

第1章

绪 论

岩石的力学性质研究是岩石工程(如地下工程、边坡工程和地基工程等)的基础。关于岩石的力学性质研究可以追溯到17世纪末。近年来,随着一些与岩石相关的重大工程和项目的展开,岩石力学性质相关方面的研究变得越来越深入。

岩石作为一种特殊的工程材料,在漫长的地质作用下,其内部包含各种尺度的裂纹(或缺陷),小到微米级裂纹,大到千米级断层。对于天然气、石油、地热等开采来说,岩石内部的裂隙(小型裂纹)扩展和贯通所形成的裂纹网络是其运输的重要通道。而断层则与地震的发生有着密切的关系^[1],Scholz^[2]指出岩石的破裂研究是研究地震过程的有力工具。对于岩石工程来说,能否解决岩石破裂问题是工程能否成功的关键因素。正因如此,美国岩石力学国家委员会自20世纪90年代起就将岩石的破裂研究列为有关岩石性质方面研究的首选方向^[1]。

1.1 研究背景及意义

在岩石工程中,由于岩石破裂的突发性和不可预测性常会带来严重的人员伤亡以及经济损失,因此断裂(岩石力学中习惯用破裂)问题常被认为是最重要的和危害最大的工程问题^[3]。造成岩石破裂的根本原因是岩石内部裂纹的扩展与连接,即岩石内部尺寸各异的裂纹在外力作用下扩展并贯通从而导致岩石的破裂。通常情况下,岩石的破裂过程包括萌生、扩展和贯通三个阶段。显然,岩石的破裂过程可以看作裂纹生长和发育的过程。目前,对于裂纹并没有精确的定义,人们通常将椭圆形孔洞、狭长的裂缝,甚至制造过程中产生的缺陷视作裂纹。因此,根据不同的分类方式,裂纹类型存在差异。按照裂纹上下表面的位移特征,可分为张开型裂纹(I)、滑开型裂纹(II)和撕开型裂纹(III),如图1-1所示。按照裂纹在材料中所处的空间位置,可以分为穿透裂纹和非穿透裂纹,如图1-2所示。事实上,在实际生活和生产中涉及更多的是非穿透裂纹。因为非穿透裂纹起初很容易被忽略(如表面微裂纹)和难以观测(如内嵌裂纹),所以非穿透裂纹常常会引发意想不到的灾害,甚至造成人员的伤亡。如在地下工程中,非穿透裂纹的扩展和连接常会造成矿井、隧道或巷道壁面的剥落,如图1-3所示,严重的会引起岩体结构整体的垮塌;在高边坡工程中,穿透裂纹和非穿透裂纹的扩展和连接则很容易诱发岩石的滑坡。试验表明,非穿透裂纹的应力场通常需要用三个自由度来表示^[4]。这意味着非穿透裂纹扩展形成的裂纹面不再是平面,而试验结

果^[5]也证实了这一点。在裂纹前缘形成了许多扭曲的曲面(并且这些破裂以张拉型为主),如图 1-4 所示。正是由于形成的这些空间曲面,给数学的建模和计算带来了极大的困难。因而,非穿透裂纹的扩展研究是(线弹性)断裂力学的一个重要研究方向。

