

第 1 章 什么是博弈论

1.1 博弈论的产生和发展

博弈译自英文 game, 基本意思是比赛或游戏。许多比赛或游戏都有下列特征: 一是都有一定的规则, 约定参加者(可以是个人, 也可以是队组)可以做什么, 不可以做什么, 应该按怎样的次序做, 什么时候结束游戏, 一旦参加者犯规将受怎样的处罚, 等等; 二是都有一个结果, 如一方赢一方输、平局或参加者各有所得等, 且结果常能按照一定的规则折算成数值; 三是策略相互依存, 每一个参加者所得的结果, 不仅取决于自身的策略, 还取决于其他参加者的策略, 有时一个差的策略选择也许会带来并不差的结果, 其原因是其他参加者选择了更差的策略。许多人类活动, 包括经济活动中的企业经营、市场竞争、政府政策, 以及政治活动中的竞选、谈判、联合和战争等较量, 也有类似的特征。因此, 从游戏规律得出的结论, 可用来指导经济、政治等活动进行理性决策。

博弈论的产生

博弈论(game theory)是研究理性主体行为相互影响时, 决策主体合理性决策问题的理论。也就是说, 当一个决策主体(自然人、法人或其他组织)的选择受到其他决策主体选择的影响, 并且反过来影响也存在时的合理选择问题。博弈思维的主要特征便是博弈局势中各参加者的行为方案是相互依存的, 所以, 博弈论也称为相互依存决策理论(the theory of interdependent decision, 托马斯·谢林, 2006)。

作为分析方法, 博弈论适用于意识到其行动将相互影响的决策者: 博弈思维的基本特征是参加者在追求自己目标的过程中, 不仅考虑自己能怎么做, 还要考虑其他参加者会怎么做; 针对其他参加者的行为, 自己该实施哪个可行的行动才能使自己的目标函数最大化。

我国古代就有博弈思维, 春秋时期《孙子兵法》中的军事思想和治国策略就蕴含着丰富而深刻的博弈意识, 战国时期的田忌赛马可能是博弈思维成功应用的最早案例。

国外研究具有策略依存特点的决策问题或可上溯到 18 世纪初或更早, 在后来的博弈理论中有较大影响的有 19 世纪 30 年代古诺、伯川德和埃奇沃思等人关于寡头的研究。

博弈论的发展

博弈论真正发展于 20 世纪 20 年代, 法国数学家博雷尔(Borel, 1871—1956)用最佳策略的概念研究了下棋等决策问题, 并试图把它们作为应用数学的分支加以系统研究。二战期间, 博弈思想运用到军事领域和战争期间的其他活动中, 显示出了它的重要作用。1944 年, 《博弈论和经济行为》(*The Theory of Games and Economic Behavior*)一书问世, 约翰·冯·诺依曼(John von Neumann, 1904—1957)和奥斯卡·摩根斯坦恩(Oskar Morgenstern,

1902—1977)主要概括了经济主体的典型行为特征,提出了标准型、广义型和合作型等基本的博弈模型、解的概念及分析方法,构建了博弈论的理论框架,标志着博弈论科学体系的创立。

20 世纪五六十年代是博弈论研究、发展的最重要阶段。纳什(John Forbes Nash, 1928—2015)在 1950 年和 1951 年发表了两篇关于非合作博弈的重要文章,明确提出了“纳什均衡”这一基本概念,构建了博弈论和经济均衡之间的内在联系,抓住了博弈论研究的关键问题,纳什均衡成了博弈理论发展的一条主线索。泽尔腾(Reinhard Selten, 1930—2016)将纳什均衡的概念引入动态分析,提出了“子博弈完美纳什均衡”的概念;海萨尼(John C. Harsanyi, 1920—2000)把不完全信息引入博弈论的研究并提出“贝叶斯纳什均衡”的概念。由于纳什、泽尔腾、海萨尼三人在博弈论及其在经济应用方面的突出贡献,他们共同荣获了 1994 年的诺贝尔经济学奖,博弈论作为经济学科分支的地位得到了最具权威性的肯定。

