

第5章 树与森林

本章主要介绍了树与森林,二叉树的定义、性质、操作和相关算法的实现。特别是二叉树的遍历算法,它们与许多以此为基础的递归算法都必须认真学习。

因为树的先根遍历次序与对应二叉树表示的前序遍历次序一致,树的后根遍历次序与对应二叉树的中序遍历次序一致,因此可以据此得出树的遍历算法。线索二叉树是直接利用二叉链表的空链指针记入前驱和后继线索,从而简化二叉树的遍历。堆是一种二叉树的应用,可以用它作为优先级队列的实现。它的存储表示是完全二叉树的顺序存储方式,它的定义不要求堆中的数据有序,但要求父结点与子女结点必须满足某种关系。本章最后讨论 Huffman 树。这种树是扩充二叉树,要求在外结点上带有权值,在构造 Huffman 树时必须注意一个新结点的左子女上所带的权值小于右子女上所带的权值,这不是 Huffman 树必须是这样的,而是算法实现造成了这种结果。此外,作为 Huffman 树的应用,引入了 Huffman 编码。通常让 Huffman 树的左分支代表编码“0”,右分支代表编码“1”,从而得到 Huffman 编码。这是一种不等长编码,可以有效地实现数据压缩。

5.1 复习要点

本章复习的要点如下。

1. 树与二叉树的概念

(1) 树的定义与二叉树的定义。包括树与二叉树的相关术语。特别要注意结点的度、层次、深度、高度,以及树的度、深度、高度的概念。

(2) 二叉树的性质。包括二叉树中层次与结点个数的关系,二叉树中高度与结点个数的关系,二叉树中结点编号与层次的关系,完全二叉树中结点间的关系,完全二叉树中高度与结点个数的关系。

(3) 树与二叉树的定义的递归性质,以及相应递归算法的递归方向和递归的结束条件。

2. 二叉树的存储结构

(1) 二叉树的顺序存储结构的结构或类定义,它的适用范围及存储利用率。

(2) 在二叉树的顺序存储结构中如何寻找某结点的父结点、子女和兄弟结点。

(3) 二叉树的链式存储结构的结构或类定义,包括二叉链表、三叉链表和静态链表。

(4) 在二叉树的链表存储结构中如何寻找某结点的父结点、子女和兄弟结点。

(5) 不同存储结构的互换方法。

3. 二叉树的遍历

(1) 二叉树的前序、中序、后序遍历的递归算法。

(2) 使用栈的二叉树前序、中序、后序遍历的非递归算法。

(3) 使用队列的二叉树的层次序遍历算法。

(4) 利用前序与中序、中序与后序遍历结果构造二叉树的方法,不同种类的二叉树棵数的计数。

(5) 二叉树遍历算法的应用。

从二叉树的前序序列,借助前序遍历的思想构造二叉树的递归算法。

- 统计二叉树结点个数、二叉树叶结点个数、二叉树高度的递归算法。
- 判断两棵二叉树同构(相等)和交换二叉树左、右子女指针的递归算法。
- 将完全二叉树的顺序存储表示转换为二叉链表表示的递归算法。

