第3章

学生数学学习的测量与评价

3.1 学生数学学习测量与评价的含义

数学教育的目标是通过数学学习帮助学生掌握数学的“四基”(基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验),提高“四能”(发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力),发展数学学科核心素养,同时培养积极的情感、态度和价值观。

学生数学学习测量与评价是实现数学教育目标的重要反馈工具。它是指运用科学的测量方法和评价手段,对学生在数学学习过程中的知识掌握、能力发展、情感态度及学习行为等方面进行系统的测定、分析和价值判断的过程。

3.2 学生数学学习测量与评价的目的

数学学习测量与评价的目的是通过科学的方法对学生的数学学习过程和结果进行系统分析和判断,以服务于数学教育目标的实现。数学学习测量与评价贯穿数学教学的全过程,其核心目的在于诊断、反馈、激励与改进,具体如下。

1. 诊断学生学习状况,改进学习策略

帮助学生了解自己在数学知识与技能掌握、思维能力发展等方面的具体情况,发现学习中的优势和不足,为后续学习调整提供依据。例如,一位学生在几何测验中发现自己对证明题缺乏逻辑思路,随后调整了学习方式,增加对几何推理的训练;学生整理错题本,可以对自己学习上的问题进行及时纠正。

2. 评估学习目标的达成情况

衡量学生在学习过程中是否达成了既定的数学教育目标(如掌握基本运算、发展数学思维等)。这种评估以目标参照为核心,强调学生的学习成果与数学教育目标之间的匹配程度,而非单纯通过常模参照比较学生间的差异。例如,毕业考试、期末考试中的数学测验,都是基于课程标准的要求设计的,可用于检查学生是否达到数学学习目标要求。

3. 改善教师的教学

帮助教师发现教学中的有效做法和不足之处，改进教学设计和教学策略。例如，期中考试后，教师发现学生对立体几何的学习效果较差，反思教学中是否缺乏动态图形展示或互动环节，并在后续课程中改进教学工具的使用；若评价结果显示，学生在解决实际问题时常缺乏逻辑推理，教师在教学中可以适当增加数学推理的专题训练；若课堂小测验结果显示大部分学生对概率分布的应用理解不到位，教师在接下来的教学中可以加入更多的例题和生活化案例。教师需要根据学生数学学习的测量与评价结果，修改项目方案，包括课程设计、教学计划等。

4. 促进学生的全面发展

关注学生数学学习的非认知因素，如态度、情感和价值观的评价，促进学生的全面发展。例如，教师通过展示成长性评价（如将学生的进步曲线可视化），让学生看到自己的提升，增强学习的成就感；发现学生对数学学习存在畏难情绪，教师可以采取情境教学法激发学生的兴趣。通过科学的评价方式，增强学生学习数学的兴趣与信心，激励学生持续投入。

5. 支持教育政策与资源分配

通过大规模的测量与评价数据，为教育政策的制定和教育资源的分配提供科学依据。例如，区域性的数学能力测试显示某些学校在学生计算能力上存在较大差距，教育部门据此向这些学校增加了教学资源投入。国家数学核心素养测评的数据用于分析不同地区学生学习的均衡发展情况，为制定数学课程改革方案提供依据。

学生数学学习的测量与评价贯穿于教学的各个环节，其目标不仅是了解和判断学生的学习状况，更是通过反馈和改进，促进学生的数学能力发展，提升教学质量，同时为教育决策提供支持。

3.3 各类数学学习结果的测量与评价

各类数学学习结果的测量与评价是指对陈述性知识、数学概念、数学规则、数学认知策略、数学问题解决和数学情感领域的测量与评价[①]。

① 谢圣英. 数学教育测量与评价九讲[M]. 长沙：湖南师范大学出版社，2015.