进入 20 世纪 80 年代以来,博弈论得到了前所未有的发展,并逐渐成为主流经济学的一部分,成为经济学及相关专业的必修课。可以将博弈论看作一种分析方法,在个体理性的基础上,它提供了一个观察问题的新视角、分析问题的新方法和解决问题的新思路。博弈论在经济学领域的应用无处不在,微观研究领域,有交易机制的模型(如讨价还价模型和拍卖模型);中观经济研究中,劳动力经济学和金融理论都有关于企业要素投入品市场的博弈模型;宏观角度看,国际经济学中有关于国家选择关税或其他贸易政策的模型。



思考题

1.1 分析下面的例子,哪些适用博弈论,哪些不适用博弈论,为什么? ①教师与学生; ②丈夫与妻子; ③蚍蜉和大树; ④美国和中国; ⑤蚂蚁群和大堤; ⑥互联网大厂决定来年 5 月裁员。

1.2 博弈的基本规则

博弈分析就是使用博弈规则来预测均衡点。确定博弈规则,就是决策者对决策相关情境进行的解析。博弈规则必须说明五件事。

参与人

定义 1.1 参与人(player)。 博弈中独立决策、独立承担结果的主体,称为参与人,表示为

$$i=1,2,\cdots,n, \quad n \text{ 为参与人总数}$$

参与人明确了“谁”(who)在进行博弈。参与人可以是自然人,也可以是法人或其他组织,如企业、国家、地区、社团等都可以作为博弈中的参与人。一般对参与人有两个基本的

假设：参与人都是理性的(rational)^①和智能的(intelligent)^②。

那些不做决策或虽做决策但不直接承担决策后果的被动主体不是参与人，只能当作环境参数来处理，如指手画脚的观棋人、企业的顾问等。

识别参与人是一个重要内容。在管理学中，企业需要识别竞争对手，同样，政府监管中也需要识别企业之间的竞争关系。例如，根据美国司法部的做法，如果企业间的兼并能导致细微但重大的、非暂时性的价格上涨，那么就可以识别出市场中的所有竞争者。这就是著名的 SSNIP(假定垄断者测试)标准。“细微”通常是指“多于 5%”，“非暂时性”通常是指“至少一年”(戴维·贝赞可等, 2015, 第 214 页)。

由于博弈问题的根本特征是具有策略依存性，不同参与人的策略之间可以有复杂的相互影响和作用，参与人的数量越多，这种策略依存性就越复杂，因此，参与人的数量是博弈结构中的关键参数之一。依据参与人数量可以将博弈分为三类：单人博弈、两人博弈和多人博弈。只有一个参与人的博弈称为单人博弈，严格来说，单人博弈已经退化为一般的最优化问题。

单人运输博弈

一个商人要从 A 地向 B 地运输一批货物，该批货物的总价值为 9 万元。假设从 A 地到 B 地有水、陆两条路线，走陆路运输成本 1 万元，而走水路的运输成本只有 0.7 万元。不过走陆路比较安全，走水路有一定的风险，一旦遇到恶劣的暴风雨天气会造成相当于这批货物总价值 10% 的损失。在运输期间出现暴风雨天气的概率为 25%。这名商人该选择哪条运输路线？

这个问题的一个特点：这里的参与人在进行决策时面临的条件中有一个不确定因素，即商人不知道运输期间的实际天气情况会怎样，所知道的只是出现好天气、坏天气的概率。为了表示这个问题，我们引进一个虚拟参与人(pseudo-player)——自然(nature)，即决定外生随机变量概率分布的机制。虚拟参与人是“谋事在人、成事在天”的“天”。我们常常称自然为“参与人 N”或“参与人 0”，单人博弈中，参与人 N 的任务就是分别以 75% 的概率和 25% 的概率随机选择好天气和坏天气，但它没有得益问题。

