一个公平网。

5.1.3 分析方法

对于一般的系统来说, 可以通过观察其运行过程得到它的一些性质。然而观察运行的方法对于像 Petri 网一样的复杂系统并不适用, 为了能够正确分析 Petri 网模型的性质及性能, 需要一些更加完备的分析方法。Petri 网问世至今, 研究人员提出了许多基于 Petri 网的分析方法, 主要有可达标识图、覆盖树、关联矩阵、状态方程等。

(1) 可达标识图。

设 $\text{PN} = (P, T; F, \mathbf{M}_0)$ 为一个有界 Petri 网系统。PN 的可达标识图定义为一个三元

组 $RG(PN) = (R(M_0), E, RP)$, 其中:

$$E = \{(M_i, M_j) \mid M_i, M_j \in R(M_0), \exists t_k \in T: M_i[t_k > M_j]\}$$

$$RP: E \rightarrow T, RP(M_i, M_j) = t_k \text{ iff } M_i[t_k > M_j]$$

称 $R(M_0)$ 为 $RG(PN)$ 的结点集, E 为 $RG(PN)$ 的弧集; 若 $RP(M_i, M_j) = t_k$, 则称 t_k 为弧 (M_i, M_j) 的旁标。

通过可达标识图可以分析有界 Petri 网的各种性质。

例 5.4 如图 5-9(a) 所示的 Petri 网系统实例, 在初始阶段只有库所 P_2 拥有唯一的令牌, 变迁 t_2 或 t_4 在初始标识 $M_0 = (0, 1, 0)$ 下具有发生权, 如果变迁 t_2 发生, 则到了下一状态 $M_1 = (1, 0, 0)$, 在标识 M_1 下变迁 t_1 具有发生权, 变迁 t_1 的发生使系统返回初始状态 M_0 ; 若在初始标识 M_0 下变迁 t_4 先于变迁 t_2 发生, 则系统到达另一状态 $M_2 = (0, 0, 1)$, 在标识 M_2 下变迁 t_3 具有发生权, t_3 的发生使系统返回初始状态 M_0 , 图 5-9(a) 的 Petri 网系统对应的可达标识图如图 5-9(b) 所示。

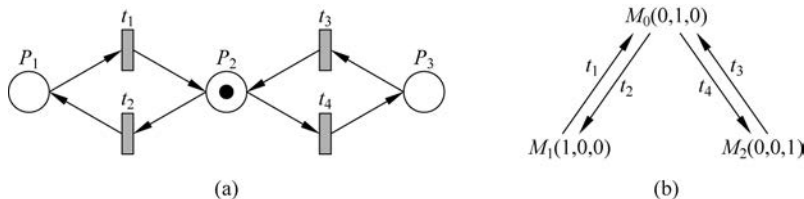


图 5-9 Petri 网实例及可达标识图

(2) 覆盖树。

Petri 网系统是否有界、是否有死变迁的问题等均可以归纳为标识覆盖问题, 即给定一个标识 M 或者一组标识 $\{M_i\}$, 问是否有某个或者某些标识能够覆盖 M 或 $\{M_i\}$ 。这里先定义覆盖(coverability)的概念。

定义 5.7 设 M 和 M' 为 Petri 网系统的两个标识:

- ① 若 $\forall p \in P: M(p) \leq M'(p)$, 就说 M 被 M' 覆盖, 记作 $M \leq M'$ 。
- ② 若 $M \leq M'$ 且 $M \neq M'$, 就说 M 小于 M' , 记作 $M < M'$ 。
- ③ 若 $M \leq M'$, 且 $M(p) < M'(p)$, 就说 $M < M'$ 在库所 $p \in P$ 成立。

图 5-10(a) 给出了一个 Petri 网系统, 图 5-10(a) 中没有标明各个库所的容量, 也就是默认库所容量均为无穷; 有向弧上也没有标明弧的权值, 所以弧权都默认为 1。图 5-10(b) 为该 Petri 网系统的可达标识及它们的后继关系所组成的一棵树, 称为该 Petri 网系统的可达标识树。

