第一篇

新贸易理论

第一章

迪克西特-斯蒂格利茨模型

第一节 模型简介

经济学家阿维那什·K. 迪克西特(Avinash K. Dixit)和约瑟夫·E. 斯蒂格利茨(Joseph E. Stiglitz)于 1977 年发表在 *American Economic Review* 上的一篇经典论文,题为“Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity”(《垄断竞争和最优产品的多样性》),提出了迪克西特-斯蒂格利茨模型(Dixit-Stiglitz Model,D-S 模型)。[①] 该模型是新贸易理论、新经济地理学和新增长理论的基础模型。不论是在国际贸易理论方面还是在经济增长理论方面,人们日益发现“规模经济”是经济学问题的核心。尽管人们可以在完全竞争的框架下对外部规模经济问题进行研究,但内部规模经济却无法和竞争性的市场结构相兼容。在 D-S 模型提出以前,由于内部规模经济模型的求解极为复杂且一般不能求出均衡解(从而更无法进行福利分析和比较),人们不得不借助外部性、溢出效应和边干边学等似是而非的概念,将研究局限于外部规模经济的分析。不论是经济理论本身还是对经济现实的解释,都要求一种能够对内部规模经济和垄断竞争的市场结构进行严格分析的理论框架,D-S 模型则为该问题的解决提供了简洁的基本方法。

一、模型基本问题

迪克西特和斯蒂格利茨在论文中指出,福利经济学中有关生产的基本问题是:一个市场个体能否生产出社会最优的产品种类和产品数量。众所周知,问题产生的原因有三个——分配公平、外部效应、规模经济,这三者都是导致不完全市场结构并使市场均衡解偏离社会最优解的原因。迪克西特和斯蒂格利茨的主要目的是对其中的(内部)规模经济情形进行分析。他们首先构造了迪克西特-斯蒂格利茨效用函数(D-S 效用函数,后被引申为 D-S 生产函数),然后依次在效用函数是不变弹性、可变弹性和非对称性的情形下求出其市场均衡解,并分别在每种情形下对市场均衡解和社会最优解进行了比较。

二、模型基本原理

模型基本原理可以表述如下:如果成本可以用总收入和对消费者盈余的恰当定义来衡

---

① DIXIT A K,STIGLITZ J E. Monopolistic competition and optimum product diversity[J]. American economic review,1977,67(3):297-308.

量,那么就应该生产一种商品。然后通过令需求价格与边际成本相等来找到最优数量。如果完全歧视性定价是可能的,那么这种最优价格可以通过市场实现;否则,将面临相互冲突的问题。实现边际条件的竞争性市场将是不可持续的,因为总利润为负。垄断的要素将带来正利润,但可能违反边际条件。因此,预计市场解决方案是次优的。然而,如果要理解所涉及的偏见的性质,就必须对这个问题建立更精确的模型。

三、模型构建思路

采取一条直接路线,注意到在所有潜在商品数量上定义的传统效用函数的无差异曲面的凸性,体现了多样性的可取性。因此,在数量(1,0)和(0,1)之间无差异的消费者更喜欢(1/2,1/2)组合,而非任意极端。这种观点的优点是,其结果涉及人们熟悉的需求函数的价格弹性和交叉弹性,因此更容易理解。

本章结构是:首先,分析固定弹性的情形,建立需求函数、市场均衡、最优约束和无约束最优化方法。其次,分析可变弹性的情形。最后,分析非对称情形,对模型进行总结。

第二节　模型先导——CES 效用函数与替代弹性

学习 D-S 模型之前,首先学习在国际贸易理论文献中最常见的设定——CES 效用函数,具体形式如下[①]:

$$U=\left[\int_{\omega\in\Omega}q(\omega)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\mathrm{d}\omega\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

其中,$\sigma>1$。

这是个简单的效用函数,这个函数形式可由一个离散选择模型推导出来,积分就是求和,积分符号外面套了个指数,这个指数单调变换并不会改变偏好。因此,这个函数形式也可以等价于如下的函数形式:

$$U=\left[\int_{\omega\in\Omega}q(\omega)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\mathrm{d}\omega\right]$$

其中,$q(\omega)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}$为指数函数,$\omega$ 为一个商品的编号,如"1 号商品""2 号商品"等。到底有多少种商品,要看包含了所有的 ω 的这个集合有多大,所有可以买到的商品都归入 Ω 这个集合。

以最简单的离散情况来类比,假设只有两种商品,$\Omega=\{1,2\}$,并且为了简化函数,令 $\rho=\dfrac{\sigma-1}{\sigma}$,这时这个函数可以写成

$$U=q_1^{\rho}+q_2^{\rho}$$

简化之后该函数一目了然,如果想多写几种商品,可以用到高中数学中的求和符号 $\sum\limits_{i=1}^{N}q_i^{\rho}$,这样可以大大简化公式。同时理解"求和符号就是相加",下面推导这个函数的性质。

① 本节内容由浙江大学经济学院周默涵教授提供,特此表示由衷感谢。

一、种类偏好

通常 CES 效用函数表现出种类偏好(love for variety),概括而言,种类偏好是单个商品上边际效用递减的一个表现。举例来说,假设羊肉串和掌中宝都是两元钱一串。你如果有10元钱,可以买5串羊肉串,也可以买5串掌中宝。但是你显然不会这么做,因为你吃到第3串羊肉串时,边际效用递减到近乎厌倦,这时你还不如把第4串、第5串羊肉串的钱都买掌中宝,从而获得更大的愉悦。如果只有一种串,你是没法获得这么大的愉悦的。这就是种类偏好。相反,如果你对羊肉串上瘾,吃羊肉串边际效用根本不会递减,那么你也根本就不会去想要换掌中宝,这时也便没有种类偏好。

CES 效用函数中的被积函数是个指数函数,指数还是小于1的数值,必然表现出边际效用递减,因而也具有种类偏好的属性。强调 CES 效用函数具有这种性质并非没有道理。假设出现一种特殊情况,共有 N 种商品,每种商品的价格都相同,为 p,由于每种商品进入效用函数的方式是对称的,因而花在每种商品上的钱必然也相同,各种商品的需求量也相同,均为

$$q = E/Np$$

将这些需求量代入效用函数,就得到了效用值为

$$U^{*} = N^{\frac{1}{\sigma-1}} \frac{E}{p}$$

由此马上可以看出,$\frac{1}{\sigma-1}$正是效用对商品种类的弹性。因此,σ 这个参数控制了种类偏好的强弱:σ 越大,弹性越小,这很好理解。注意到单个商品的效用 $q(\omega)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}$ 的指数是随着 σ 的上升而上升。这个指数越小,意味着边际效用递减得越厉害,根据上面的推断,边际效用递减得越厉害,就越是想要种类多的商品,因此种类偏好也就越强。这是 CES 效用函数的好处:用仅仅一个参数,便代表了种类偏好的强弱。