一个博弈常用两种不同的方式来表述：一种是标准式表述(normal form representation)，主要采用得益矩阵(payoff matrix)(见图 1-1)；另一种是扩展式表述(extensive form representation)，主要采用扩展形(extensive form)(见图 1-2)。

① 如果一个决策者在追逐其目标时能前后一致地做决策，就称他为理性的(Roger B. Myerson, 2001, 第 2 页)。具体地讲，理性大致有以下三部分内容：①存在一组可供选择的备选或替代方案；②每一种方案均对应着某种特定的预期净收益或满足程度或目标实现程度；③人们总是选择那个能够带来最大预期净收益的方案(西蒙, 1964)。

② 当我们进行一个博弈时，如果参与人知道我们对此博弈所知道的一切，并能做出我们对此博弈所能做出的一切判断，我们就说此博弈的参与人是智能的(Roger B. Myerson, 2001, 第 3 页)。

		自然N	
		好天气(75%)	坏天气(25%)
商人	水路	-0.7	-1.6
	陆路	-1	-1

图 1-1 单人运输博弈的得益矩阵

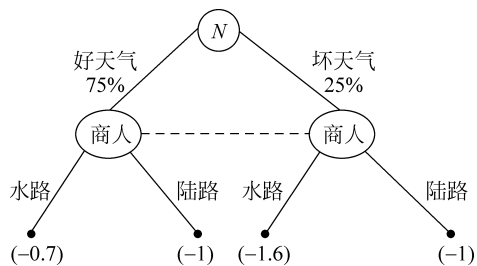


图 1-2 单人运输博弈的扩展形

图 1-1 的得益矩阵中,把参与人,商人和自然,分别写在表的左侧和上方;左侧参与人的每项选择构成一行,上方参与人的每项选择构成一列;表中的数字代表参与人的效用,前面的数字是左侧参与人的效用,后面的数字是上方参与人的效用。如图 1-1 所示的博弈,也称为矩阵型博弈(games in matrix form)、正规型博弈(games in normal form)。

在图 1-2 的扩展形中,圆圈称为“决策节点”或“节点”(a decision node),节点中的文字代表做决策的参与人;两个节点之间的连线称为“枝”(branch),表示参与人可做的各种选择;四个黑点表示博弈的结束,称为终节点(a terminal node),括号中的数字表示博弈主体选择相应的“枝”到达这些终端时的效用;连接商人选择节点的虚线称为信息集(information set),表示在商人决策时并不了解天气情况。如图 1-2 所示的博弈也称为扩展式博弈(games in extensive form)。

从理论上讲,得益矩阵和扩展形是完全等价的。约翰·冯·诺依曼和奥斯卡·摩根斯坦恩的著作中有一个关键性发现是,只要我们把策略当作或然性策略对待,所有博弈都可表示为标准式(罗杰·A. 麦凯恩,2022,第 16 页)。但与得益矩阵相比,扩展形能反映出博弈过程中行动的先后次序,因此两者常用在不同类型的博弈中。

由于这个问题带有外生的不确定因素,因此最终结果不能预先确定。具有不确定性的问题一般选择数学期望值进行决策。

走水路的预期效用: $(-0.7) \times 75\% + (-1.6) \times 25\% = -0.925$ (万元)

走陆路的预期效用: $(-1) \times 75\% + (-1) \times 25\% = -1$ (万元)

由于走水路的期望费用低于走陆路的期望费用,所以该商人应该选择水路运输。



思考题

1.2 投资博弈。你正在考虑是否投资 100 万元开设一家咖啡馆。假设投资情况是这样的:你决定开,则 0.35 的概率你将收益 300 万元(包括投资),而 0.65 的概率你将全部亏损掉;如果你不开,则你能保住本钱但也不会有收益。请用得益矩阵和扩展形表示该博弈,并回答:①如果你是风险中性的,你会怎样选择?②如果你是风险规避的,且期望得益的折扣系数为 0.9,你的策略选择是什么?③如果你是风险偏好的,期望得益折算系数为 1.2,你的选择又是什么?