1. 陈述性知识

数学陈述性知识主要包括数学符号表示的意义、具体事实以及有组织的数学心理模型或图式。陈述性知识掌握的行为准则是“陈述”，可以说出也可以写出。符号意义和事实的检测通过回答、填空等反映“陈述”行为的题型来实现。数学心理模型或图式的测量标准依然是“陈述”，即陈述理解、陈述心理意义。这类陈述性知识，加涅称为有组织的言语信息。

理解的实质是新知识经过与原有知识的相互作用而整合到一起，因而这类陈述性知识的“陈述”可以具体转化为“用自己的话解释”，而不是机械地表述记住的语句；“举例说明”，不能是课本、教师列举过的例子；我们常常用“为什么”来提问，要求学生口头或书面回答。

例如，梯形的中位线定理是：梯形的中位线平行于两底且等于两底和的一半。学生以陈述性知识的形式习得了这一定理，不仅要能陈述出定理的内容，还要能用自己的话解释定理的含义，说出定理证明的过程。在对学生的陈述进行评价时，要集中于“理解”，即看学生叙述时是否将梯形的问题转化为已知的三角形或平行四边形来解决。

2. 数学概念

数学概念是现实世界中某一数量关系和空间形式的本质属性在人的思维中的反映。按概念的抽象水平可以将概念分为描述性概念和定义性概念两类。描述性概念是可以直接通过观察获得的概念，如“长方形”“集合”等；定义性概念的本质性特征不能通过直接观察获得，必须通过下定义来揭示，如“偶数” 就是通过定义“能被 2 整除的数叫作偶数”来揭示偶数的本质特征。

中小学数学的概念大多属于定义性概念，简单地“陈述”：概念的定义是什么或是对概念的正反例进行辨别，不足以有效地评价学生对这一概念的理解。事实上，大多数学生学习概念的最好途径是通过动手操作、画图或应用。

3. 数学规则

数学学习内容中，存在着大量有关数的四则运算法则、运算定律与性质、计算公式等内容，一般称这些内容为数学规则。这些内容既是现实世界数量关系和空间形式及其计算规律的概括与总结，又是有关计算过程具体实施程序的规定。

数学规则的学习有两种情况。

1）以陈述性知识的形式学习

掌握的行为标准是能用自己的话解释规则的含义以及规则的原理，此时，数学规则学习的检测方法等同于陈述性知识的检测。

2）以程序性知识的形式学习

掌握的行为标准是能用规则解决问题，具体包括计算、演示等行为，检测的形式也以计算题、应用题居多。

以梯形的中位线定理为例，如果将其作为规则来检测，则要求学生运用该定理解决相关的计算或应用题。可以设计题目如下：

（1）梯形上底长 8 cm，中位线长 10 cm，则下底长_____。

（2）梯形上底长 6 cm，中位线长 10 cm，中位线被一条对角线分成两条线段的长分别是_____。

（3）梯形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，$AD:BC=1:2$，中位线长 6 cm，则 AD、BC 的长分别是_____。

4. 数学认知策略

认知策略是对内组织和调控的，作用的对象是学生头脑中的思维与学习过程。数学认知策略是指在认识数学领域对象过程中，认识主体为达到认识目的，进行的一系列心理操作过程，属于内隐的程序性知识。认知策略虽然隐匿于头脑中，但还是可以通过学生的一些外在行为，间接地对其做出测量与评价。

（1）认知策略的应用有助于问题的成功解决，并且在问题解决的过程中也会有所体现，因而通过对学生解题过程和解题结果的分析，可以对认知策略做出评价。

（2）策略的运用很难达到自动化的程度，学生对使用策略一般都有明确的意识。让学生在解题后说说自己是用什么方法、策略解题的，可以测量学生是否使用了策略及其使用情况。

例如，数学中的“数形结合”思想方法，是指在研究数学问题时，将“数”与“形”相互转化、结合思考的一种策略。在对这一策略进行测评时，可以设计需要运用该策略解决的数学问题，要求学生作答。然后看问题是否得到解决，同时还要看学生在解决问题的过程中是否表现出“数”与“形”相互转化的能力。

5. 数学问题解决

数学问题解决是指学习者面对初次碰到的问题时，在对原有数学概念、原理重新组合过程中进行创造性学习的过程[①]。其内涵包括作为目的的问题解决、作为过程的问题解决、作为数学活动的问题解决[②]、作为数学能力的问题解决、作为教学形式的问题解决[③]等几个方面。

① 包蕾. 数学问题解决研究的主要问题及发展趋势[J]. 数学教学研究，2008，27(9)：61-63.