二、需求函数

通常文献中模型设立的开篇先交代 CES 效用函数,随之马上由效用函数推导得到需求函数。比如下面这种代表性消费者的偏好是由在连续的商品索引 ω 中的 CES 效用函数给出的:

$$U = \left[\int_{\omega \in \Omega} q(\omega)^{\rho} \mathrm{d}\omega\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

其中,集合 Ω 的测度代表可获得商品的数量,这些商品互为替代品,$0<\rho<1$,两个商品间的替代弹性是 $\sigma=1/(1-\rho)>1$。正如 Dixit 和 Stiglitz(1977)指出的那样,消费者行为可以通过考虑与总价格相关的总商品 $Q=U$ 消费品种集来构建模型。

$$P = \left[\int_{\omega \in \Omega} q(\omega)^{1-\sigma} \mathrm{d}\omega\right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \tag{1.1}$$

然后,这些总量可用于得出所使用单个品种的最佳消费和支出决策:

$$q(\omega)=Q\left[\frac{p(\omega)}{p}\right]^{-\sigma}$$

$$r(\omega)=R\left[\frac{p(\omega)}{p}\right]^{1-\sigma} \tag{1.2}$$

其中，$R=PQ=\int_{\omega\in\Omega} r(\omega)\mathrm{d}\omega$ 表示总支出。

下面对需求函数进行推导，通过设立消费者最优化问题来进行求解。消费者最优化问题表示如下：

$$\max\left(\sum_{i=1}^{N} q_i^{\rho}\right)^{\frac{1}{\rho}}$$

之前定义了 $\rho=\dfrac{\sigma-1}{\sigma}$消费者面临的预算约束为

$$\text{s.t.}\sum_{i=1}^{N} p_i q_i=E$$

这个问题的一阶条件(FOC)为

$$\left(\sum_{i=1}^{N} q_i^{\rho}\right)^{\frac{1}{\rho}} q_i^{\rho-1}=\lambda p_i$$

注意到对于另一个商品，也同样有

$$\left(\sum_{i=1}^{N} q_i^{\rho}\right)^{\frac{1}{\rho}-1} q_j^{\rho-1}=\lambda p_j$$

其中，$\lambda>0$ 为拉格朗日乘子。

将两个算式相除，进行分式化简得到：

$$\left(\frac{q_i}{q_j}\right)^{\rho-1}=\frac{p_i}{p_j}$$

根据之前的定义 $\rho=\dfrac{\sigma-1}{\sigma}$变换得到：

$$\rho-1=-\frac{1}{\sigma}$$

于是，上式又可以写成

$$\frac{q_i}{q_j}=\left(\frac{p_i}{p_j}\right)^{-\sigma}$$

上述式子的经济学含义是：两个商品的相对需求与其相对价格是负相关的关系，关系大小由 σ 这个参数来控制。

此即替代弹性(elasticity of substitution)，定义为

$$\text{替代弹性}=-\frac{\partial\left(\dfrac{q_i}{q_j}\right)}{\partial\left(\dfrac{p_i}{p_j}\right)}=\sigma$$

它所描述的就是相对价格每上升百分之一，相对需求下降百分之几。在效用函数下，这百分之几就等于 σ，是个常数，与具体的 q_i，q_j 以及别的种类的产品消费了多少毫无关

系，是谓常替代弹性(constant elasticity of substitution)，即 CES。

为了推出需求函数，把$\frac{q_i}{q_j}=\left(\frac{p_i}{p_j}\right)^{-\sigma}$两边都乘以$\frac{p_i}{p_j}$：

$$\frac{p_i q_i}{p_j q_j}=\frac{p_i^{1-\sigma}}{p_j^{1-\sigma}}$$

注意到，$p_i q_i$ 是花费在 i 这个商品上的支出，由该式可知：在 i 商品上的支出，和 i 这个商品价格的 $1-\sigma$ 次方成正比。换言之，花在 i 这个商品上的支出占所有支出的比重 θ_i，正如下式：

$$\theta_i=\frac{p_i^{1-\sigma}}{\sum_{j=1}^{N} p_j^{1-\sigma}}$$

现在，知道了在 i 商品上的支出占总收入的比重，还知道总收入为 E，那么，马上就知道在 i 上花费的具体金额，即

$$\theta_i E=\frac{p_i^{1-\sigma}}{\sum_{j=1}^{N} p_j^{1-\sigma}}E$$

然而刚才又说了 $p_i q_i$ 是花费在 i 这个商品上的支出，于是

$$p_i q_i=\frac{p_i^{1-\sigma}}{\sum_{j=1}^{N} p_j^{1-\sigma}}E$$

两边同时除以 p_i，就得到：

$$q_i=\frac{p_i^{-\sigma}}{\sum_{j=1}^{N} p_j^{1-\sigma}}E$$

经过推导和类比，将求和符号换成积分符号，得到积分情况下的需求函数：

$$q(\omega)=\frac{p(\omega)^{\sigma}}{\int_{\omega\in\Omega} p(\omega)^{1-\sigma}\,\mathrm{d}\omega}E$$

为了让它看起来更简洁，定义理想价格指数(ideal price index)，表示为

$$P=\left[\int_{\omega\in\Omega} p(\omega)^{1-\sigma}\,\mathrm{d}\omega\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

可以记住口诀：“P 的 $1-\sigma$ 次方，其实就是把所有的 p 的 $1-\sigma$ 次方加起来”。将这个定义代入需求函数，得到：

$$q(\omega)=\frac{p(\omega)^{-\sigma}}{P^{1-\sigma}}E$$

这个简化形式就是通常文献中见到的形式。

下面来看看这个需求函数有什么性质。说到需求函数，一是看一个商品价格对自身需求的影响，二是看别的商品价格对该商品有什么影响。别的商品价格的影响，就是替代弹性。对于自己价格变化对需求的影响，有一件事情需要注意：ω 这个商品其价格不仅在分