在图 5-10(b) 中, 从 $M_0 = (1, 0, 0)$ 到“...”的路径有两种: 一种只包含有限多个不同的标识, 如 $(1, 0, 0) \xrightarrow{t_1} (1, 1, 0) \xrightarrow{t_2} (0, 1, 1) \xrightarrow{t_3} (0, 1, 1) \xrightarrow{t_3} (0, 1, 1) \xrightarrow{t_3} \dots$ 。另一种是含有无穷多个不同的标识, 而且前面的标识被后面的标识覆盖, 如 $(1, 0, 0) \xrightarrow{t_1} (1, 1, 0) \xrightarrow{t_1} (1, 2, 0) \xrightarrow{t_1} (1, 3, 0) \xrightarrow{t_1} \dots$ 所示。

只含有限多个不同标识的无限路径很容易处理: 保留所有不同标识, 以适当重复来体现无限延长的规律。例子中的这条路径可以用 $(1, 0, 0) \xrightarrow{t_1} (1, 1, 0) \xrightarrow{t_2} (0, 1, 1) \xrightarrow{t_3} (0, 1, 1)$

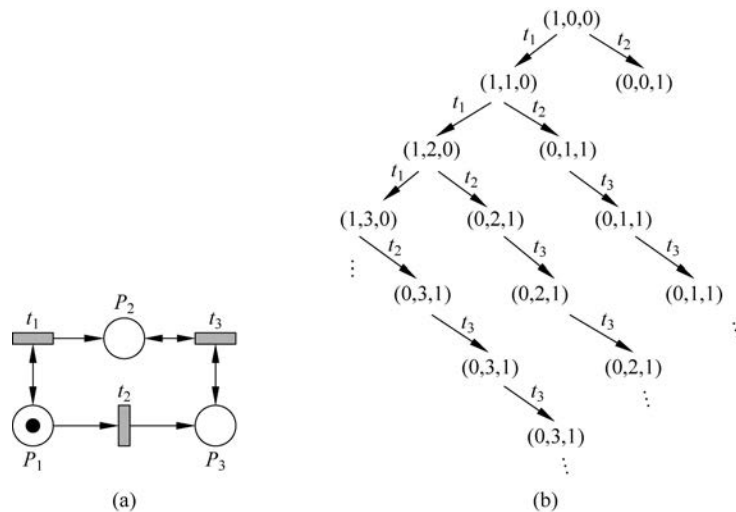


图 5-10 Petri 网实例及其可达标识树

表示,其中 $(0,1,1) \xrightarrow{t_3} (0,1,1)$ 指出了 t_3 可以发生任意多次而不产生新标识的规律。

含无限多个不同标识的路径必须做处理才能转化为有限路径,简单地切掉一段路径会丢失可达标识。例子中的这条无限路径是 $(1,0,0) \xrightarrow{t_1} (1,1,0) \xrightarrow{t_1} (1,2,0) \xrightarrow{t_1} (1,3,0) \xrightarrow{t_1} \dots$,其无限延伸的特征体现在 P_2 中令牌数的无限增长, P_1 和 P_3 中的令牌数不变。换言之,路径上每个标识都被它的后继标识覆盖。这种规律可以用 $(1,\omega,0)$ 概括,其中 ω 为无穷,即 $\omega = \omega + 1 = \omega - 1 = \omega + \omega$ 。

Petri 网覆盖树的构造算法如下。

输入: $PN = (P, T; F, \mathbf{M}_0)$

输出: $CT(PN)$

算法步骤如下。

Step 0: 以 $\mathbf{M}_0$ 作为 $CT(PN)$ 的根结点,标记为“新”。

Step 1: While 存在标记为“新”的结点 Do

 任选一个标记为“新”的结点,设为 $\mathbf{M}$ 。

Step 2: If 从 $\mathbf{M}_0$ 到 $\mathbf{M}$ 的有向路上有一个结点的标记 $= \mathbf{M}$ Then

 把 $\mathbf{M}$ 的标记改为“旧”,返回 Step 1。

Step 3: If $\forall t \in T: \neg \mathbf{M}[t >]$ Then

 把 $\mathbf{M}$ 的标记改为“端点”,返回 Step 1。

Step 4: For 每个满足 $\mathbf{M}[t >]$ 的 $t \in T$ Do

 4.1: 计算 $\mathbf{M}[t > \mathbf{M}']$ 中的 $\mathbf{M}'$ 。

 4.2: If 从 $\mathbf{M}_0$ 到 $\mathbf{M}'$ 的有向路上存在 $\mathbf{M}''$ 使 $\mathbf{M}'' < \mathbf{M}'$ Then