② 吕晓亚. 数学问题解决研究综述及其启示[J]. 科技信息，2010(32)：102-103.

③ 汪纯中. 数学问题解决[J]. 上海教育，2001(12)：35-36.

学生数学问题解决的测量方法主要是给学生问题，要求学生解决，观察学生问题解决的情况。这里的问题必须是学生以前没有解决过的，否则，问题解决活动就变成对陈述性知识的检测。另外，通常对呈现问题的数量也有一定的要求，即至少要三道题目来检测。

6. 数学情感领域

数学情感领域的学习结果，如对数学学习的兴趣、态度、观念是在数学教学的过程中逐步养成的。它主要包括如下表现：

(1) 具有运用数学解决问题、交流观点和推理的信心；

(2) 具有探索数学观念的灵活性，愿意尝试各种解决问题的方法；

(3) 面对富有挑战性的数学任务时有坚持不懈的愿望；

(4) 对从事数学活动具有好奇心、探索欲，并富有一定的创造性；

(5) 具有调节和反思自己思维过程和行为的意识，对于不懂的地方或不同的观点敢于质疑；

(6) 形成实事求是的态度和独立思考的习惯；

(7) 体会到数学在解决来自其他领域和日常生活中的问题的应用价值；

(8) 欣赏数学在促进社会进步和文化发展中的作用，以及作为工具和语言的价值。

检测这类学习结果的主要方式是观察学生的行为，记录目标中规定的行为出现的频率，在综合较长时间的多方面信息的基础上，对学生做出评价。课堂观察、学生的数学日记、态度评价表以及学生自我评价都可以作为此类学习结果的测量与评价方式。

3.4　学生数学学习的测量与评价步骤

学生数学学习的测量与评价各环节并非孤立存在，而是一个有机整体，是一项技术性很强、循序渐进的系统性工作。从制订测量计划到最终做出价值判断，其完整流程通常包含以下步骤。

第一步：制订测量与评价标准和计划

依据教学目标，首先明确评价标准，即确定数学教学价值评判的尺度，这通常以课程标准为根本遵循。随后，依据这一标准拟订具体的评价计划。

第二步：选择多样化的数据收集方式与评价方法

针对学生数学学习中涉及的不同内容和不同学段，应采用多种数据收集方式和评价方法。对知识技能掌握情况的评估，应将定量与定性评价、结果评价与过程评价有机结合；而对数学思考及问题解决能力的考查，则应侧重于学生在学习过程

及实际问题解决中的表现；情感与态度的评价主要通过观察学生在课堂上的参与度和投入程度实现。封闭式问题、纸笔测试能迅速反映学生对某些知识技能的掌握情况，而开放式问题和活动式评价则有助于捕捉学生思维和学习过程中的动态表现。多种方法的合理组合，能够更准确地揭示学生的真实学习状况。

第三步：实施测量与评价

根据测量与评价标准及计划，收集、整理和分析被评价者达标情况的信息资料，进而做出定性或定量的评价结论。这是整个测量与评价活动的中心环节，它一方面是评价标准、评价方法和手段的具体化，另一方面又是评价结果信息获得的主要途径。这一阶段要完成收集测量与评价信息、整理测量与评价信息、量化测量与评价信息、撰写测量与评价报告等任务。

第四步：测量与评价结果处理

测量与评价结果处理是整个过程唯一涉及划定分级的环节。在这一过程中，需要在保持科学性与客观性的同时，合理融入主观判断，从而在客观与主观之间找到平衡，确保分级结果既准确又公正。

第五步：合理利用测量与评价结果

只有对测量与评价结果进行科学处理并正确利用，才能充分发挥其价值。评价者需要认真分析评价结果并据此做出决策，可以对评价结果进行纵横比较和统计分析，在此基础上总结经验、发现典型、诊断问题，从而激励不同水平的评价对象，充分发挥教学评价的功能。依据测量与评价结果，教师还可以准确判断学生的数学学习状况、课程效果或教学计划的优劣，从而不断改进学习策略、教学方法和课程设计，推动形成良性循环，不断提升教学质量。