子中出现，还在分母中出现，这是因为它本身也是构成价格指数的一分子。这样一来，对于单个商品 ω 而言，E 和 P 都成了常数，于是便可看出需求弹性正是 σ。要是看不出这一点，只要将需求函数两边都取对数再求导就行了。而这也是 CES 需求函数的一个特性：不但替代弹性是一个常数，连需求弹性也是一个常数，并且是同一个常数。

三、价格指数

首先容易看出，如果锁定商品的集合 Ω 不变，那么随便哪种商品的价格越低，都会导致价格指数越低。

$$P=\left[\int_{\omega\in\Omega}p(\omega)^{1-\sigma}\mathrm{d}\omega\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

再者，倘若这个集合突然变大(比如从 100 个商品变成了 120 个)，也即引入新的商品，也会导致价格指数变低。只要注意到上式中括号里的积分，被积函数是个正的函数，那么积分的范围扩大了，积分的值当然会变大。再注意到积分值越大，P 越小，因为 σ 是大于 1 的数。

再看需求函数，价格指数降低，即使单个商品 ω 的价格不变，对于商品 ω 的需求也会下降，因为上面两个价格指数降低的原因，要么是竞争对手降价了，要么是竞争对手变多了，那么需求下降，也是比较自然的事情。

将需求函数代入效用函数，就得到了间接效用函数，将这个满足最大化均衡条件的效用定义为 V。代入价格指数定义公式，经过化简，得到一个简单的式子：

$$V=\frac{E}{P}$$

注意：这个式子在很多论文里直接写成 $U=\dfrac{E}{P}$，请注意与直接效用函数 U 相区别，这个 U 已经是满足了最大化条件之后的效用，是间接效用。价格指数的经济含义是：希望获得的使效用最大化的价格，之所以如此，是因为一共花了支出 E，得到了 V 单位的已最大化的效用，而 P 又正好等于 E 除以 V。因此，给定收入 E，价格指数代表了居民的真实生活水准，或者福利水平。价格指数越低，居民每获得一单位效用的成本就越低，当然就可以获得更大的效用。

考虑另一种做法：消费者的花费最小化问题，即为了达到一定的效用，最少需要支出多少的问题：

$$\min\sum_{i=1}^{N}p_i q_i$$

$$\text{s.t.}\left(\sum_{i=1}^{N}q_i^{\rho}\right)^{\frac{1}{\rho}}\geqslant u$$

该问题对应的拉格朗日函数是

$$L=\sum_{i=1}^{N}p_i q_i-\gamma\left[\left(\sum_{i=1}^{N}q_i^{\rho}\right)^{\frac{1}{\rho}}-u\right]$$

通过求解一阶条件，即得到：

$$\gamma = P$$

也即,该问题的拉格朗日乘子正是价格指数 P。而 γ 的经济含义则是一单位效用的影子价格。

第三节　模型设定与推导

标记相关商品的潜在范围为 1、2、3…,将各种商品的数量写为 x_0 和 $x=(x_1,x_2,x_3\cdots)$,假设一个具有凸无差异曲面的离散效用函数:

$$u = U[x_0, V(x_1, x_2, x_3\cdots)] \tag{1.3}$$

通过假设 V 是对称函数,并且该组中的所有商品具有相等的固定成本和边际成本来进一步简化。由于存在商品的物理差异,经常会出现自然的不对称性,靠近的一对比相距较远的一对能更好地相互替代。因此,先考虑对称情况,再考虑不对称情况。

假设所有商品都具有单位收入弹性,该行业适合局部均衡分析。本节的方法可以更好地分析部门间替代情况。在以下第一部分,将间接效用 V 赋予 CES 形式,但 U 可以是任意形状。在第二部分,U 赋予柯布-道格拉斯形状,但 V 具有更一般的相加形式。因此,第一部分允许更一般的部门间关系,而第二部分则考虑更一般的部门内替代。

一、固定弹性的情形

(一) 需求函数

本部分设定效用函数为

$$u = U\left[x_0, \left(\sum_i x_i^{\rho}\right)^{\frac{1}{\rho}}\right] \tag{1.4}$$

对于凹性,需要 $p<1$。此外,因为想要允许有几个 x_i 为 0 的情况,需要 $p>0$。预算约束是

$$x_0 + \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \sum = I \tag{1.5}$$

其中,p_i 为所生产商品的价格;I 为计价单位的收入,即设定为 I 的禀赋加上企业分配给消费者的利润,或减去用于支付的一次性扣除额。

定义双权指数和价格指数:

$$Y = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\rho}\right)^{\frac{1}{\rho}} \quad q = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i^{\frac{-1}{\rho}}\right)^{-\beta} \tag{1.6}$$

其中,因为 $0<\rho<1$,所以 $\beta=(1-\rho)/\rho$ 为正,那么可以证明在第一阶段,

$$y = I \cdot \frac{s(q)}{q} \quad x_0 = I \cdot [1 - S(q)] \tag{1.7}$$

对于依赖于 u 形式的函数 s,$\sigma(q)$为 x_0 和 y 之间的替代弹性,将 $\theta(q)$定义为函数 s 的弹性,即 $qs'(q)/s(q)$,因此得到:

$$\theta(q) = [1 - \sigma(q)] \cdot [1 - S(q)] < 1 \tag{1.8}$$

但是 $\theta(q)$ 可以是负的，因为 $\sigma(q)$ 可以大于 1。转到问题的第二阶段，由既定产量下的成本最小化问题可以解出，对于每一个 i 都有

$$x_i = \left[\frac{q}{p_i}\right]^{\frac{1}{(1-\rho)}} \tag{1.9}$$

其中，p 是由式(1.6)定义的，并仅通过 q 来影响 x_i。从式(1.6)得到弹性表达式为

$$\frac{\partial \ln q}{\partial \ln p_i} = \left(\frac{q}{p_i}\right)^{\frac{1}{\beta}} \tag{1.10}$$

只要集合内商品的价格没有不同数量级，这就是 $(1/n)$ 的数量级。假设 n 相当大，因此忽略每个 x_i 的价格 p 对 q 的影响，则弹性为

$$\frac{\partial \ln q}{\partial \ln p_i} = \frac{-1}{(1-\rho)} = \frac{-(1+\beta)}{\beta} \tag{1.11}$$