4. 线索二叉树

(1) 理解什么是线索,中序线索二叉树的结构特性及在中序线索二叉树中寻找某结点的中序前驱和中序后继的方法。

(2) 通过二叉树的中序遍历建立中序线索二叉树的算法。

(3) 中序线索二叉树上的中序遍历算法。

(4) 前序线索二叉树的结构特性,以及在前序线索二叉树中寻找某结点的前序前驱和前序后继的方法。

(5) 后序线索二叉树的结构特性,以及在后序线索二叉树中寻找某结点的前序前驱和前序后继的方法。

(6) 通过二叉树的前序遍历和后序遍历建立前序线索二叉树和后序线索二叉树的算法。

(7) 前序线索二叉树上的前序遍历算法和后序线索二叉树上的后序遍历算法。

5. 树与森林

(1) 树/森林与二叉树的转换方法。

(2) 树的存储表示。重点是父指针数组(双亲)表示、子女—兄弟链表表示(即二叉树表示)。

(3) 树的先根与后根遍历的方法。注意树的先根遍历、后根遍历与对应二叉树的前序遍历、中序遍历的关系。

(4) 树的先根、后根、层次序遍历算法(基于树的二叉树表示)。

(5) 森林的先根、中根遍历与对应二叉树的前序遍历、中序遍历的关系。

6. 堆

(1) 堆的概念(注意结点编号是从1开始还是从0开始)。

(2) 堆的构造过程和算法。注意算法分析。

(3) 堆的 siftDown 和 siftUp 算法。

(4) 堆的插入和删除过程与算法。

7. Huffman 树

(1) 扩展二叉树、带权路径长度的概念。

(2) Huffman 树的定义及存储表示。注意它的静态链表存储结构。

(3) Huffman 树的构造过程和 Huffman 树的构造算法。

(4) Huffman 编码的构造方法。

(5) Huffman 树作为最佳判定树的构造方法。

5.2 难点与重点

本章的知识点有7个,包括树与二叉树的定义和性质、二叉树的存储、二叉树的遍历、线索二叉树、树与森林,以及堆和 Huffman 树。各个知识点的难点和重点列举如下。

1. 树与二叉树的定义和性质

- (1) 二叉树是树吗? 注意区分树与 N 叉树,自由树与有根树。
- (2) 树的叶结点无子女,是否可称它为无子树? 复习树的定义。
- (3) 二叉树的叶结点无子女,它是否为无子树? 复习二叉树的定义。
- (4) 树和二叉树的高度与深度如何理解?
- (5) 一棵二叉树有 1024 个结点,其中 465 个是叶结点,那么树中度为 2 和度为 1 的结点各有多少?

- (6) 计算深度的公式 $\lceil \log_2(n+1) \rceil$ 是针对何种二叉树的?
- (7) 二叉树求深度的公式 $\lceil \log_2(n+1) \rceil$ 与 $\lfloor \log_2 n + 1 \rfloor$ 有何不同?
- (8) 完全二叉树有何用处?
- (9) $n_0 = n_2 + 1$ 公式有何用途?

2. 二叉树的存储

- (1) 顺序存储适用于何种二叉树?
- (2) 完全二叉树的结点从 1 开始编号和从 0 开始编号有何不同?
- (3) 通常使用二叉链表存储二叉树,为何还选用三叉链表?
- (4) 使用二叉链表存储有 n 个结点的二叉树,空的指针域有多少?
- (5) 最适合静态链表定义的存储数组是一维数组还是二维数组?

3. 二叉树的遍历

- (1) 已知二叉树的前序序列 abdcfe 和中序序列 dbaecf,其后序序列是什么?
- (2) 前序序列与中序序列相同的是什么二叉树?
- (3) 前序序列与后序序列相同的是什么二叉树?
- (4) 前序序列与层次序序列相同的是什么二叉树?
- (5) 后序序列与层次序序列相同的是什么二叉树?
- (6) 前序序列与中序序列正好相反的是什么二叉树?
- (7) 前序序列与后序序列正好相反的是什么二叉树?
- (8) 一棵二叉树的前序序列的最后一个结点是否是它中序序列的最后一个结点?
- (9) 一棵二叉树的前序序列的最后一个结点是否是它层次序序列的最后一个结点?
- (10) 一棵有 n 个结点的二叉树的前序序列固定,可能的不同二叉树有多少种?
- (11) 二叉树的前序、中序、后序遍历所走的路线都相同,只是访问时机不同,这种说法对吗?
- (12) 二叉树的层次序遍历是按二叉树层次进行逐层访问,其遍历算法需要使用何种辅助结构?

4. 线索二叉树

- (1) 如何构造一棵中序线索二叉树?