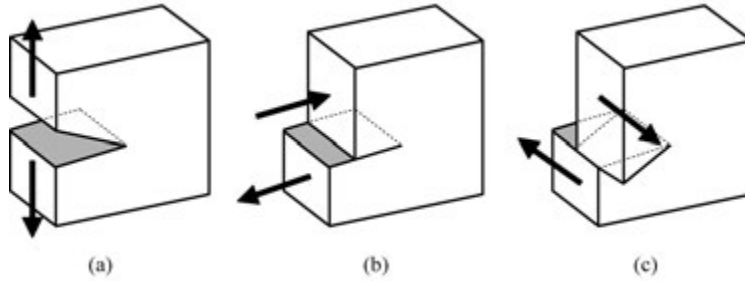


图 1-1 根据裂纹表面位移特征划分的裂纹类型
(a) 张开型裂纹; (b) 滑开型裂纹; (c) 撕开型裂纹

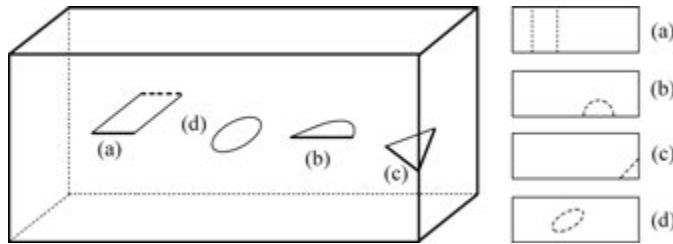


图 1-2 根据裂纹的空间位置划分的裂纹类型
(a) 穿透裂纹; (b)~(d) 非穿透裂纹

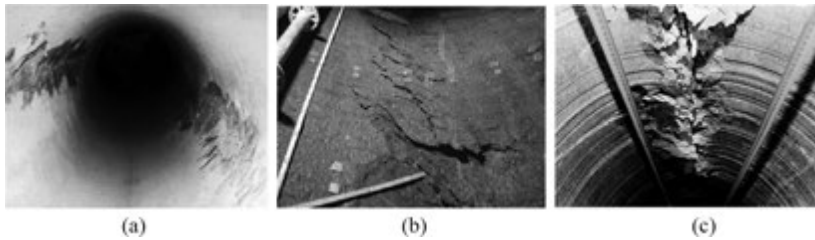


图 1-3 矿井、隧道或巷道壁面的剥落
(a) 隧道壁面剥落^[6]; (b) 试验井壁剥落^[5]; (c) 矿井壁面失稳破裂^[7]

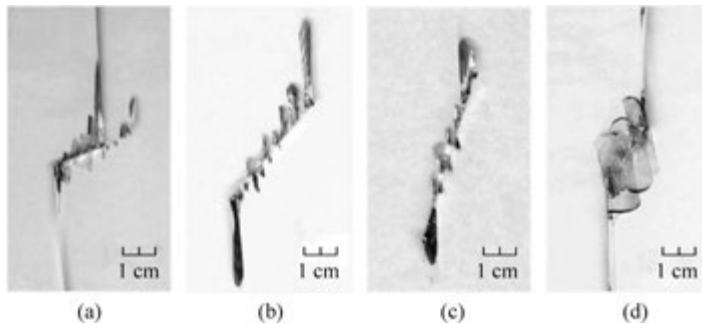


图 1-4 玻璃中单条非穿透裂纹在单轴压缩作用下的扩展^[8]

由于形成环境和过程的复杂性和特殊性,岩石具有特定的物理性质和力学特性,如密度、孔隙度、抗压强度、蠕变、膨胀、尺寸效应等。需要指出的是,岩石的膨胀并不是指岩石材料变形过程中体积的改变,而是指材料中非弹性部分体积的变化。组成岩石材料的组分各异,导致各组分间的连接状况不同,使得一些天然的岩石材料表现出很强的各向异性。图 1-5 所示为 Castlegate 砂岩的反向散射扫描显微照片。从图中可以看出,砂岩的组分主要以石英为主,其次是黏土矿物,主要分布在石英等周围以及部分裂隙内。

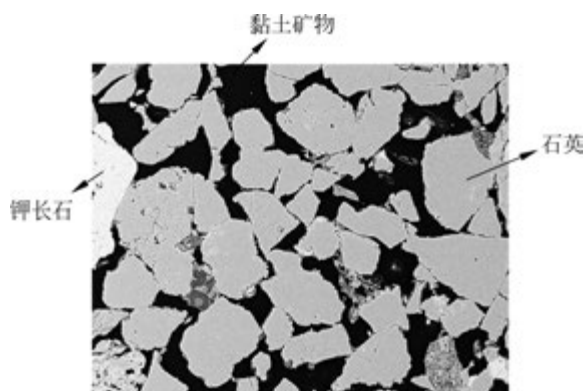


图 1-5 Castlegate 砂岩的反向散射扫描显微照片^[9]