在张伯伦公式中，这是 dd 曲线的弹性，即在假设其他商品价格不变时，将每种商品的需求与其自身价格联系起来的曲线。在大样本情况下，还可以看到，对于 $i \neq j$，交叉弹性 $\partial \ln x_i / \partial \ln p_j$ 可以忽略不计。然而，如果集合中的所有价格一起变动，则单独的微小影响会对数量施加相当大的影响。这对应于张伯伦的 DD 曲线。考虑一个对称的情况 $x_i = x$，$p_i = p$，因此：

$$y = x \cdot n^{\frac{1}{\rho}} = x \cdot n^{1+\beta}$$

$$q = p \cdot n^{\frac{-(1-\rho)}{\rho}} \tag{1.12}$$

然后从式(1.7)和式(1.9)得到：

$$x = \frac{I \cdot S(q)}{p \cdot n} \tag{1.13}$$

它的弹性很容易计算，发现

$$\frac{\partial \ln x}{\partial \ln p_i} = -[1-\theta(q)] \tag{1.14}$$

则从式(1.8)可以看出 DD 曲线向下倾斜。从式(1.11)和式(1.14)可以看出，DD 曲线更具有弹性的传统条件是

$$\frac{1}{\beta} + \theta(q) > 0 \tag{1.15}$$

最后，观察到对于 $i \neq j$，

$$\frac{x_i}{x_j} = \left[\frac{p_j}{p_i}\right]^{\frac{1}{(1-\rho)}} \tag{1.16}$$

因此，$1/(1-\rho)$ 是集合内任意两个商品之间的替代弹性。

(二) 市场均衡

可以证明每家公司生产一种商品，每家公司都试图最大化其利润，进入市场后边际企业都只能获取正常利润，无法获得超额利润。因此，市场均衡是张伯伦垄断竞争的常见情况，其中经常涉及数量与多样性的问题。每个公司独立运作的利润最大化条件是边际收入和边际成本相等。用 c 表示共同边际成本，并注意到每个公司的需求弹性是 $\frac{(1+\beta)}{\beta}$，对于

每个活跃公司得到第一个均衡条件：

$$p_i\left(1-\frac{\beta}{1+\beta}\right)=c$$

用 p_e 表示每一种产量的共同均衡价格：

$$p_e=c(1+\beta)=\frac{c}{p} \tag{1.17}$$

均衡的第二个条件是公司进入，直到下一个潜在的进入者出现亏损。如果 n 足够大，使得 I 是一个小增量，可以假设边际公司正好是盈亏平衡，即 $(p_n-c)x_n=a$。其中，x_n 由需求函数得到，a 为固定成本。在对称的情况下，所有内部公司的利润都为零，然后 $I=1$，使用式(1.13)和式(1.17)可以写出均衡条件，从而得到活跃公司的数量 n_e：

$$\frac{S(p_e n_e^{-\beta})}{p_e n_e}=\frac{a}{\beta c} \tag{1.18}$$

如果 $S(p_e n_e^{-\beta})/p_e n_e$ 是 n 的单调函数，则均衡具有唯一解。这与关于两条需求曲线的前期讨论有关。从式(1.13)可以看出，随着 n 的增加，$S(pn^{-\beta})/pn$ 的表现说明随着公司数量的增加，每家公司的需求曲线 DD 是如何变化的，人们很自然地认为它会向左移动。例如，对于每个固定的 p，上述函数随着 n 的增加而减小。弹性形式的条件容易看出：

$$1+\beta\theta(q)>0 \tag{1.19}$$

式(1.19)和式(1.15)是一样的，表明 DD 曲线比 dd 曲线更富有弹性，假设它是成立的。[①] 请注意，在参数公式中，这意味着非弹性 DD 曲线，式(1.19)成立，因此均衡是唯一的。最后，使用式(1.9)、式(1.13)和式(1.18)，可以计算每个活跃企业的均衡产出：

$$x_e=\frac{a}{\beta c} \tag{1.20}$$

也可以写一个关于整个集团预算份额的表达式：

$$s_e=s(q_e)$$

其中，

$$q_e=p_e n_e^{-\beta} \tag{1.21}$$

这些将对接下来的分析比较有用。

(三) 最优约束

此部分是将均衡解与社会最优解进行比较。[②] 从这样一个受约束的最优解开始。目标是选择 n、p_i 和 x_i，以便最大化效用，满足需求函数，并使每个公司的利润保持非负。所有活跃公司都具有相同的产出水平和价格，并且利润应为零，这在一定程度上简化了问题。于是，使 u 最大化的问题就变成了使 q 最小化的问题，即

---

① 传统的张伯伦分析假设整个集合的需求曲线是固定的。这相当于假设 $n\cdot x$ 与 n 无关，即 $s(pn^{-\beta})$ 与 n 无关。如果 $\beta=0$，或者对所有 q，都有 $\sigma(q)=1$，前者相当于假设 $\rho=1$，当集合中的所有商品都是完全替代品时，多样性根本不重要。这与整个分析的意图背道而驰。因此，传统分析隐含地假设 $\sigma(q)=1$，这为垄断竞争部门提供了恒定的预算份额。

② 在规模经济的情况下，第一个最佳或不受约束(实际上仅受技术和资源可用性约束)的最优解要求定价低于平均成本，因此需要对公司进行一次性转移补贴以弥补损失，这一做法的概念和实际困难显然是巨大的。因此，似乎更合适的最优概念是受约束的最优解，其中每个公司都必须有非负利润。这可以通过监管、消费税或特许经营税、补贴来实现，其中重要的限制是不存在一次性补贴。

$$\min_{n,p} pn^{-d}$$

使得

$$(p-c)\frac{s(pn^{-\beta})}{pn}=a \tag{1.22}$$

为了解决这个问题，计算了沿着目标水平曲线的对数边际替代率、沿着约束的相似转换率，并使两者相等，得到条件：

$$\frac{\frac{c}{p-c}+\theta(q)}{1+\beta\theta(q)}=\frac{1}{\beta} \tag{1.23}$$

二阶条件可以被证明是成立的，并且式(1.23)化简得到在最优条件下生产的每一种商品的价格 p_c：

$$p_c=c(1+\beta) \tag{1.24}$$

比较式(1.17)和式(1.24)，看到两个求解方案具有相同的价格。由于它们面临相同的盈亏平衡约束，因此它们也拥有相同数量的公司，并且所有其他变量的值都可以根据这两个变量计算出来。因此，面临令人惊讶的情况，即垄断竞争均衡与缺乏一次性补贴的最优约束完全相同。张伯伦曾经说过这种平衡是“一种理想”；分析表明了在何时以及在什么意义上，这可能是正确的。