- (2) 如何在一棵中序线索二叉树中寻找某结点 * p 为根的子树上的中序第一个结点?
- (3) 如何在一棵中序线索二叉树中寻找某结点 * p 为根的子树上的中序最后一个结点?
- (4) 如何在一棵中序线索二叉树中寻找某结点 * p 的中序下的后继?
- (5) 如何在一棵中序线索二叉树中寻找某结点 * p 的中序下的前驱?
- (6) 如何在一棵中序线索二叉树中寻找某结点 * p 的前序下的后继?
- (7) 如何在一棵中序线索二叉树中寻找某结点 * p 的前序下的前驱?
- (8) 如何在一棵中序线索二叉树中寻找某结点 * p 的后序下的后继?
- (9) 如何在一棵中序线索二叉树中寻找某结点 * p 的后序下的前驱?
- (10) 如何构造一棵前序线索二叉树?
- (11) 如何在一棵前序线索二叉树中寻找以某结点 * p 为根的子树上的前序第一个结点?
- (12) 如何在一棵前序线索二叉树中寻找以某结点 * p 的前序最后一个结点?
- (13) 如何在一棵前序线索二叉树中寻找以某结点 * p 的前序下的后继?
- (14) 如何在一棵前序线索二叉树中寻找以某结点 * p 的前序下的前驱?
- (15) 如何构造一棵后序线索二叉树?
- (16) 如何在一棵后序线索二叉树中寻找以某结点 * p 为根的子树上的后序第一个结点?
- (17) 如何在一棵后序线索二叉树中寻找以某结点 * p 的后序最后一个结点?
- (18) 如何在一棵后序线索二叉树中寻找以某结点 * p 的后序下的后继?
- (19) 如何在一棵后序线索二叉树中寻找以某结点 * p 的后序下的前驱?

5. 树与森林

(1) 一棵 m 叉树, 设根在第 1 层, 从 0 开始自上向下分层给各个结点编号。问

- ① 第 i 层最多有多少结点?
- ② 高度为 h 的 m 叉树最多有多少结点?
- ③ 编号为 k 的结点的父结点编号是多少?
- ④ 编号为 k 的结点的第 1 个子结点编号是多少?
- ⑤ 编号为 k 的结点在第几层?

(2) 使用树的父指针数组表示, 寻找某结点 i 的父结点、所有子女结点、兄弟结点的时间复杂度是多少?

(3) 使用树的子女链表表示, 寻找某结点 i 的父结点、子女结点、兄弟结点的时间复杂度是多少?

(4) 使用树的左子女—右兄弟链表表示, 寻找某结点 i 的父结点、子女结点、兄弟结点的时间复杂度是多少?

(5) 树的先根次序序列的特性是什么?

(6) n 个结点的不同的树有多少种?

(7) 森林中树 T_1 、 T_2 、 T_3 的结点数分别为 m_1 、 m_2 、 m_3 , 在该森林的二叉树表示中, 根的左子树和右子树各有多少结点?

(8) 在一个有 n 个结点的森林的二叉树表示中, 左指针为空的结点有 m 个, 那么右指针为空的结点有多少个?

6. 堆

(1) 堆作为优先级队列的实现, 插入和删除在堆的什么位置实施?

(2) 堆用数组作为其存储,那么它是线性结构还是非线性结构?

(3) 若想把数组中的 100 个元素调整为最小堆(或最大堆)需做多少次关键码比较?

7. Huffman 树

(1) Huffman 树是一棵扩充二叉树,外结点(叶结点)有 n 个,那么总共有多少结点?

(2) 在构造 Huffman 树的过程中,每次从森林中选根的关键码值最小和次小的两棵树合并。在合并时是最小的作为左子树还是次小的作为左子树?

(3) 用 Huffman 树构造最佳判定树,内、外结点各起什么作用? 带权路径长度表示什么意思?

(4) 用 Huffman 树构造不等长的 Huffman 编码,一段报文的总(二进制)编码数用什么衡量?

5.3 教材习题解析

一、单项选择题

1. 设树中有 n 个结点,则所有结点的度等于()。

A. $n-1$

B. n

C. $n+1$

D. $2n$

【题解】选 A。每个结点的度等于该结点发出的分支数,所有结点的度等于树中的分支总数,有 n 个结点的树有 $n-1$ 条分支将其连通。

2. 在一棵树中,()没有前驱结点。

A. 分支结点

B. 叶结点

C. 根结点

D. 空结点

【题解】选 C。树结点的前驱即它的父结点,树中除根外所有结点都有一个父结点,只有根结点没有父结点,也就是说,根没有前驱结点。

3. 在一棵有 n 个结点的二叉树的二叉链表中,空指针域数等于非空指针域数加()。

A. -1

B. 1

C. 2

D. 3

【题解】选 C。二叉链表的每个结点有 2 个子女指针, n 个结点有 $2n$ 个子女指针,根据 n 个结点有 $n-1$ 条分支的条件,二叉链表中应有 $n-1$ 个非空子女指针,有 $n+1$ 个空指针,空指针数($n+1$)等于非空指针数($n-1$)加 2。