本章小结

学生数学学习的测量与评价是指运用科学的测量方法和评价手段，对学生在数学学习过程中的知识掌握、能力发展、情感态度及学习行为等方面进行系统的测定、分析与价值判断的过程。它具有诊断、反馈、激励、教学改进和决策支持等多重功能，是教学过程中不可或缺的重要环节。本章针对学生数学学习结果的六种类型——陈述性知识、数学概念、数学规则、认知策略、问题解决与数学情感，分别介绍了相应的测量与评价方法。学生数学学习的测量与评价程序包括标准设定、方法选择、实施测评以及结果分析与应用等步骤，体现出整个测评过程的系统性与科学性。

课后思考题

1. 学生数学学习测量与评价的主要目的有哪些？请结合教学实例进行说明。
2. 比较陈述性知识与数学规则的测量方式有何异同？请举例说明各自适用

的评价方法。

3. 什么是数学认知策略？在教学中如何有效测量和评价学生的策略运用？

4. 数学情感领域的测量与评价为什么难以量化？教师可以采用哪些方式进行观察和评估？

5. 结合“学生数学学习测量与评价的程序”，以某一类数学学习结果的测评为例，阐述教师在教学中如何实施测评工作。

第4章

数学课堂教学的测量与评价

4.1 数学课堂教学测量与评价概述

4.1.1 课堂教学评价的概念

课堂(classroom)伴随着夸美纽斯的班级授课制而产生。课堂教学定义为：以班级授课制为表现形式，以培养学生为目的，有相对固定的教师和学生，在相对稳定的时间和空间内，围绕特定的内容进行的教学活动，即特指上课这一特定时间段内的教师与学生在教室中开展的教学活动[①]。

教学是学校实现教育目的的基本途径。课堂教学是教学的基本形式，除了具有教学的基本特征之外，还具有以下特征。

(1) 具备合乎标准的教室、专用教室或者实验室，以及课桌椅、黑板、讲桌、挂图、教具、实验用品等物质条件；

(2) 课堂教学的每一堂课都有严格的时间限制；

(3) 课堂教学要求教师必须按照固定的课程表上课；

(4) 课堂教学的每一节课都有明确的目的要求；

(5) 课堂教学的对象是班级集体。

课堂教学评价，是指评价主体按照一定的价值标准，对课堂教学诸因素及发展变化进行的一种价值判断活动。课堂教学评价是教学评价的一部分，其内涵小于教学评价。课堂教学评价的评价对象不仅仅包括课堂教学中教师的活动，也包括学生的活动以及教师与学生的互动。另外需要说明的是，国外的课堂评价(classroom assessment)通常指对学生的评价，如纸笔测试、档案袋评价、表现性评价等，不包括对教师的评价。国外的教学评价(teaching assessment)与我国的课堂教学评价更为接近。

4.1.2 课堂教学评价的意义

课堂教学在学校教学工作中的核心地位，决定了课堂教学评价的重要性。课

① 刘志军. 课堂评价论[M]. 桂林：广西师范大学出版社，2002.

堂教学评价不仅是一个不断发现价值、判断价值和提升价值的过程，也是教学过程中不可或缺的重要组成部分[①]。它在促进课堂教学质量提升和推动教师专业发展方面发挥着重要作用。课堂教学评价意义的实现要依赖于课堂教学功能的有效发挥。研究者对课堂教学评价的功能有多种归纳，例如鉴定、诊断、改进[②]，或导向、激励、预测[③]，抑或检验教学效果、诊断教学问题、提供反馈信息、引导教学方向、调控教学进程等[④]。以往的课堂教学评价过分强调比较、鉴定和选择的功能，而现代的课堂教学评价更注重诊断、改进和形成的功能。正如CIPP评价模式创始人斯塔弗尔比姆所说："评价最重要的目的不是证明，而是改进。"[⑤]虽然对课堂教学评价功能的论述有所差异，但是各种功能的实现都必将对课堂教学质量乃至学校教学质量的提高产生作用，即促进教学的发展，而教学的价值又指向学生与教师的发展。因此，可以这样理解：课堂教学评价的各种功能最终服务于共同的价值追求，即促进学生与教师的发展，这正是课堂教学评价的意义所在。