(四) 无约束最优化方法

这些解可以依次与无约束解或最优解进行比较。对凸性的考虑再次证明，所有的活跃企业都应该有相同的产出。因此，要选择 n 家生产 x 数量商品的公司来达到最大产量：

$$u=U(1-n(a+cx),xn^{1+\beta}) \tag{1.25}$$

其中，利用了经济的资源平衡条件和式(1.12)，得到一阶条件为

$$-ncU_0+n^{1+\beta}U_y=0 \tag{1.26}$$

$$-(a+cx)U_0+(1+\beta)xn^{\beta}U_y=0 \tag{1.27}$$

从预算计划的第一阶段开始，$q=U_y/U_0$。使用式(1.26)和式(1.12)，发现在无约束最优条件下，每个活跃企业收取的价格 p_u 等于边际成本：

$$p_u=c \tag{1.28}$$

当然，这并不奇怪。从一阶条件有

$$x_u=\frac{a}{c\beta} \tag{1.29}$$

最后，对于式(1.28)，每个活跃的公司都精确地支付其可变成本。给公司的一次性转移支付等于 an，因此 $I=1-an$，且：

$$x=(1-an)\frac{s(pn^{-\beta})}{pn}$$

企业数量 n_u 被定义为

$$\frac{s(cn_u^{-\beta})}{n_u}=\frac{a/\beta}{1-an_u} \tag{1.30}$$

现在可以将这些幅度与平衡或约束最优中的相应幅度进行比较。最显著的结果是，在

两种情况下，每个活跃企业的产出是相同的。事实上，在张伯伦均衡中，每个企业都在最低平均成本点的左侧运作，这一事实通常被描述为存在产能过剩。然而，当需要多样性，即不同的商品不是完美的替代品时，将每个公司的产出扩大到所有规模经济都耗尽的程度通常并不是最佳选择。已经在一个并非极端的案例中证明，第一个最佳方案不会利用超出均衡可及程度的规模经济。这样就容易想象出均衡解利用规模经济的情况与社会最优解的均衡点相差甚远。因此，从市场的角度来看，该结果与产能过剩前期文献的结果不符。

直接比较（16家和28家）公司的数量是很困难的，但间接论证却很简单。可见，无约束最优值比有约束最优值具有更高的效用。而且，前者的总收入水平也低于后者的总收入水平。因此，如式（1.31）所示：

$$q_u < q_c = q_e \tag{1.31}$$

此外，差异必须足够大，非约束情况下 x_0 和数量指数 y 的预算约束必须位于相关区域的约束情况之外，如图1.1所示。设 C 为约束最优值，A 为无约束最优值，B 为连接原点与 C 的直线在无约束情况下满足无差异曲线的点。根据相似性，B 处的无差异曲线与 C 处的无差异曲线平行，因此从 C 到 B 和从 B 到 A 的每一次移动都增加 y 的值。由于 x 在两个最优处的值相同，必须

$$n_u > n_c = n_e \tag{1.32}$$

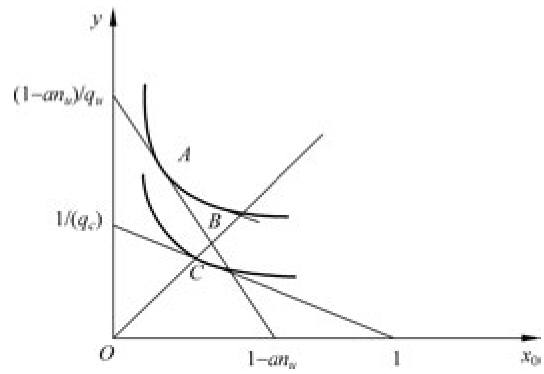

图1.1　两种均衡状态比较

因此，无约束最优值实际上比有约束最优值和均衡允许更多的变化，这是与过度多样性的前期文献相矛盾的另一点。使用式（1.31）可以很容易地比较预算份额。在一直使用的符号中，当 $\theta(q)><0$ 时，$s_u><s_c$，因为 $\sigma(q)><1$ 提供了这些参数来控制 q 的范围。在这两种情况下，不可能得到关于 x_0 相对大小的一般结果；对图1.1的检查显示了这一点。然而，有一个充分条件：

$$x_{u0} = (1-n_u)(1-s_u) < 1-s_u \leqslant 1-s_c = x_{0c} \quad \theta(q) \geqslant 1$$

在这种情况下，平衡或有约束最优比无约束最优使用更多的努-梅莱尔资源。另外，如果 $\sigma(q)=0$，有L形的等量线，在图1.1中，点 A 和点 B 重合，得出相反的结论。在本部分，可以看到，当替代弹性不变时，市场均衡点与有约束最优点一致。本部分还证明了无约束最优点将有更多的公司，每个公司的规模都相同。最后，本部分指出产业间的资源分配取决于产业间的替代弹性，这种弹性也支配着均衡解唯一性的条件和最优二阶条件。

二、可变弹性的情形

现在的效用函数为

$$u = x_0^{1-\gamma}\left[\sum_i v(x_i)\right]^\gamma \tag{1.33}$$

当 v 增大且为凹时，$0<\gamma<1$，这类比假设单位部门间替代弹性。然而，这并不是严格的，因为这组效用函数 $V(\underline{x})=\sum_i v(x_i)$ 不是同质的，两阶段预算不适用。可以看出，大样本情况下 dd 曲线的弹性为：对于任意 i，

$$-\frac{\partial \ln x_i}{\partial \ln p_i} = -\frac{v(x)}{x_i v''(x)} \tag{1.34}$$