4. 在一棵有 n 个结点的二叉树中,所有结点的空子树棵数等于()。

A. $n-1$

B. n

C. $n+1$

D. $2n$

【题解】选 C。如果结点的子女指针为空,则视为指向一棵空子树。一棵有 n 个结点的二叉树有 $n+1$ 个空子女指针,则意味着该二叉树有 $n+1$ 棵空子树。

5. 在一棵有 n 个结点的二叉树的第 i 层上(假定根结点为第 1 层, i 大于或等于 1 且小于或等于树的高度)最多有()个结点。

A. 2^{i-1}

B. 2^i

C. 2^{i+1}

D. 2^n

【题解】选 A。二叉树第 1 层有 $1(=2^0)$ 个结点,第 2 层有 $2(=2^1)$ 个结点,第 3 层有 $4(=2^2)$ 个结点。若设第 $i-1$ 层最多有 2^{i-2} 个结点,每个结点最多有 2 个子女,则第 i 层最多有 $2 \times 2^{i-2} = 2^{i-1}$ 个结点。

6. 在一棵高度为 h (假定根结点的层号为 1)的完全二叉树中,所含结点个数不小于()。

A. 2^{h-1}

B. 2^h

C. $2^h - 1$

D. $2^{h+1} - 1$

【题解】选 A。上面 $h-1$ 层是满的, 结点数为 $1+2+\cdots+2^{h-2}=2^{h-1}-1$, 第 h 层至少有 1 个结点, 所以高度为 h 的完全二叉树至少有 $2^{h-1}-1+1=2^{h-1}$ 个结点。

7. 假定空树的高度为 0, 则一棵具有 35 个结点的完全二叉树的高度为()。

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 6

【题解】选 D。根据完全二叉树的性质, $h=\lfloor \log_2 n \rfloor + 1 = \lfloor \log_2 35 \rfloor + 1 = 5 + 1 = 6$, 或者使用另一计算公式 $h=\lceil \log_2 (n+1) \rceil = \lceil \log_2 (35+1) \rceil = \lceil \log_2 36 \rceil = 6$ 。

8. 假定树根结点的编号为 0, 则在一棵具有 n 个结点的完全二叉树中, 分支结点的最大编号为()。

- A. $\lfloor (n-1)/2 \rfloor$ B. $\lfloor n/2 \rfloor$ C. $\lceil n/2 \rceil$ D. $\lfloor n/2 \rfloor - 1$

【题解】选 A。完全二叉树的叶结点分布在离根最远的两层上, 编号最大的第 $n-1$ 号结点是叶结点, 它的父结点是编号为 $\lfloor (n-1)/2 \rfloor$ 的分支结点。

9. 在一棵完全二叉树中, 假定根结点的编号为 0, 若编号为 i 的结点存在左子女, 则左子女结点的编号为()。

- A. $2 \times i - 1$ B. $2 \times i$ C. $2 \times i + 1$ D. $2 \times i + 2$

【题解】选 C。如果根结点的编号为 0, 它的左子女(若存在)的编号是 1(奇数)。一般地, 树结点 i 的左子女(若存在)的编号为 $2i+1$ ($2i+1 < n$)。

10. 在一棵完全二叉树中, 假定根结点的编号为 0, 则对于编号为 i ($i > 0$) 的结点, 其父结点的编号为()。

- A. $\lfloor (i+1)/2 \rfloor$ B. $\lfloor (i-1)/2 \rfloor$ C. $\lfloor i/2 \rfloor$ D. $\lfloor i/2 \rfloor - 1$