 找出使 $\mathbf{M}''(p_j) < \mathbf{M}'(p_j)$ 的分量 j ,把 $\mathbf{M}'$ 的第 j 个分量改为 ω 。

 4.3: 在 $CT(PN)$ 中引入一个“新”的结点 $\mathbf{M}'$,从 $\mathbf{M}$ 到 $\mathbf{M}'$ 画一条有向弧,并把此弧标记为 t ,擦去结点 $\mathbf{M}$ 的“新”标记,返回 Step 1。

Petri 网的覆盖树主要用于判定网的活性与可达性。

例 5.5 图 5-11 是经过处理的如图 5-10(a)所示的 Petri 网系统实例的可达标识树,也称为覆盖树,当 ω 不出现时,覆盖树也就是可达标识树。

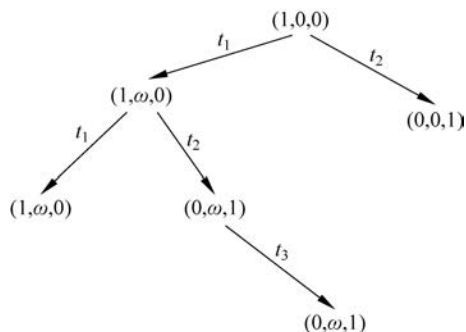


图 5-11 覆盖树 CT(PN)

(3) 关联矩阵。

设 $PN=(P, T; F, \mathbf{M}_0)$ 为一个 Petri 网系统, $P=\{p_1, p_2, \dots, p_m\}$, $T=\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$, 则 Petri 网系统 PN 的结构 $(P, T; F)$ 可以用一个 m 行 n 列矩阵表示, 有

$$\mathbf{C}=[c_{ij}]_{m \times n}$$

其中 $c_{ij}=c_{ij}^+-c_{ij}^-$, $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ 。

$$c_{ij}^+=\begin{cases} W(t_j, p_i), & (t_j, p_i) \in F, \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad i \in \{1, 2, \dots, m\}, j \in \{1, 2, \dots, n\}$$

$$c_{ij}^-=\begin{cases} W(p_i, t_j), & (p_i, t_j) \in F, \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad i \in \{1, 2, \dots, m\}, j \in \{1, 2, \dots, n\}$$

称 $\mathbf{C}$ 为 PN 的关联矩阵, 被用于 Petri 网的可达性判断。

例 5.6 如图 5-12 所示的 Petri 网实例的关联矩阵如下:

$$\mathbf{c}^+=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c}^-=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{c}=\mathbf{c}^+-\mathbf{c}^-=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

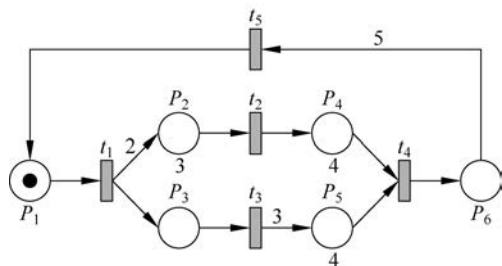


图 5-12 Petri 网系统实例

(4) 状态方程。

设 $PN=(P,T;F,M_0)$ 为一个 Petri 网系统, 其中 M_0 为初始标识向量; C 为 PN 的关联矩阵。若 $M \in R(M_0)$, 则存在非负整数的 n 维向量 X , 使

$$M=M_0+CX$$

称 M 为 PN 的状态方程, Petri 网的状态方程同关联矩阵都被应用于 Petri 网的可达性判断。

例如图 5-12 的 Petri 网实例, 当变迁 t_1 的发生导致系统从初始状态 $M_0=(1,0,0,0,0,0)$ 到达状态 $M_1=(0,2,1,0,0,0)$, 其所对应的状态方程如下所示。