这与固定弹性的情形不同，需求弹性是 x_i 的函数。为了突出相似性和区别，定义 $\beta(x)$ 为

$$\frac{1+\beta(x)}{\beta(x)} = -\frac{v(x)}{x_i v''(x)} \tag{1.35}$$

接下来，设 $x_i=x, p_i=p, i=1,2,\cdots,n$，可以把 DD 曲线和标准化商品需求写成

$$x=\frac{1}{np}\omega(x),\quad x_0 = I\cdot[1-\omega(x)] \tag{1.36}$$

其中，

$$\begin{aligned}\omega(x) &= \frac{\gamma\rho(x)}{[\gamma\rho(x)+(1-\gamma)]}\\ \rho(x) &= \frac{xv'(x)}{v(x)}\end{aligned} \tag{1.37}$$

假设 $0<\rho(x)<1$，因此有 $0<\omega(x)<1$。现在考虑张伯伦均衡，在每一个活跃企业的利润最大化条件下，以共同均衡产出 x_e 为单位，得到共同均衡价格 p_e。

$$p_e = c[1+\beta(x_e)] \tag{1.38}$$

注意式(1.38)与式(1.17)的类比。在纯利润为零的情况下，将 x_e 定义为

$$\frac{cx_e}{a+cx_e} = \frac{1}{1+\beta(x_e)} \tag{1.39}$$

最后，利用 DD 曲线和盈亏平衡条件，可以计算出公司的数量：

$$n_e = \frac{\omega(x_e)}{a+cx_e} \tag{1.40}$$

为了求解有约束下的最优解，希望选择 n 和 x 使 u 最大化，条件是式(1.36)且盈亏平衡条件 $px=a+cx$。换句话说，可以把 u 仅表示为 x 的函数：

$$u=\gamma^\gamma(1-\gamma)^{1-\gamma}\frac{\left[\dfrac{\rho(x)v(x)}{a+cx}\right]^\gamma}{\gamma\rho(x)+(1-\gamma)} \tag{1.41}$$

一阶条件定义 x_e：

$$\frac{cx_e}{a+x_e} = \frac{1}{1+\beta(x_e)} - \frac{\omega(x_e)x_e\rho(x_e)}{\gamma\rho(x_e)} \tag{1.42}$$

将其与式(1.39)进行比较，利用二阶条件，可以看出假设$\rho'(x)$对于所有x都是单符号的，

$$x_c >< x_e \text{ 根据 } \rho'(x) <> 0 \tag{1.43}$$

在每一种情况下，纯利润为零，各点(x_e, p_e)和(x_c, p_c)位于同一条递减的平均成本曲线上，因此：

$$p_c <> p_e \text{ 根据 } x_c >< x_e \tag{1.44}$$

接下来注意到dd曲线与平均成本曲线(x_e, p_e)相切，dd曲线更陡。考虑$x_c > x_e$的情况，现在，点(x_c, p_c)必须位于比(x_e, p_e)更右的DD曲线上，因此必须对应更少的公司。如果$x_c < x_e$，则情况相反。因此：

$$n_c <> n_e \text{ 根据 } x_c >< x_e \tag{1.45}$$

最后，式(1.43)表明在这两种情况下，$\rho(x_c) < \rho(x_e)$，那么$\omega(x_c) < \omega(x_e)$，从式(1.36)得出：

$$x_{0c} > x_{0e} \tag{1.46}$$

较小程度的部门间替代可能会逆转结果，如固定弹性的情形所示。这些结果的直观原因如下。根据大商品集合假设，每个公司的收入与$xv'(x)$成正比。然而，其产出对总体效用的贡献是$v(x)$。两者之比为$\rho(x)$。如果$\rho'(x) > 0$，那么在边际上，每个公司发现扩张规模比社会期望获得的利润更多，因此$x_e > x_c$。考虑到盈亏平衡的限制，这会导致公司数量减少。注意，相关的大小是效用的弹性，而不是需求的弹性。这两者是有关系的，由于：

$$x\frac{\rho'(x)}{\rho(x)} = \frac{1}{1+\beta(x)} - \rho(x) \tag{1.47}$$

因此，如果$\rho(x)$在一个区间内恒定，那么$\beta(x)$也是恒定的，并且有$1/(1+\beta) = \rho$，这是固定弹性的情形。但是，如果$\rho(x)$变化，无法推断$\rho'(x)$和$\beta'(x)$的符号之间的关系。所以，需求弹性的变化通常不是相关考虑因素。然而，对于重要的效用函数族来说，存在着某种关系。例如，对于$v(x) = (k+mx)^j$，当$m > 0$且$0 < j < 1$时，发现$-xv''/v'$和xv'/v呈正相关。现在通常预计，随着生产的商品数量增加，任何一对商品之间的替代弹性都会提高。在对称均衡中，这恰好是边际效用弹性的倒数。那么较高的x将对应较低的n，因此替代弹性较低，则$-xv''/v'$和xv'/v较高。因此，预计$\rho'(x) > 0$，即均衡涉及的企业数量比有约束最优值更少且规模更大。无约束最优问题是选择n和x最大化：

$$u = [nv(x)]^{\gamma}[1 - n(a + cx)]^{1-\gamma} \tag{1.48}$$

很容易表明求解方案为

$$p_u = c \tag{1.49}$$

$$\frac{cx_u}{a + cx_u} = \rho(x_u) \tag{1.50}$$

$$n_u = \frac{\gamma}{a + cx_u} \tag{1.51}$$

可以用二阶条件来表示：

$$x_u <> x_c \text{ 根据 } \rho'(x) >< 0 \tag{1.52}$$

在每种情况下都可以代入式(1.48)，因此在均衡和无约束最优解之间产生类似的产出

比较。无约束的最优价格当然是三者中最低的。至于公司的数量，则记为

$$n_c = \frac{\omega(x_c)}{a + cx_c} < \frac{\gamma}{a + cx_c}$$

因此有一个单调关系：

$$\text{如果 } x_u < x_c, \quad \text{则 } n_u > n_c \tag{1.53}$$

均衡也是如此。这些都为在无约束最优解情况下拥有数量更多、规模更大公司留下了空间。这并非不合理，毕竟无约束优化更有效地利用了资源。

三、非对称情形

到目前为止，讨论在集合内部强加了对称性。因此，生产的品种数量是相关的，但任何集合 n 与任何其他集合 m 一样好。下一个重要修改是去除此限制。很容易看出，商品组内的相互关系如何导致偏差。因此，如果不生产糖，对咖啡的需求可能会很低，以至于在存在安装成本时，其生产无利可图。有人对此持反对意见，即对于互补商品，一个进入者有动力生产这两种商品。然而，即使所有商品都是替代品，问题仍然存在。通过考虑将生产来自两组之一商品的行业来说明这一点，并检查是否可能选择错误的组。假设除了计价器商品外还有两种商品，这两种商品互为完全替代品，都具有恒定的弹性效用函数。此外，假定计价商品的预算份额是不变的。效用函数是

$$u = x_0^{1-s}\left\{\left[\sum_{i_1=1}^{n_1} x_{i_1}^{\rho_1}\right]^{\frac{1}{\rho_1}} + \left[\sum_{i_2=1}^{n_2} x_{i_2}^{\rho_2}\right]^{\frac{1}{\rho_2}}\right\}^s \tag{1.54}$$