(其中石英为主要组成矿物,左侧中部浅色颗粒为钾长石,深色部分为黏土矿物。图片的实际覆盖区域为 1.00 mm×1.00 mm)

此外,岩石材料内部含有大量的缺陷(如裂纹、孔洞、节理以及软弱夹层等),这些缺陷的存在使得岩石材料表现出明显的不连续性。而岩石材料的断裂与其内部这些非连续构造有着密切的关系(在岩体中,这些非连续构造称为间断面,并且岩体的破裂经常是沿着间断面发生的滑移破裂),这使得研究岩石中非连续构造的分布特点及其对断裂过程和材料强度的影响显得尤为重要。

岩石的破裂在岩石工程、地质工程和土木工程等工程中亦随处可见。自然状态下的岩石破裂主要由岩石内部差应力(即最大主应力和最小主应力的差值)所致,而在各工程中,则主要由外力(如机械扰动)和内部应力共同作用所致。在实际工程中常常研究的是由外力作用导致的岩石产生变形和断裂。和其他材料一样,岩石的破裂也需要经历一个过程,图 1-6 给出了单轴压缩作用下岩石材料断裂的应力-应变全过程曲线。一般情况下,全过程曲线可以分为四段:OA 段,由于岩石材料内部一些微裂纹在压力作用下闭合,所以,曲线稍微向上弯曲,属于压密阶段;AB 段,曲线呈现为近似线性增长(对于绝大多数岩石均成立),属于线弹性阶段;BC 段,在压力作用下岩石内部产生新的微裂纹,使得曲线增长速率放缓,呈现向下弯曲现象,属于非弹性阶段;CD 段,由于新裂纹聚合和扩展,使得曲线达到极限(C 点,代表单轴抗压强度,即岩石试样在单轴压力作用下能够承受的最大压应力)后快速下降,属于岩石破坏阶段。岩石试样在单轴压力作用下常见的破坏形式有:①劈裂;②单斜面剪切破坏;③多个共轭斜面剪切破坏(见图 1-7)。

从图 1-7 中可以看出,岩石的破坏主要有两类:

(1) 张拉破坏:破裂面往往近似垂直于荷载(最大拉应力)作用方向(在有围压作用时,垂直于围压作用方向或者最小主应力方向)。

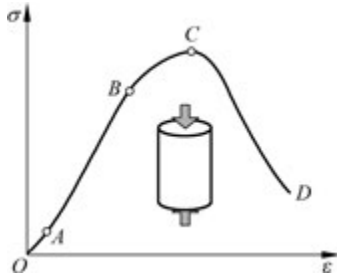


图 1-6 岩石材料断裂的应力-应变全过程曲线示意图

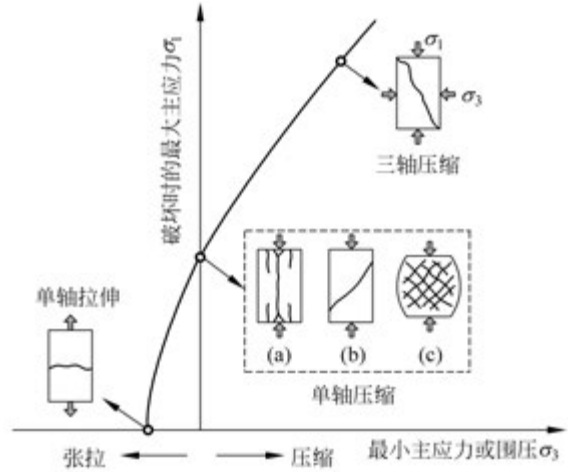


图 1-7 岩石破裂的基本类型示意图

(2) 剪切破坏：两个破裂面近似平行，产生相对剪切滑移。一般破裂面与最大压应力方向的夹角近似于 45° 。

研究岩石的断裂不可避免地要研究岩石的破坏准则(强度理论)，目前的破坏准则主要从应力角度出发研究岩石材料的破坏，岩石力学中常用的主要有莫尔-库仑准则(Mohr-Coulomb criterion)和格里菲斯准则(Griffith criterion)。