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

5.1.4 应用举例

下面以库所/变迁 Petri 网为工具为救火系统建立模型。该救火系统由三部分组成: 火场、水源和救火队。救火队队员除人手一个桶外, 无其他设备可用。

救火系统中实际上流动的是三类资源: 救火队员、桶和水。救火队员使用桶从水源往火场运水, 再从火场往水源运桶, 于是救火队员只有两种状态: 运水或者运桶。桶和水依附于人, 因而在系统模型中不必单独描述。三类资源的流动体现为人的状态的改变: 从运水到运桶, 或从运桶到运水。如果把处于何种状态看成信息, 那么系统模型中流动的就是信息: 代表着物质资源的信息资源。

图 5-13 给出了一个救火队员状态改变的 Petri 网表示。图中有两个库所 P_1 及 P_2 , 分别表示救火队员处于运水状态和运桶状态, 库所 P_1 存在令牌表示救火队员正处于运水状态。变迁 t_1 及 t_2 表示救火队员从一种状态到另一种状态的转变。

如图 5-13 所示的系统模拟了单个救火队员在救火过程中的状态改变, 那么如何把救火队员组织成救火系统呢?

如果火场近, 不妨各自为战。那么几个互不相连的由如图 5-13 所示的网系统即为救火队的模型。此时变迁 t_1 及 t_2 分别表示为泼

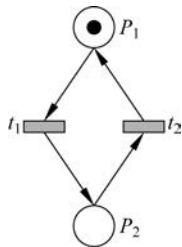


图 5-13 单个救火队员状态改变的网表示

水和接水。

如果火场远、人员少,那么就需要将救火队员排成一队,接力运水,以提高救火效率。图 5-14 为 5 名救火队员接力向火场运水并向水源运桶的模型,图中的变迁 $y_i (i=1,2,3,4)$ 为相邻两人接力变迁,例如变迁 y_1 表示第 1 名救火队员的接水和第 2 名救火队员的泼水合并而成,然后双方交换水桶并同时改变状态。同变迁 y_1 一样,变迁 y_3 也可以发生:运水的第 4 名救火队员和运桶的第 3 名救火队员相遇,他们交换水桶,调转方向,实现状态改变。同样,系统中的所有变迁都是在其发生条件具备时自然发生的,没有任何形式的控制,即无须现场指挥,也没有时间限制,这是一个完全由自然规律支配的系统:体力强的救火队员可以多走点,体弱的救火队员可以少走点,何时相遇就可以交换水桶,改变状态。

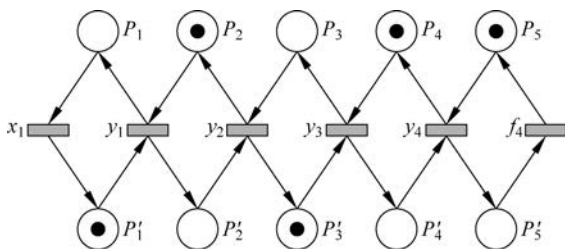


图 5-14 5 人接力救火系统

如图 5-14 所示的系统中还可以产生并发。一方面第 1、第 2 名救火队员救火或第 3、第 4 名救火队员交换水桶;另一方面第 5 名救火队员继续运水,这些动作是不相关的,是异步行为。由此可知,Petri 网模型既适合描述个体,也适合描述由个体组成的整体。

5.2 谓词/变迁 Petri 网

谓词/变迁 Petri 网(predicate/transition Petri net)由 H. J. Genrich 和 K. Lautenbach 于 1979 年提出,简称为 Pr/T_。谓词/变迁 Petri 网系统实质上是对 P/T_系统的折叠,可以严格描述顺序、并发和冲突等基本结构。类似地,分析 P/T_系统行为的方法都可以用来分析谓词/变迁 Petri 网系统。

5.2.1 基本概念

每个 Pr/T_系统都有一个个体集,通常把这样的个体集称为系统的论域,用 D 表示。

定义 5.8(谓词/变迁 Petri 网系统) $\text{PrN}=(P, T; F, D, V, A_F, \mathbf{M})$ 构成谓词/变迁 Petri 网系统的条件是:

- (1) $(P, T; F)$ 为有向网,称为 PrN 的基网。
- (2) $D=\{d_1, d_2, \dots, d_k\}$ 为非空有限集,称为 PrN 的个体集。
- (3) $V=\{v_1, v_2, \dots, v_r\}$ 为非空有限符号集,称为定义在 D 上的变量集。
- (4) $A_F: F \rightarrow f_V$, 其中 f_V 为定义在变量集 V 上的线性函数,称 A_F 为谓词函数。
- (5) $\mathbf{M}: P \rightarrow f_D$, 其中 f_D 为定义在个体集 D 上的线性函数,称 $\mathbf{M}$ 为网系统的标识。

5.2.2 应用举例

高级网系统的构造往往可从应用问题的库所/变迁 Petri 网系统着手,经折叠完成。下面首先从一个生产流水线系统实例直观地了解库所/变迁 Petri 网系统的折叠,并给出该生产流水线系统的谓词/变迁 Petri 网系统模型。

例 5.7 图 5-15 是一个生产流水线系统对应的库所/变迁 Petri 网模型,对其中的库所及变迁可以有以下的理解:

- P_0 ——工人 w 的就绪待命状态;
- P_1 ——机床 a 的就绪待命状态;
- P_2 ——机床 b 的就绪待命状态;
- P_3 —— w 在机床 a 工作;
- P_4 —— w 在机床 b 工作;
- P_5 ——等待组装的 a 和 a 上的部件;
- P_6 ——等待组装的 b 和 b 上的部件;
- P_7 ——检修状态的 a , a 在“休息”;
- P_8 ——检修状态的 b , b 在“休息”;
- P_9 ——休息中的 w ;
- t_1 —— w 开动机床 a ;
- t_2 —— w 开动机床 b ;
- t_3 —— w 结束加工 a ;
- t_4 —— w 结束加工 b ;
- t_5 ——检修机床 a ,使其进入就绪状态;
- t_6 ——检修机床 b ,使其进入就绪状态;
- t_7 ——装配机床 a 和机床 b 加工完成的工件;
- t_8 —— w 恢复为就绪待命状态。

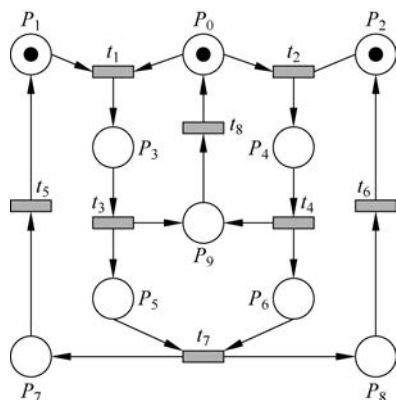


图 5-15 生产流水线系统的库所/
变迁 Petri 网模型

由库所的解释可知,如图 5-15 所示的系统有 3 种不同类型的个体,分别为机床 a 、机床 b 及工人 w 。个体的状态可以分为 4 类:就绪、工作、等待和休息。工作必是 a 和 w 或 b 和 w 的结合。如果用库所表示这 4 种状态,用 w 、 a 、 b 等个体代替无个性的令牌,那么把图 5-15 的系统中代表同一状态的库所叠合在一起后,可得到如图 5-16(a)所示的网系统。

图 5-16(a)保留了图 5-15 的系统中所有有向弧和变迁。有向弧上标明了弧上流动的个体或者是由个体结合而成的序偶,如 (a, w) 或 (b, w) 。库所 P_1 、 P_2 、 P_3 和 P_4 已不再是原来意义上的库所,而是其中个体的当前状态,称为谓词。谓词中的标识也不再是一个非负整数,而是由个体组成的集合。如图 5-16(a)所示,初始标识下 P_1 中有 3 个个体,表明 a 、 b 、 w 均处于就绪态, P_2 、 P_3 和 P_4 在初始标识下均无个体,为空集。

观察如图 5-15 和图 5-16(a)所示的系统,系统中有 4 种不同类型的变迁: $A = \{t_1, t_2\}$, $B = \{t_3, t_4\}$, $C = \{t_7\}$, $D = \{t_5, t_6, t_8\}$ 。变迁集合 A 、 B 、 C 、 D 中所含变迁的不同都是因为参与变迁的个体不同,如集合 A 中 t_1 与 t_2 ,变迁 t_1 表示 w 开动机床 a 工作,变迁 t_2 表示 w 开动机床 b 进行工作。因此如果用变量取代个体名,则可以把同类的变迁合并为一个。图 5-16(b)就是合并变迁后得到的网系统,在这里已经把两个元素的多条有向弧合并为一