【题解】选 B。如果完全二叉树根结点的编号为 0, 指定结点 i 的父结点应为 $\lfloor (i-1)/2 \rfloor$ 。一般地, 设结点 p 是树中结点, 它的左子女编号为 $2p+1$, 右子女编号为 $2p+2$, 为使结点 i 的父结点编号为 p , 即 $2p+1=i$ (i 为奇数), $p=(i-1)/2$, 或者 $2p+2=i$ (i 为偶数), $p=(i-2)/2$, 统一这两个求父结点的计算公式, 使用 $\lfloor (i-1)/2 \rfloor$ 即可。

11. 设一棵树用子女—兄弟链表存储, 在这种表示中一个结点的右子女是该结点的()结点。

- A. 兄弟 B. 子女 C. 祖先 D. 子孙

【题解】选 A。使用子女—兄弟链表存储一棵树, 树中某结点 *p(若存在)的右子女是该结点的下一个兄弟。

12. 假定空树的高度为 0。已知一棵二叉树的广义表表示为 $a(b(c), d(e(g(h)), f))$, 则该二叉树的高度为()。

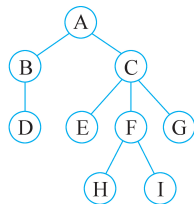
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【题解】选 B。该二叉树的广义表表示的最大括号嵌套重数是 4(在 a 的右子树、 d 的左子树、 e 的右子树 g 内), 二叉树的高度为 4。

13. 假定空树的高度为 0。已知一棵树的边集表示为 $\{ \langle A, B \rangle, \langle A, C \rangle, \langle B, D \rangle, \langle C, E \rangle, \langle C, F \rangle, \langle C, G \rangle, \langle F, H \rangle, \langle F, I \rangle \}$, 则该树的高度为()。

- A. 2 B. 3
C. 4 D. 5

【题解】选 C。按题意构造的树如图 5-1 所示。它的高度为 4。图 5-1 第 13 题的一棵树



14. 利用 n 个值作为叶结点上的权值生成的 Huffman 树中共包含有()个结点。

A. n

B. $n+1$

C. $2 \times n$

D. $2 \times n - 1$

【题解】选 D。叶结点个数为 n , 则构造出来的 Huffman 树的非叶结点有 $n-1$ 个, 树中共有 $2n-1$ 个结点。

15. 利用 3, 6, 8, 12 这四个值作为叶结点的权值生成一棵 Huffman 树, 该树的带权路径长度为()。

A. 55

B. 29

C. 58

D. 38

【题解】选 A。利用 3, 6, 8, 12 作为叶结点的权值生成一棵 Huffman 树如图 5-2 所示, 其带权路径长度为 $wpl = (3+6) \times 3 + 8 \times 2 + 12 \times 1 = 55$ 。

16. 一棵树的广义表表示为 $a(b, c(e, f(g)), d)$, 当用子女一兄弟链表表示时, 右指针域非空的结点个数为()。

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【题解】选 C。树的子女一兄弟链表表示如图 5-3 所示。从图中可以看到, 根结点 a 的右指针为空; 根有 3 个子女, 它们构成的兄弟链有 2 个子女的右指针不为空; 结点 c 有 2 个子女, 它们构成的兄弟链有一个结点的右指针不为空; 结点 f 只有一个子女, 该子女的右指针为空, 所以树中有 3 个结点右指针不为空。

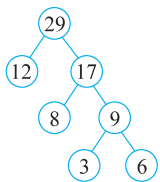


图 5-2 第 15 题的 Huffman 树

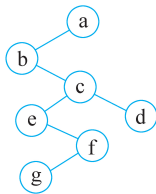


图 5-3 第 16 题树的子女一兄弟链表表示

17. 向有 n 个结点的堆中插入一个新元素的时间复杂度为()。

A. $O(1)$

B. $O(n)$

C. $O(\log_2 n)$

D. $O(n \log_2 n)$

【题解】选 C。新元素插入堆尾, 然后从底到顶调整成堆, 数据比较次数与堆的高度相同, 时间复杂度为 $O(\log_2 n)$ 。

二、填空题

1. 一棵树的广义表表示为 $a(b(c, d(e, f), g(h)), i(j, k(x, y)))$, 结点 k 的所有祖先结点有()个。

【题解】2。根结点 a 有 2 个子女 b 和 i , i 有 2 个子女 j 和 k , 所以 k 的祖先结点是 i 和 a , 它有 2 个祖先结点 i 和 a 。