(1) 莫尔-库仑准则：假定岩石内部某一平面受到正应力(σ)和剪应力(τ)的作用，当切应力和正应力满足式(1-1)时，岩石发生破裂。

$$|\tau| = f\sigma + c \tag{1-1}$$

式中， f 表示内摩擦系数； c 表示黏聚力。

如果引入内摩擦角 φ ，并定义

$$f = \tan\varphi \tag{1-2}$$

则在 τ - σ 平面上，莫尔-库仑准则是一条直线(斜率为 $f = \tan\varphi$ ，截距为 c)，如图 1-8 所示，图中 1 为未发生破坏时的应力圆，2 为临界破坏时的应力圆，3 为破坏应力圆，4 为莫尔包络线。此外，莫尔包络线还有其他的线型，如双曲线型、抛物线型和摆线型等。而剪切面上的正应力和剪应力可以从应力圆(莫尔圆)得到，当应力圆 2 与直线 4 相切时，岩石材料发生破坏。

(2) 格里菲斯准则：假定岩石材料中含有许多随机分布的微裂纹，在荷载作用下，裂纹尖端产生应力集中，当某一条裂纹尖端的应力达到材料允许的最大应力值时，裂纹发生不稳定扩展，进而导致岩石破裂。

图 1-9 给出了二维情况下格里菲斯准则在主应力 σ_1 - σ_3 平面内的状况。在 σ_1 - σ_3 平面内格里菲斯准则由两部分组成：直线 ABC 及与之相切的抛物线 CDE。

当 $\sigma_1 + 3\sigma_3 \geq 0$ 时，

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 8T_0(\sigma_1 + \sigma_3) \tag{1-3}$$

当 $\sigma_1 + 3\sigma_3 < 0$ 时，

$$\sigma_3 = -T_0 \tag{1-4}$$

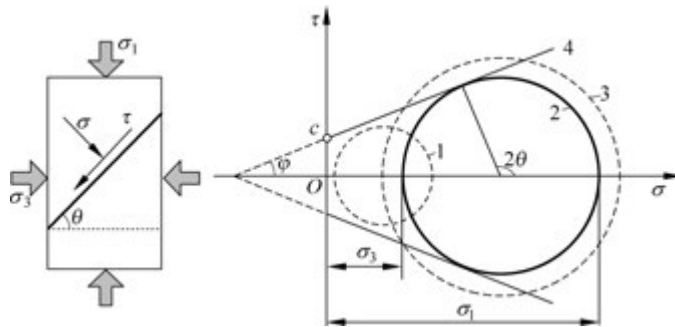


图 1-8 莫尔-库仑准则

从图 1-9 可以看出,当没有围压时,岩石材料的单轴抗压强度是单轴抗拉强度的 8 倍,该数值在数量级上与试验结果基本吻合,具有合理性。

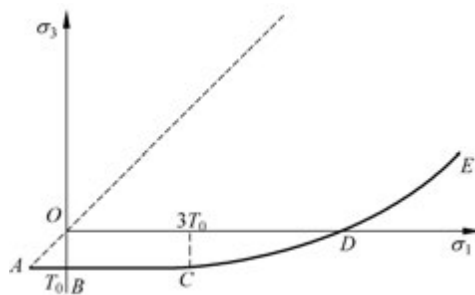


图 1-9 格里菲斯破坏准则在 σ_1 - σ_3 平面内的状况
(T_0 为岩石的单轴抗拉强度)

需要指出的是,格里菲斯准则是基于断裂力学得到的,认为岩石脆性破坏是张拉破坏而非剪切破坏,但试图将张拉破坏和剪切破坏统一起来;莫尔-库仑准则认为岩石材料的破裂是由剪切破坏所致,并且该准则适用于低围压情况。

综上所述,造成岩石破裂问题研究发展缓慢的原因主要有:

- (1) 缺乏对岩石损伤和断裂机理的深刻了解及正确描述;
- (2) 缺乏强有力的数学描述方法,难以建立起准确有效的计算模型;
- (3) 随着对试验设备和技术条件的要求提高,很多试验难以很好地实现,等等。