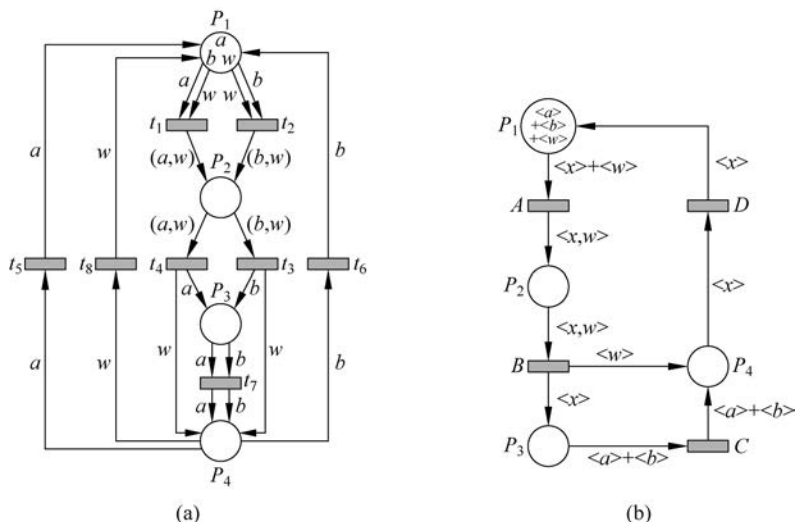


图 5-16 生产流水线系统的谓词/变迁网系统

条,弧上的标记也用+连接在了一起。例如, P_1 和 t_1, t_2 之间的弧合并为一条之后,弧上的标记是 $\langle x \rangle + \langle w \rangle$, x 代表 P_1 中的任何一个个体。为统一符号, (a, w) 和 (b, w) 也改写为 $\langle x, w \rangle$ 。用 $\langle \rangle$ 和+号连接在一起的表达式称为符号和,其中 $\langle x \rangle + \langle w \rangle$ 是两个独立的个体,而 $\langle x, w \rangle$ 是两个结合在一起的个体。新变迁 A, B, C, D 分别代表图 5-15 及图 5-16(a)系统中的一类变迁。以变迁 A 为例,当从 P_1 到 A 的弧上的标记中的变量 x 取个体 a 为值时,变迁 A 的发生就是图 5-15 的系统中 t_1 的发生;当 x 以 b 为值时 A 就是 t_2 的发生。形式上, $\langle x \rangle + \langle w \rangle$ 中的 x 可以取 P_1 中的任何个体值,但当 x 以 w 为值时 $\langle x \rangle + \langle w \rangle$ 代表两个 w 个体,但 P_1 中只有一个 w ,所以 x 以 w 为值时变迁 A 不能发生,或者说 x 不能以 w 为值。为体现 x 不能以 w 为值的事实,可以在变迁 A 的方框中写下公式 $x \neq w$,这样可以避免 x 取值的随意性。就本例来说, A 的方框中写不写都可以,一般的谓词/变迁 Petri 网系统中允许对变迁加标记。 B, C, D 上没有标记表明相关的变量可以取谓词中的任何个体为值。

图 5-16(b)中只是用了一个变量名 x ,但这些 x 并非代表同一个变量。事实上,只有同一个变迁的所有输入输出弧上的变量名相同才是同一个变量,必须取同一个个体为值。在图 5-16(b)中,若把变迁 B 的输入输出弧上的 x 改为 y ,把变迁 D 输入输出弧上的 x 改为 z ,得到的仍是同一个高级网系统。围绕变迁的弧就是这些弧上的变量的作用范围。

5.3 着色 Petri 网

着色 Petri 网(colored Petri net, CPN)是 K. Jensen 于 1981 年在经典 Petri 网基础上提出的一种图形化的高级 Petri 网。CPN 通过将相似状态或动作进行折叠,提供了一种以紧凑、简明的方式表示一个具有若干相似状态或动作的大系统,从而解决系统模型规模不可控制的问题。