假设第 i 组中的每个公司都有固定成本 a_i 和恒定边际成本 c_i。考虑两种类型的均衡，每种均衡只产生一组均衡解。这些是由以下方程组得出：

$$\begin{cases} \bar{x}_1 = \dfrac{a_1}{c_1\beta_1}, \quad \bar{x}_2 = 0 \\ \bar{p}_1 = c_1(1+\beta_1) \\ \bar{n}_1 = \dfrac{s\beta_1}{a_1(1+\beta_1)} \\ \bar{q}_1 = \bar{p}_1\bar{n}_1^{-\beta_1} = c_1(1+\beta_1)^{(1+\beta_1)}\left(\dfrac{a_1}{s}\right)^{\beta_1} \\ \bar{u}_1 = s^s(1-s)^{1-s}\bar{q}_1^{\ -s} \end{cases} \tag{1.55a}$$

$$\begin{cases} \bar{x}_2 = \dfrac{a_2}{c_2\beta_2}, \quad \bar{x}_1 = 0 \\ \bar{p}_2 = c_2(1+\beta_2) \\ \bar{n}_2 = \dfrac{s\beta_2}{a_2(1+\beta_2)} \\ \bar{q}_2 = \bar{p}_2\bar{n}_2^{-\beta_2} = c_2(1+\beta_2)^{1+\beta_2}\left(\dfrac{a_2}{s}\right)^{\beta_2} \\ \bar{u}_2 = s^s(1-s)^{1-s}\bar{q}_2^{-s} \end{cases} \tag{1.55b}$$

当且仅当不支付第二组商品的费用时，方程(1.55a)是一个纳什均衡。对这种商品的需求是

$$x_2=\begin{cases}0, & p_2\geqslant\bar{q}_1\\ s/p_2, & p_2<\bar{q}_1\end{cases}$$

因此要求：

$$\max_{p_2}(p_2-c_2)x_2=s\left(1-\frac{c_2}{\bar{q}_1}\right)<a_2$$

或者

$$\bar{q}_1<\frac{sc_2}{s-a_2} \tag{1.56}$$

同样，式(1.53b)是一个纳什均衡，当且仅当：

$$\bar{q}_2<\frac{sc_1}{s-a_1} \tag{1.57}$$

现在考虑最优情况。约束目标和约束条件都是为了仅从某一群体的产品质量达到最优。因此，i 集合供应的 n_i 商品的价格是 p，数量是 x。效用水平由式(1.58)给出：

$$u=x_0^{1-s}(x_1n_1^{1+\beta_1}+x_2n_2^{1+\beta_2})^s \tag{1.58}$$

资源可用性约束是

$$x_0+n_1(a_1+c_1x_1)+n_2(a_2+c_2x_2)=1 \tag{1.59}$$

已知其他变量的值，u 在(n_1,n_2)空间中曲线与原点保持水平，约束是线性的。因此，必须有一个最优的角点解。(对于盈亏平衡约束，除非两个 $q_i=p_in_i^{-\beta_i}$ 是相等的，否则一组商品的需求为零，则无法避免损失。)

请注意，已经构建了示例，以便如果选择正确的组，则平衡不会引入与约束最优值相关的任何进一步偏差。因此，为了找到约束最优值，只需查看式(1.55a)和式(1.55b)中的值 $\bar{u}_i$，看看哪个更大。换句话说，必须看看哪个值较小，并选择与它相对应的式(1.55a)和式(1.55b)中定义的情况。

图 1.2 描绘了可能的均衡和最佳状态。给定所有相关参数，根据式(1.55a)和式(1.55b)计算$(\bar{q}_1,\bar{q}_2)$。然后，由式(1.56)和式(1.57)可知这两种情况中的一种或两种是否可能达到平衡，而由 $\bar{q}_1$ 和 $\bar{q}_2$ 大小的简单比较可知哪个是受约束的最优值。在图 1.2 中，非负象限被分为多个区域，每个区域都有平衡和最优的一种组合。只需在这个空间中找到点$(\bar{q}_1,\bar{q}_2)$，就可以知道给定的结果参数值。此外，还可以比较不同参数值对应的点的位置，从而进行一些比较静态分析。

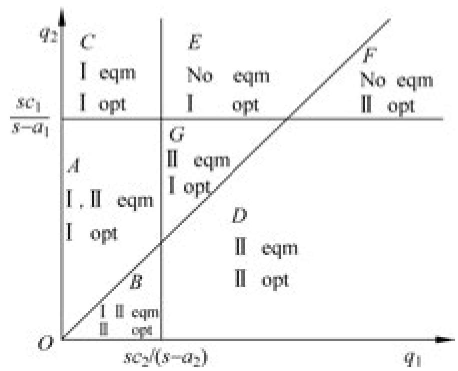

图 1.2　第一部分和第二部分的均衡解

注：图中Ⅰ指第一部分，Ⅱ指第二部分。

不难看出，每一个都是 a_i 和 c_i 的递增函数。还可发现：

$$\frac{\partial \ln \bar{q}_i}{\partial \beta_i} = -\ln \bar{n}_i \tag{1.60}$$

我们期望该偏导取值是大而负的。进一步，从式(1.60)中可以看出，β_i 越高，对应该组中每种商品的自有价格弹性越低。因此，$\bar{q}_i$ 是这种弹性的递增函数。