策略

定义 1.2 策略(strategy)。参与人 $i(i=1, \dots, n)$ 可选择的行动方案, 称为策略, 一般记为 s_i , 其中 $i=1, \dots, n$ 。参与人 $i(i=1, \dots, n)$ 策略的集合, 称为策略空间或策略集(strategy set), 记为

$$S_i = \{s_{i1}, \dots, s_{ik}\}$$

策略回答参与人以“什么”(what)来参与博弈, 比如“人不犯我, 我不犯人; 人若犯我, 我必犯人”就是“我”在处理与“人”的关系时的一种策略。

行动(actions or moves), 是参与人在特定时间从事的一项行为或举动, 如上述例子中的“不犯”“犯”。策略则详细地说明了参与人在整个博弈过程中采取的全部行动的集合, 在有的博弈中, 一个行动即构成一个策略, 而在有的博弈中, 完整的行动方案才是一个策略。

一个博弈中, 如果每个参与人的策略数都是有限的, 则称为“有限博弈”(finite games); 如果至少有一个参与人的策略有无限多个, 则称为“无限博弈”(infinite games)。



思考题

1.3 以弱胜强博弈。一支有两个师兵力的军队准备进攻一座城市。守城军队有三个师。通往城市有南、北两条道路。两军相遇时, 人数居多的一方取胜, 当两方人数相等时, 守方获胜。假定军队只能整师调动。试回答: ①这个博弈中参与人的策略空间是什么? ②请用得益矩阵或扩展形表示这个博弈。

得益

定义 1.3 得益(payload)。参与人在博弈中获得的效用水平, 称为得益, 记为

$$u_i(s_1, \dots, s_n), \quad \text{其中 } i=1, \dots, n$$

得益是参与人从所选的策略中, 得到(或失去)“多少”(how much)。得益是一个抽象的概念, 不单是指钱, 也可以是战争的胜利、获得荣誉、赢得比赛等。得益是博弈中各个参与人策略组合(strategy profile)的多元函数, 也被称为得益函数。

得益是参与人选择策略的主要依据。得益是参与人真正关心的东西, 参与人在博弈中的目标就是选择自己的策略以最优化自己的得益。



思考题

1.4 识别得益。考虑下面这个两人博弈的得益矩阵:

		参与人 2		
		左	中	右
参与人 1	上	10, 0	0, 10	3, 3
	中	2, 10	10, 2	6, 4
	下	3, 3	4, 6	6, 6

请写出下面各种策略组合下的得益情况：① u_1 (上,中)；② u_1 (中,右)；③ u_2 (下,左)；④ u_2 (中,中)。

顺序

定义 1.4 顺序(order to play)。博弈中,参与人选择行动的时间过程,称为顺序。

顺序回答参与人“何时”(when)行动。现实中的决策活动也是多种多样的,有的活动中各参与人的选择“同时进行”(如果选择有先后,但只要后行为方对先行为方的选择内容不了解,就视为“同时”选择),比如“石头剪刀布”游戏中,就严格要求动作的“同时”进行;而有的活动中各参与人的选择则是分先后进行的,比如讨价还价中是一方先要价,然后另一方还价。

选择的顺序不同意味着不同的博弈。所有参与人同时或可看作同时选择策略的博弈,称为“静态博弈”(static games)或“同时行动博弈”(simultaneous-move games),经常用得益矩阵来表示;参与人的选择和行动不仅有先后次序,而且后选择的参与人决策之前可以看到其他参与人的行动,这种博弈称为“动态博弈”(dynamic games)或者“序贯行动博弈”(sequential-move games),经常用扩展形来表示。