2. 设根结点在第 1 层。一棵树的广义表表示为 $a(b(c, d(e, f), g(h)), i(j, k(x, y)))$, 结点 f 在第()层。

【题解】4。根结点 a 有 2 个子女 b 和 i , 结点 b 有 3 个子女 c 、 d 和 g , 结点 d 有 2 个子女 e 和 f 。因为根在第 1 层, 从根结点 a 到 b , 到 d , 到 f , 结点 f 在第 4 层。

3. 假定一棵三叉树有 50 个结点, 则它的最小高度为()。

【题解】5。三叉树第 1 层有 $1(=3^0)$ 个结点, 第 2 层最多有 $3(=3^1)$ 个结点, 第 3 层最多有 $9(=3^2)$ 个结点, $\dots$, 第 i 层最多有 3^{i-1} 个结点, 设三叉树的最小高度为 h , 若每一层都

充满结点,有 $n \leq 3^0 + 3^1 + \cdots + 3^{h-1} = (3^h - 1)/2$, 变形后得 $h \geq \log_3(2n+1)$ 。按照题意, $n=50$, 则 $h \geq \log_3 101 = 4.201$, $h=5$ 。

4. 在一棵高度为 3 的四叉树中,最多含有()结点。

【题解】 21。一般地,设四叉树高度为 h ,则结点数最多为 $4^0 + 4^1 + \cdots + 4^{h-1} = (4^h - 1)/3$,若 $h=3$,则四叉树最多有 $(4^3 - 1)/3 = (64 - 1)/3 = 21$ 。

5. 在一棵三叉树中,度为 3 的结点有 2 个,度为 2 的结点有 1 个,度为 1 的结点为 2 个,那么度为 0 的结点有()个。

【题解】 6。设三叉树中度为 0 的结点有 n_0 个,度为 1 的结点有 n_1 个,度为 2 的结点有 n_2 个,度为 3 的结点有 n_3 个,树中总结点有 n 个,则 $n = n_0 + n_1 + n_2 + n_3$,且树的分支数有 $n-1$ 条,而 $n-1 = n_0 + n_1 + n_2 + n_3 - 1 = n_1 + 2 \times n_2 + 3 \times n_3$,化简, $n_0 = n_2 + 2 \times n_3 + 1$,按照题意, $n_2=1, n_3=2$,则 $n_0 = 1 + 2 \times 2 + 1 = 6$,即度为 0 的结点有 6 个。

6. 一棵高度为 5 的完全二叉树中,最多包含()个结点。

【题解】 31。在完全二叉树中,设高度为 h ,则 $n \leq 2^h - 1$,若 $h=5$,则 $n \leq 2^5 - 1 = 31$ 。

7. 一棵树的广义表表示为 A (B (C, D (E, F, G), H (I, J))),则该树的高度为()。

【题解】 4。树的高度等于它的广义表表示的深度加 1,其广义表的深度等于它的括号最大嵌套重数,本题的广义表深度为 3,故树的高度为 4。

8. 在一棵二叉树中,若度为 2 的结点有 5 个,度为 1 的结点有 6 个,则叶结点有()个。

【题解】 6。在二叉树中, $n_0 = n_2 + 1, n_2 = 5$,则 $n_0 = 6$ 。

9. 若一棵二叉树的结点个数为 18,则它的最小高度为()。

【题解】 5。如果除最远层外,上面其他各层结点达到最多,其高度最小,这就是完全二叉树或理想平衡树的情形,应用计算公式 $h = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1 = \lfloor \log_2 18 \rfloor + 1 = 4 + 1 = 5$ 。

10. 设根结点为第 1 层,叶结点的高度为 1。在一棵高度为 h 的理想平衡树(即从第 1 层到 $h-1$ 层都是满的,第 h 层的结点分布在该层各处)中,最少含有()个结点。