基于以上原因,研究人员和设计人员不得不在传统的力学理论和方法中寻求新的突破和解决办法。对于岩石来说这些问题显得尤为突出,因为岩土工程、地质工程和矿业工程等工程所面对的就是含有大量裂纹缺陷的岩体结构,对于裂纹的敏感性远超其他材料。目前,对于岩石真实破裂过程的认识仍旧处于一个不甚明朗的状态。因此,研究非穿透裂纹在岩石材料中的扩展及贯通规律,对于揭示岩石破裂过程的宏观非线性力学行为,建立准确有效的强度和失效判据,以及解释因裂纹扩展和连接而导致的工程断裂现象都具有重要的理论意义和工程价值。

1.2 相关领域研究现状

1.2.1 岩石破裂理论

岩石强度理论、断裂理论等是岩石力学的重要组成部分。岩石强度理论是研究岩石在不同应力状态下能够承受极限应力的理论。在实际工程和工业生产中应用最广的是库仑和莫尔的莫尔-库仑准则^[10],该准则认为岩石的破裂主要是剪切应力所致。但是,它忽略了中间主应力的作用以及岩体中分布有大量尺寸各异的裂纹的事实。现今的研究已经表明岩石内部的尺寸各异的微裂纹是张拉作用形成的,并非剪切作用造成。拜尔利(J. D. Byerlee)^[11]在经过大量的试验资料分析后提出了适用范围较广的 Byerlee 摩擦定律,该定律不受岩石的种类以及滑动面特性等因素的影响。Drucker-Prager 准则克服了莫尔-库仑准则的主要弱点,在岩土力学领域得到了较为广泛的应用^[12]。但是,由于岩石在发生断裂之后具有应变软化特性和黏滑运动的存在,该准则对于岩石破裂及裂纹的非稳定扩展无能为力。Hoek 和 Brown 提出了经验强度理论 Hoek-Brown 准则^[13-14],并用该准则对节理岩体的强度进行了评估^[15-16],后经不断地修正和改进^[17-18],逐步形成了广义的 Hoek-Brown 准则。然而,由于该准则是纯经验性的,所以很难从理论上进行证明。格里菲斯(A. A. Griffith)在研究材料断裂时,注意到了裂纹在材料断裂过程中的重要作用,并通过考虑固体试样中的一条孤立的穿透型裂纹,结合经典力学和热力学理论导出了裂纹扩展的判据^[19]。格里菲斯认为是裂纹的不稳定扩展导致了材料的脆性断裂。但是,格里菲斯理论只适用于“理想脆性材料”。而美国岩石物理学家布雷斯(W. F. Brace)率先将格里菲斯理论应用于岩石的脆性断裂问题中。此外, Franklin^[20]、Ouyang 和 Elsworth^[21]、Singh 和 Singh^[22-23]、Rafai^[24]、Chang 和 Haimson^[25]、Peng 等^[26]、Shen 等^[27]也各自提出了裂隙岩体的经验性和半经验性强度准则。Yu(俞茂宏)等则先后提出双剪理论^[28]、广义双剪理论^[29]及适用于岩土材料的统一强度理论^[30-34],形成了一系列应用广泛的强度计算准则。Erdogan 和 Sih^[35]根据 I - II 型复合裂纹在玻璃试样中扩展的试验结果提出了最大周向拉应力准则,该准则对于二维情况有较好的符合度,但是并不适用于三维情况。之后,Sih^[36-37]又提出了应变能密度因子理论,但遗憾的是仍然局限于二维的平面问题。Palaniswamy 和 Knauss^[38]提出了最大张应力理论,在二维情况下如果保留最大周向拉应力理论中应力分量的奇异项,则最大周向拉应力准则与最大张应力准则等价。此外,他们试图通过拟合的方法解释三维裂纹的破裂面呈现空间曲面特性的原因。但李世愚等^[4]认为他们的拟合方法并不完备,只是给出了裂纹的扩展方向,并未给出起裂的完整解,因此在其基础上李世愚^[39]补充了假设,通过第一主微分面(与最大主应力作用方向垂直的微分面)定点法求出了三维裂纹初始破裂的完整解。但是,并未进行相应的试验验证,而且在求解过程中未考虑高阶小量的影响。Irwin^[40]首先研究了表面裂纹,给出了修正后的半椭圆表面裂纹的应力强度因子的近似式。然而,该近似式在三维应力状态下并不成立。