5.3.1 基本概念

定义着色网系统需要多重集的概念,因为同类个体可能不止一个,由它们组成的已不是集合,而是多重集。

定义 5.9 一个多重集合 S' 为一个定义于非空集合 S 上的函数, $S':S \rightarrow N$, N 为非负整数。

实际上,多重集合是相同元素可重复出现的集合,本文只考虑有限的多重集合。给定一多重集合 S' , 设 $s \in S'$, s 元素的重复度记为 $|s|$ 。

例如, 设 $S = \{a, b, c\}$, 那么 $S' = \{a, a, a, c\}$ 是 S 上的一多重集合, 则 $|a| = 3$, $|b| = 0$, $|c| = 1$ 。上述 S' 也可以简写为 $S' = \{3a, c\}$ 。

定义 5.10 着色 Petri 网系统是一个七元组 $CPN = (P, T; F, C, I_-, I_+, M_0)$, 其中:

(1) P 为库所集合。

(2) T 为变迁集合 ($P \cup T \neq \emptyset, P \cap T = \emptyset$)。

(3) $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ 为流关系。

(4) C 为颜色集。对于 $\forall p \in P$, $C(p)$ 为库所 p 上所有可能的令牌颜色之集合。对于 $\forall t \in T$, $C(t)$ 为变迁 t 上所有可能出现的颜色集合。

(5) $I_-: P \times T \rightarrow N$ 为负函数, 表示变迁 t 发生时将从 $p (p \in {}^*t)$ 中移走的着色令牌数。

(6) $I_+: P \times T \rightarrow N$ 为正函数, 表示变迁 t 发生时将向 $p (p \in t^*)$ 中移入的着色令牌数。

(7) $M_0: P \rightarrow N$ 为初始标识, $M_0(p)$ 是库所 p 的令牌颜色集合上的多重集。

(8) 在标识 M 下, 如果 $\forall p \in {}^*t$ 中着色令牌的颜色均属于 $C(t)$, 则变迁 t 使能; 使能变迁 t 发生后产生新的后继标识 $M'(p) = M(p) - I_-(p, t) + I_+(p, t)$ 。

5.3.2 应用举例

由 5.2 节可知, 与库所/变迁 Petri 网不同, 谓词/变迁 Petri 网系统中的每个个体都有区别于其他个体的名字, 以备变量替换时使用, 例如图 5-16(b) 的系统中, 机床 a 和机床 b 使用不同的名字区分。但是机床 a 和机床 b 起着同样的作用, 并没有区别于彼此的个性, 因此没有必要以名字对它们加以区分, 只要能表明它们属于同一类即可。同类的个体染上同一种颜色, 不同类的个体则使用不同的颜色区分, 这就是着色网系统。这里的“染色”只是一种形象的说法, 不必和生活中的染色混同。

图 5-16(b) 的谓词/变迁 Petri 网中有 3 个个体: 机床 a 、机床 b 及工人 w , 其中 a 和 b 属于同类, 可以给 a 和 b 染上同一种颜色 m , 工人 w 的颜色仍然使用 w 表示。因此, 库所 P_1 的令牌颜色为 $C(P_1) = \{m, w\}$, 库所 P_2 的令牌为 $\langle a, w \rangle$ 或 $\langle b, w \rangle$, 表示工人正在操作机床进行加工, 因此 $C(P_2) = \{\langle m, w \rangle\}$ ($\langle m, w \rangle$ 可以认为是一种复合色)。库所 P_3 只有一种颜色, $C(P_3) = m$ 。库所 P_4 表示休息状态, $C(P_4) = \{m, w\}$ 。变迁 A 的发生需要两类资源, 其发生色为 $C(A) = \{\langle m, w \rangle\}$, 它与 B 上的出现色相同: $C(B) = \{\langle m, w \rangle\}$ 。类似地, $C(C) = \{m\}$, $C(D) = \{m, w\}$ 。