【题解】 $2^{h-1} - 1$ 。依照题意,根结点在第 1 层,从第 1 层到第 $h-1$ 层都是满的,结点总个数等于 $2^{h-1} - 1$,第 h 层至少有 1 个结点,所以高度为 h 的理想平衡树至少有 $2^{h-1} - 1 + 1 = 2^{h-1}$ 个结点。

11. 在一棵高度为 h 的理想平衡树(即从第 1 层到第 $h-1$ 层都是满的,第 h 层的结点分布在该层各处)中,最多含有()个结点。

【题解】 $2^h - 1$ 。如果对于理想平衡树第 h 层也是满的,结点个数达到最多,等于 $2^{h-1} - 1 + 2^{h-1} = 2^h - 1$ 。

12. 若将一棵树 A (B (C, D, E), F (G (H), I)) 按照子女一兄弟链表表示法转换为二叉树,该二叉树中度为 2 的结点个数为()个。

【题解】 2。在树的子女一兄弟链表表示中,既有子女又有兄弟的结点才是二叉树中度为 2 的结点。在题目中给出的树中只有 B 和 G 满足要求,所以度为 2 的结点有 2 个。

13. 一棵树按照子女一兄弟链表表示转换成对应的二叉树,则该二叉树中根结点肯定没有()子女。

【题解】 右。树的子女一兄弟链表表示中,根结点如果有子树,则左指针(子女指针)非空,而右指针(兄弟指针)一定为空。

14. 在一个堆的顺序存储中,若一个元素的下标为 $i (0 \leq i \leq n-1)$,则它的左子女的下

标为()。

【题解】 $2i+1$ 。堆是按照完全二叉树的顺序存储组织的,由于结点从0开始编号,则第 i 个结点的左子女的下标是 $2i+1$ 。

15. 在一个堆的顺序存储中,若一个元素的下标为 i ($0 \leq i \leq n-1$),则它的右子女的下标为()。

【题解】 $2i+2$ 。接第14题,结点 i 的右子女的下标是 $2i+2$ 。

16. 在一个最小堆中,堆顶结点的值是所有结点中()。

【题解】 最小的。在一个最小堆中,堆顶结点的值是堆内所有结点中最小的。

17. 在一个最大堆中,堆顶结点的值是所有结点中()。

【题解】 最大的。在一个最大堆中,堆顶结点的值是堆内所有结点中最大的。

18. 6个结点可构造出()种不同形态的二叉树。

【题解】 132。使用 catalan 函数可以计算出不同形态二叉树的棵数为: $C_{2n}^n/(n+1) = C_{12}^6/(6+1) = 132$ 种。

19. 设森林 F 中有4棵树,第1、2、3、4棵树的结点个数分别为 n_1, n_2, n_3, n_4 ,当把森林 F 转换成一棵二叉树后,其根结点的右子树中有()个结点。

【题解】 $n_2 + n_3 + n_4$ 。森林 F 转换为一棵二叉树时,森林第1棵树的根结点成为相应二叉树的根结点,森林第1棵树的根的子树森林成为相应二叉树的根的左子树;森林除第1棵树外的其他树构成相应二叉树的根的右子树,它包含 $n_2 + n_3 + n_4$ 个结点。

20. 森林 F 中有4棵树,第1、2、3、4棵树的结点个数分别为 n_1, n_2, n_3, n_4 ,当把森林 F 转换成一棵二叉树后,其根结点的左子树中有()个结点。

【题解】 $n_1 - 1$ 。把森林 F 转换成一棵二叉树后,其根结点的左子树中包含 $n_1 - 1$ 个结点。

21. 将含有82个结点的完全二叉树从根结点开始顺序编号,根结点为第0号,其他结点自上向下,同一层自左向右连续编号,则第40号结点的父结点的编号为()。

【题解】 19。如果根结点的编号为0,根据完全二叉树的性质,结点 i ($i > 0$) 的父结点的编号为 $\lfloor (i-1)/2 \rfloor$,那么编号为40的结点的父结点是 $\lfloor (40-1)/2 \rfloor = 19$ 。