从以往的研究来看,自从格里菲斯断裂理论创立以来,线弹性断裂力学成功地、针对性地解决了一些材料的断裂问题。但是,对于含有大量缺陷的岩石来说它却很难再深入地进行分析,同时也带来了一个物理上不能接受的缺陷:裂纹尖端应力场在数学上的奇异性。

为克服这一缺陷,塑性区理论^[41]、内聚力模型^[42]、裂纹张开位移(crack opening displacement, COD)^[43]、 J 积分^[44]等理论相继被提出,为岩石断裂力学的发展奠定了基础。国际岩石力学学会(ISRM)对岩石断裂的各类准则进行了总结和推荐,并发表在2012年的 *Rock Mechanics and Rock Engineering* 期刊上。而损伤力学的创立使得人们对于岩石断裂的细观研究有了很大的进展,为研究岩石内部微裂纹和微孔洞等缺陷的演化提供了有力的手段,有效地促进了岩石断裂的宏观非线性行为的研究。此外,统计力学和分形理论^[45]与岩石损伤和断裂力学的有机结合为研究岩石断裂和解决相关工程难题提供了新的思路^[46]。

1.2.2 非穿透裂纹的扩展和连接试验

通过一些给定条件下的试验,找到岩石发生断裂的经验关系,然后进行推广应用的方法是研究岩石破裂问题的一种重要手段^[1],如莫尔-库仑准则就是典型的代表。此外,通过试验还可以为相关的理论研究以及数值建模提供必要的物理参数。CT技术、AE技术以及X射线技术等出现为研究裂纹萌生、扩展、贯通直至材料断裂(包括岩石类材料)提供了可能。

非穿透裂纹在岩石中的扩展和贯通属于三维断裂问题。较早进行的三维断裂试验是1956年 Roesler 的压痕试验^[47]。试验通过圆柱状压痕器按压玻璃试样,在玻璃和压痕器接触区的下方观测到了锥形的破裂面,如图1-10所示。

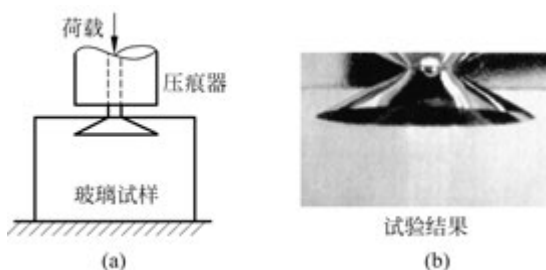
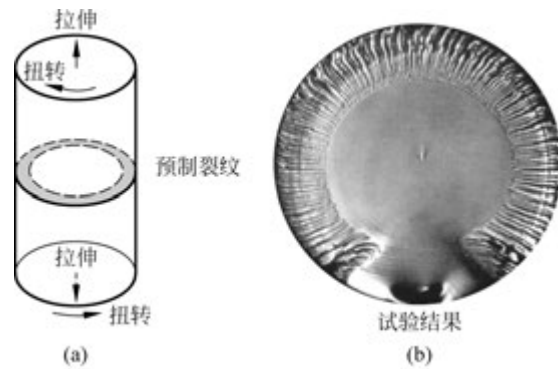
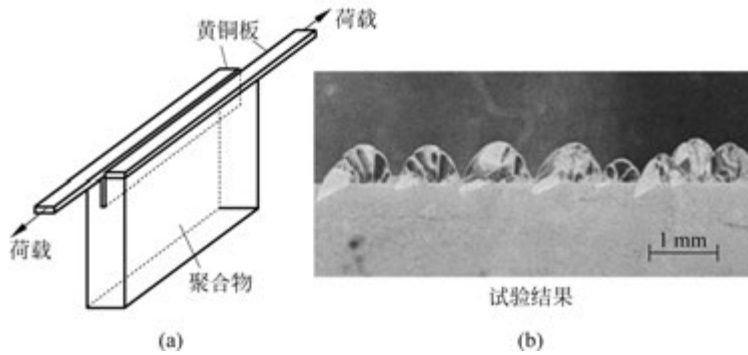