变迁上的出现色与谓词/变迁 Petri 网系统的可行替换类似,表明该变迁不同的发生方式。 A 只有一种发生方式,即 $\langle m, w \rangle$, D 有两种方式: m 或 w 。 I_- 和 I_+ 则是在确定了变迁的发生方式后计算资源个数的。例如,对于复合色 $\langle m, w \rangle$,需要计算消耗及产生 m 色的资源和 w 色的资源个数。通常使用 p_{r1} 、 p_{r2} 表示投影映射,即 $p_{r1}(\langle m, w \rangle) = m$ 为复合色中的第一色, $p_{r2}(\langle m, w \rangle) = w$ 为复合色的第二色。若是有更多单色的复合色,则可以使用 p_{r3} 、 p_{r4} 等获取单色名。变迁 A 的发生需要从库所 P_1 中取一个 m 色和一个 w 色资源,所以 $I_-(P_1, A) = 1 \times p_{r1} + 1 \times p_{r2} = p_{r1} + p_{r2}$, A 向 P_2 输出的令牌色和 A 的出现色一致,所以 $I_+(P_2, A) = 1 \times p_{r1} + 1 \times p_{r2} = p_{r1} + p_{r2}$ 。类似地,可以计算出变迁 B 、 C 、 D 对应的 I_- 和 I_+ 。图 5-17 为生产流水线系统所对应的着色 Petri 网系统。

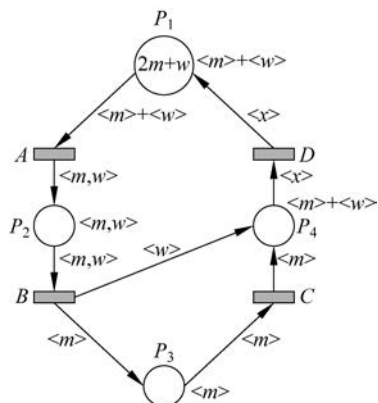


图 5-17 生产流水线系统所对应的着色 Petri 网系统

从图 5-17 可以看出,与其他网系统一样,着色网系统也可以使用图形表示。图形的基网和有向网一样。有向弧 (p_i, t_j) 和 (t_j, p_i) 上的权函数(或称权) $I_-(p_i, t_j)$ 、 $I_+(p_i, t_j)$ 可以直接写在弧上。令牌色和出现色可以写在库所和变迁的旁边(如同容量函数)。初始标识及可达标识则有不同的表示方式。可以把每个库所的多重集合写在代表库所的圆圈中,如图 5-17 中库所 P_1 中的 $2m+w$ 。也可以使用不同颜色的令牌代表不同类的资源,例如可以使用黑色令牌代表 m (机床),使用红色令牌代表 w (工人),那么可以在库所 P_1 中画上两个黑点和一个红点表示库所 P_1 的初始标识 $M_0(P_1)$ 。使用彩色点表示标识直观醒目,也有助于理解,但是与形式化定义相去较远,不利于动态行为的自动分析。

着色 Petri 网中还可以引入层次概念,对系统的建模过程可以采用自顶向下或者自底向上的方式进行,适合大型复杂系统的建模与分析。

5.4 本章小结

作为一种并发系统建模与分析的重要工具,与迁移系统、自动机不同的是 Petri 网描述的并发是“真并发”。如果两个变迁的前集和后集两两不相交,则这两个变迁对应的事件间无因果关系,当它们都处于使能状态时,它们发生的先后在时间上无法区分,在 Petri 网中系统不存在统一的时钟,除因果关系外没有其他信息可以用来判断两个事件的依赖关系, Petri 网强调的是系统所发生的事件之间的因果关系,用因果关系建立事件之间的相互依赖关系。

Petri 网对真并发的有效刻画方式及图形化的表现形式,使其能以直观方式表达系统中的并发、顺序、冲突、同步、共享等关系,可以有效构造系统模型,描述系统的物理结构;同时, Petri 网还拥有严格的理论分析工具,既可以应用线性代数分析的方法,分析网的结构性质,反映实际系统的固有特性;也可以利用基于可达性的分析手段研究网运行的动态行为,分析被模拟系统的可达性、活性、公平性、有界性等一系列性质。

习 题 5

1. 简述库所/变迁 Petri 网的变迁中使能条件及变迁引发规则。
2. 为什么 Petri 网能描述系统的并发特性?
3. Petri 网主要有哪些分析方法? 它们的原理各是什么?
4. 利用覆盖树可以分析 Petri 网系统的哪些性质?
5. 有了库所/变迁 Petri 网,为什么还要有着色 Petri 网? 着色 Petri 网在系统建模过程中有什么优势?
6. 选择一些你自己熟悉的实际应用系统,构造出相应的 Petri 网模型。