思考题

1.5 广告博弈。华为和小米每年都花大笔钱来为它们生产的手机做广告,以相互夺取客户。如果它们都不做广告,则每家将获得 2 亿元的利润;如果它们都做广告,则每家将获得 1.5 亿元的利润;如果一家做广告而另一家不做广告,做广告的企业将获得 2.8 亿元的利润,另一家则只能获得 1 亿元的利润。试回答：①这是静态博弈还是动态博弈? ②请用得益矩阵或扩展形表示该博弈并简要分析。

信息

定义 1.5 信息(information)。参与人在博弈中的知识,特别是有关其他参与人特征和行动的知识,称为信息。

信息是参与人对整体博弈知道什么(what to know)的概括。“知己知彼,百战不殆”,进行选择时,对自己及他人所处的环境、条件、规则等是否有足够的了解是至关重要的,甚至能左右参与人的输赢,因此,博弈论特别关注信息在决策过程中扮演的重要角色。信息种类参见表 1-1。

表 1-1 信息种类

信 息 种 类	含 义
完美(perfect)	每个信息集都是单结的
确定(certain)	自然不在任一参与人行动之后行动
对称(symmetrie)	没有参与人在行动时或在终节点处有与其他参与人不同的信息
完全(commplete)	自然不首先行动或它的最初行动被每个参与人所观察到

资料来源：[美]艾里克·拉斯缪森,2003,第 46 页。

博弈中的知识有博弈的环境条件、博弈的规则、自然的“安排”、其他参与人的特征及行动、博弈的结果、博弈的进程等。其中两类信息是最重要的：一是关于得益或“未来”的信息，如果所有参与人完全了解所有参与人得益的信息，我们称之为“完全信息博弈”(games with complete information)，反之则称为“不完全信息博弈”(games with incomplete information)；二是关于博弈过程或“历史”的信息，如果参与人对博弈过程完全了解，则称为“完美信息”(perfect information)，反之则称为“不完美信息”(imperfect information)。



思考题

1.6 老板与工人博弈。一工人给一老板干活，工资标准是100元。工人可以选择是否偷懒，老板则选择是否克扣工资。假设工人不偷懒有相当于50元的负效用，老板想克扣工资则总有借口扣掉60元工资。工人不偷懒老板有150元产出，工人偷懒时老板只有80元产出，但老板在支付工资之前无法知道实际产出，这些情况双方都是知道的。①如果老板无法看出工人是否偷懒，博弈属于哪种类型？用得益矩阵或扩展形表示并简单分析。②如果老板可以看出工人是否偷懒，博弈属于哪种类型？用得益矩阵或扩展形表示并简单分析。

1.3 博弈的定义

以上参与人、策略、得益、顺序、信息等五个规则是我们定义一个博弈所需明确的内容，它们构成博弈分析的出发点，其中参与人、策略和得益则是影响博弈全局的基本因素，被称为博弈三要素。

定义 1.6 博弈(game)。代表不同利益主体的决策者，在一定的规则下，同时或先后、一次或多次从各自允许选择的策略中加以选择并实施，从而取得各自相应结果的活动，称为博弈，一般表示为

$$G = \{S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n\}$$

其中， n 为参与人数量； $S_1, \dots, S_n$ 为每个参与人的策略空间； $u_1, \dots, u_n$ 是参与人的得益。

我们之所以要进行博弈分析，最重要的原因就是预测特定博弈中的参与人究竟会采取什么行动，博弈将有怎样的结果。通过博弈分析研究人类的行为规律，评价特定制度环境、政策措施的效率意义等。

一般根据顺序和信息把博弈分成四种基本类型(见表1-2)，其中完全信息静态博弈是最简单的形式，也是了解其他类型博弈的基础。

表 1-2 博弈的分类

信 息	顺 序	
	同 时 行 动	先 后 行 动
完全信息	完全信息静态博弈 (纳什均衡)	完全信息动态博弈 (子博弈完美纳什均衡)
不完全信息	不完全信息静态博弈 (贝叶斯纳什均衡)	不完全信息动态博弈 (完美贝叶斯纳什均衡)