4.1.3　课堂教学评价的要素

课堂教学评价的要素可以概括为七个方面：教学目标、教学内容、教学方法、教学心理环境、教师行为、学生行为和教学效果[⑥]。其中，教师行为和学生行为是评价的核心要素。课堂教学本质上是一个整体性、综合性的活动，各要素之间相互作用、相互制约，任何一个要素都无法独立存在，只有各要素协同发挥作用，才能形成高质量的课堂教学。此外，课堂教学的效果具有动态生成性，尽管可以提前设计教学活动，但教学过程始终在变化发展中，其质量也是在这种动态中生成的，这一过程中充满了不确定性。

1. 教学目标

教学目标是教学活动的出发点，也是教学效果的目的地。它对教师与学生的行为具有规范和约束的作用，使得教师与学生的行为不能随心所欲，而要以完成教学目标为前提。教学目标不仅包括知识与技能目标，同时也包括数学思考、数学问题解决以及学生对数学的情感态度。

在课堂教学中，教学目标的制定必须处理好课程标准、教材和学生实际水平之

① 马云鹏，张春莉，王丽杰. 小学数学教育评价[M]. 长春：东北师范大学出版社，2003.

② 陈玉琨，代蕊华. 课程与课堂教学[M]. 上海：华东师范大学出版社，2002.

③ 范晓玲. 教学评价论[M]. 长沙：湖南教育出版社，1999.

④ 田慧生，李如密. 教学论[M]. 石家庄：河北教育出版社，1996.

⑤ 斯塔弗尔比姆. 方案评价的CIPP模式[M]//瞿葆奎. 教育学文集：教育评价. 北京：人民教育出版社，1989.

⑥ 马云鹏，孔凡哲，张春莉. 数学教育测量与评价[M]. 北京：北京师范大学出版社，2019.

间的关系。教学目标不是孤立地存在于课堂教学中，它既存在于师生之间所传递的教学内容中，也存在于教师与学生的教学行为中。

2. 教学内容

教学内容不仅包括教材中呈现的内容，还涵盖与教学目标相关的日常生活素材，以及教师对教材内容的创造性使用，使其转化为学生易于理解的教学资源。在设计和处理教学内容时，要注意以下几点：①教师需要依据本节课的教学目标，明确内容的范围和重点。②教学内容的安排应体现科学性，遵循学生的认知规律，确保数学概念的呈现科学严谨。③教学内容的呈现要注重系统性和逻辑性。④教学内容中还要合理渗透数学思想方法。

3. 教学方法

教学方法作为教师与学生在课堂教学中相对固定的行为方式，是课堂教学评价中的重要因素。教师应根据不同的教学目标和教学学段的要求，灵活选择和运用多种教学方法，注重多种方法的有机结合，以实际效果为导向，坚持启发式教学，充分发挥学生的主体作用。无论采用何种教学方法，都要有利于学生的思维能力、动手操作能力、语言表达能力以及解决实际问题能力的培养。同时，要营造民主的课堂氛围，为学生提出疑问创造条件。设计练习时要注重针对性和层次性，做到既面向全体学生，又能够因材施教。

4. 教学心理环境

教学心理环境主要包括课堂教学氛围和课堂上的师生关系。这一要素在课堂教学中的形式和作用比较特别。在课堂教学活动开始前，这一要素可能并不存在，或仅以观念的形式存在，而随着课堂教学的展开，它才逐渐生成。一旦形成，这种心理环境就会对课堂教学中教师和学生的行为产生持久且广泛的影响，并且影响到其他要素。在教学过程中，心理环境可能会经历微妙的变化，这些变化可能对师生的情绪和行为产生正向或负向的影响。

5. 教师行为

教师作为课堂教学活动的主导者，其在课堂教学中的行为会直接影响课堂教学的效果。课堂教学中的其他要素如教学目标、教学内容、教学方法等必须以教师具体的教学行为为中介。教师需要合理确定教学目标，精心设计课程内容，选择适当的教学方法，科学安排教学环节，并有效组织学生的学习活动。同时，教师应具备应对课堂突发事件的能力，灵活调整教学策略，以促进学生数学核心素养的发展，保障课堂教学质量。