三、判断题

1. 在一棵二叉树中,假定每个结点只有左子女,没有右子女,对它分别进行前序遍历和后序遍历,则具有相同的遍历结果。

【题解】 错。将访问二叉树的根结点记为 V ,遍历根的左子树记为 L ,遍历根的右子树记为 R 。如果一棵二叉树的每个结点只有左子女,没有右子女,它就是一棵左斜单支树,其前序遍历为 VL ,后序遍历为 LV ,遍历结果不同。

2. 在一棵二叉树中,假定每个结点只有左子女,没有右子女,对它分别进行中序遍历和后序遍历,则具有相同的遍历结果。

【题解】 对。接第1题,对于一棵左斜单支树,其中序遍历为 LV ,后序遍历为 LV ,遍历的结果相同。

3. 在一棵二叉树中,假定每个结点只有左子女,没有右子女,对它分别进行前序遍历和中序遍历,则具有相同的遍历结果。

【题解】 错。接第1、2题,对于一棵左斜单支树,其前序遍历为 VL ,中序遍历为 LV ,

遍历结果不同。

4. 在一棵二叉树中,假定每个结点只有左子女,没有右子女,对它分别进行前序遍历和按层遍历,则具有相同的遍历结果。

【题解】 对。对于一棵左斜单支树,其前序遍历为 VL,层次序遍历也是 VL,具有相同的遍历结果。

5. 在树的存储中,若使每个结点带有指向父结点的指针,将在算法中为寻找父结点带来方便。

【题解】 对。每个结点带有指向其父结点的指针,如果想从指定结点 *p 找到其父结点,只需沿结点 *p 中的父指针上溯即可,时间复杂度为 $O(1)$ 。

6. 对于一棵具有 n 个结点,其高度为 h 的二叉树,进行任一种次序遍历的时间复杂度均为 $O(n)$ 。

【题解】 对。对于有 n 个结点的二叉树,不论采用何种遍历,都要对每个结点访问一次而且仅访问一次,其时间复杂度均为 $O(n)$ 。

7. 对于一棵具有 n 个结点,其高度为 h 的二叉树,进行任一种次序遍历的时间复杂度为 $O(h)$ 。

【题解】 错。任何一种次序遍历的时间复杂度都与树中的结点个数 n 有关,与树的高度无关。

8. 对于一棵具有 n 个结点的二叉树,进行前序、中序或后序遍历的空间复杂度均为 $O(\log_2 n)$ 。

【题解】 错。对于一棵有 n 个结点的二叉树,进行前序、中序或后序的空间复杂度与递归使用的栈有关,与二叉树的形态有关。对于双支树,空间复杂度会低些,对于单支树,空间复杂度会高一些。

9. 在一棵具有 n 个结点的线索二叉树中,每个结点的指针可能指向子女结点,也可能作为线索,指向某一种遍历次序的前驱或后继结点,所有结点中作为线索使用的指针共有 n 个。

【题解】 错。有 n 个结点的线索二叉树中有 $2n$ 个指针,其中有 $n-1$ 个是子女指针,有 $n+1$ 个是线索指针。

10. 当向一个最小堆中插入一个具有最小值的元素时,该元素需要逐层向上调整,直到被调整到堆顶位置为止。

【题解】 对。堆的插入是在堆的底部,即离根最远的那一层最后一个结点处。如果插入的是最小值元素,需要自底向上逐层进行调整。大的下落,小的上升,直至堆顶。

11. 对具有 n 个结点的堆进行插入一个元素运算的时间复杂度为 $O(n)$ 。

【题解】 错。堆插入的时间复杂度取决于堆的高度,应为 $O(\log_2 n)$ 。

12. 当从一个最小堆中删除一个元素时,需要把堆尾元素填补到堆顶位置,然后再按条件把它逐层向下调整,直到调整到合适位置为止。

【题解】 对。从堆中删除的一定是堆顶元素,然后把堆尾元素填补到堆顶位置,但有可能填补的不是最小值元素,不是一个最小堆了,因此,要从堆顶开始自顶向下逐层进行调整,使之重新形成一个最小堆。

13. 从具有 n 个结点的堆中删除一个元素,其时间复杂度为 $O(\log_2 n)$ 。

【题解】 对。堆删除的时间复杂度取决于堆的高度,应为 $O(\log_2 n)$ 。