习 题

1.1 攻读硕士学位博弈。假设你大学毕业后,面临是否去一家著名高校攻读硕士学位的问题。攻读硕士学位的成本是 10。你的未来价值即你的未来收入流,取决于下一个十年劳动力市场的情况。如果劳动力市场很火,你的硕士学位会给你带来 32 的收入,学士学位则只有 12 的收入;如果劳动力市场情况一般,那么你的硕士学位会给你带来 16 的收入,学士学位带来的收入只是 8;如果劳动力市场情况很糟,那么你的硕士学位能给你带来 12 的收入,学士学位只能带来 4 的收入。经过一段时间考察之后,你知道劳动力市场很火的概率是 0.25,一般的概率是 0.5,很糟的概率是 0.25。试回答:①用得益矩阵或扩展形表示该博弈;②你应否攻读这一硕士学位?

1.2 欧佩克博弈。科威特和沙特阿拉伯是欧佩克组织的两个成员国。在合作的情况下,科威特每天生产 100 万桶石油,沙特阿拉伯则生产 400 万桶。对于它们来说,作弊意味着每天多生产 100 万桶。基于双方的不同选择,投入市场的总产量可能是 500 万桶、600 万桶和 700 万桶,对应的平均利润分别为每桶 16 元、12 元和 8 元。试回答:①用得益矩阵或扩展形表示该博弈;②科威特和沙特阿拉伯每天各应生产多少石油?为什么?

1.3 抓捕博弈。一逃犯从关押他的监狱中逃走,一看守奉命追捕。如果逃犯逃跑有两条路线可选择,看守只要追捕方向正确就一定能抓住逃犯。逃犯逃脱可少坐 10 年牢,但一旦被抓住则要加刑 10 年;看守抓住逃犯能得到 1000 元奖金。请分别用得益矩阵和扩展形表示该博弈,并做简单分析。

1.4 旅行者困境(the traveller's dilemma)。两名旅行者,旅行者 1 和旅行者 2,从一个生产细瓷花瓶的地方各买了一个同样的花瓶后,乘机回来,在提取行李时发现花瓶摔坏了,就向航空公司索赔。航空公司知道花瓶的价格有三种:20 元、40 元或 60 元,但不知道他们购买的确切价格。因此航空公司请两位旅客在 60 元以内写出花瓶的价格,如果两个人写的价格一样,就按照写的数额赔偿;如果不一样,按照低的价格赔偿,并认为该旅客说了真话,奖励 2 元,而讲假话的乘客罚款 2 元。试回答:①用得益矩阵或扩展形表示该博弈;②两名旅行者会写什么价格?为什么?

1.5 移动支付博弈。支付宝和微信是两种占据市场主导地位的移动支付方式。为简单起见,我们假设移动支付市场容量是 80 亿元,且只有这两种方式。两家企业需要决定是否去做广告。如果做广告,则做广告的企业需要支付 10 亿元的广告费用。如果双方都做广告,则双方平分市场;如果一家企业做广告而另一家企业不做广告,则前者得到全部市场;如果双方都不做广告,则双方平分市场。请用适当形式表示这个博弈:①两家企业同时决策;②支付宝先行动,微信后行动。

1.6 奖金和分配奖金博弈。甲乙进行一场选择奖金和分配奖金的博弈。甲决定总奖金的数额,他可以选择 10 元或 100 元。乙决定如何分配甲所选择的奖金,可以将这笔奖金

在甲乙之间平分,或乙得 90%,甲得 10%。请以适当的方式具体表达下列博弈: ①甲乙同时行动; ②甲先行动; ③乙先行动。

在线自测