最初考虑对称情况，$sc_1/(s-a_1)=sc_2/(s-a_2)$，$\beta_1=\beta_2$(然后区域 G 消失)，并假设点$(\bar{q}_1,\bar{q}_2)$位于区域 A 和区域 B 之间的边界上。现在考虑一个参数的变化，如第 2 组商品的自身弹性更高。这提高了 $\bar{q}_2$，将点移至区域 A，并且仅生产第 1 组商品将变得最优。然而，式(1.55a)和式(1.55b)都是可能的纳什均衡，因此有可能在本应产生低弹性集合时，产生了高弹性集合。如果弹性差异足够大，则该点移动到区域 C，其中式(1.55b)不再是纳什均衡。但是，由于固定成本的存在，在第一类商品进入可能破坏"错误"均衡之前，弹性的显著差异是必要的。类似的分析也适用于区域 B 和区域 D。

接下来，再次从对称性开始，并考虑更高的 c_1 或 a_1。这会增加 $\bar{q}_1$ 并将点移动到区域 B，从而使其单独成为产生低成本集合的最佳选择，同时使式(1.55a)和式(1.55b)成为可能的均衡，直到成本差异足够大，以将均衡点转移到区域 D。变化也使区域 A 和区域 C 之间的边界向上移动，增大了区域 G，但这在这里并不重要。

如果 $\bar{q}_1$ 和 $\bar{q}_2$ 都很大，则每个集合都会受到来自另一个集合因为有利可图的企业进入所带来的威胁，并且不存在纳什均衡，如区域 E 和区域 F 中那样。但是，约束最优性的标准仍然像以前一样。因此，遇到这样的情况，可能有必要禁止企业进入以维持受约束下的最优值。

如果结合 $c_1>c_2$(或 $a_1>a_2$)和 $\beta_1>\beta_2$ 的情况，即第 2 组中的商品更有弹性且成本更低，将面临更糟糕的可能性，因为点$(\bar{q}_1,\bar{q}_2)$可能位于区域 G，其中只有式(1.55b)是可能的均衡，并且只有式(1.55a)产生受约束下最优解，即当一个高成本、低需求弹性集合应该被生产出来时，市场只能生产低成本、高需求弹性的商品集合。

粗略地说，要点是，尽管需求缺乏弹性的商品有可能赚取超过可变成本的收入，但它们也有与之相关的大量消费者剩余。因此，与最优值相比，市场是会偏向于它们还是不利于它们，并不是显而易见的。在这里，发现了后者，迈克尔·斯彭斯(Michael Spence)在其他情况下的独立发现也证实了这一点。类似的评论也适用于边际成本的差异。

在对异质消费者和社会无差异曲线模型的解释中，需求缺乏弹性的商品将是少数消费者强烈想要的商品。因此，有一个"经济"理由来解释为什么市场会导致对歌剧相对于足球比赛的偏见，并且有理由对前者进行补贴并对后者征税，前提是收入分配是最优的。

即使交叉弹性为零，也可能会错误地选择要生产的商品(相对于无约束或约束最优)，如图 1.3 所示。图 1.3 说明了商品 A 的需求曲线比商品 B 更有弹性的情况；A 是在垄断竞争均衡下生产的，而 B 则不是。但显然，生产 B 是社会所希望的，因为忽略消费者剩余，它只是边际的。因此，没有生产但应该生产的商品是那些需求缺乏弹性的商品。事实上，像通常的垄断竞争分析一样，消除一个企业会使其他企业的需求曲线向右移动(即增加对其他企业的需求)，如果 A 的消费者剩余(在其均衡产量水平上)小于 B 的消费者剩余(即上方阴影面积超过下方阴影面积)，那么受限的帕累托最优就意味着限制需求弹性更大的商品的生产。

类似的分析适用于具有相同需求曲线但不同成本结构的商品。假设商品 A 具有较低

的固定成本但较高的边际成本。因此，平均成本曲线只相交一次，如图 1.4 所示。商品 A 是在垄断竞争均衡下生产的，而商品 B 则不是（尽管它正处于生产的边际）。但同样，请注意，由于存在大量消费者剩余，因此应该生产 B；事实上，如果生产 B，其产量将远高于 A，消费者剩余要大得多。如果政府禁止生产 A，生产 B 将是可行的，社会福利将会增加。

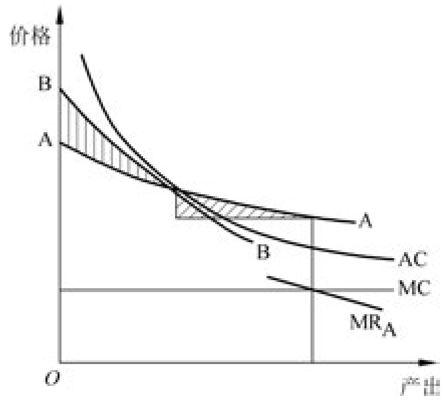

图 1.3　福利变化分析

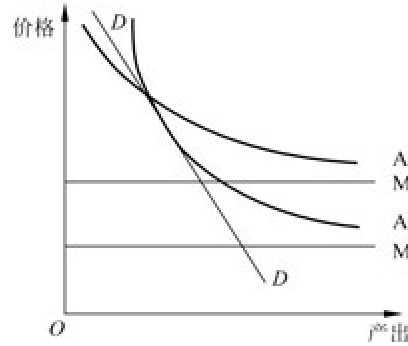

图 1.4　成本收益分析

在比较受约束的帕累托最优和垄断竞争均衡时，可以发现，在前者中，用高固定成本-低边际成本商品替代了一些低固定成本-高边际成本商品，用无弹性需求商品替代了一些需求弹性商品。

本章总结

垄断权力是市场的必要组成部分，通常被认为会扭曲相关部门的资源。然而，垄断权力使企业支付固定成本，无法阻止其进入，垄断权力与市场扭曲方向的关系不再明显。

在不变弹性效用函数的中心情况下，不管弹性的值（以及需求函数的隐含弹性）如何，市场解决方案都是约束帕累托最优的。对于可变弹性，偏差可以是任意一种，偏差的方向不是取决于需求弹性如何变化，而是取决于效用弹性如何变化。市场解决方案的特点是垄断竞争部门的公司太少。

在不对称需求和成本条件下，还观察到对非弹性需求和高成本商品的偏好。

这些结果背后的一般原则是，市场解决方案考虑的是适当的利润，而社会最优解考虑的是消费者的盈余。然而，这一原则的应用取决于成本和需求函数的细节。希望在这里提出的案例，连同所引用的其他研究，能够提供一些有用的和新的见解。