图 1-10 压痕试验及其试验结果

Erdogan 和 Sih^[35]采用树脂玻璃(厚度约为3 mm)研究了I-II型复合裂纹的扩展,试验发现扩展裂纹沿着预制裂纹约70°方向扩展。但由于试样的设计问题,并未发现滑移型裂纹。Sommer研究了I-III型复合型裂纹的扩展,试验通过环向切割丙烯酸树脂玻璃棒预制了一条非穿透裂纹,在张力和扭力的作用下,观测到了“矛头状断裂面”,并指出该裂纹形成的主要原因是最大主应力方向的变化,如图1-11所示。

此外,文献[49-55]同样针对I-III型复合型裂纹的扩展问题进行了深入的研究,并指出新出现的梯队式裂纹由一系列母裂纹和子裂纹组成。Knauss^[56]研究了反平面剪切裂纹(纯III型)的扩展,试验采用一种双组分交联聚合物 Solithane 113(属弹性材料,并且在荷载下没有动态响应),并在厚度和长度方向上加工了一条非穿透裂纹(长152.4 mm,深19.05 mm,宽0.254 mm),如图1-12(a)所示。试验观测到在裂纹前缘出现了大量的角度为45°的半圆形裂纹,如图1-12(b)所示。

Adams 和 Sines^[57]利用聚甲基丙烯酸甲酯(PMMA,俗称有机玻璃)研究了币状内嵌式

图 1-11 丙烯酸树脂玻璃棒的拉扭试验^[48]图 1-12 反平面剪切试验^[56]

非穿透裂纹的扩展,并与二维情况下的裂纹扩展做了对比,同时指出断裂过程中次生裂纹的扩展比现有理论只考虑原生裂纹扩展预测的危害更大。Palaniswamy 和 Knauss^[38]试图从理论上解释三维破裂的试验现象,提出了等效的张应力判据,并试图通过拟合得到纯Ⅲ型裂纹的破裂曲面,但是结果并不理想。李世恩等^[4,8,58]研究了Ⅱ型和Ⅲ型复合裂纹的扩展情况。试验以玻璃为主,结果显示非穿透裂纹的前缘跳跃式地出现了大量的扭曲和拐折的张拉型破裂曲面,如图 1-4 所示。Scholz^[2]通过试验观测到的三维断裂现象对断层三维断裂模型给出了猜想性的描述。

Dyskin 等^[59-61]和 Germanovich 等^[7,62]针对内嵌的币状非穿透裂纹做了大量的试验研究,描述了单条内嵌币状裂纹扩展以及两条内嵌裂纹扩展和连接的基本特征,并指出在单轴压缩作用下,单条三维裂纹的扩展受到扩展曲面的限制,而两条三维裂纹情况下会产生更大的张拉裂纹。Sahouryeh 等^[63]进一步研究了多轴压缩作用下内嵌币状裂纹的扩展,试验结果显示,由于中间主压应力的存在,多轴作用下内嵌裂纹的扩展与单轴作用下有着显著的区别。Lin 等^[64-65]利用 CT 监测系统研究了反复加载条件下单条内嵌裂纹的扩展。试验结果显示,三维裂纹的方向和大小对岩石破裂面和强度有直接的影响。郭彦双^[66]利用自制的饱和聚酯树脂(透明材料)和砂浆材料同样对内嵌的币状裂纹做了研究。Fuji 和 Ishijima^[67]研究了单轴压缩作用下水泥砂浆试样(水泥、石英砂和水的重量比为 3:6:2)上单条不同角度的表面裂纹的扩展情况。Wong 等^[68]、黄凯珠等^[69-70]、黄明利等^[71]利用

冷冻的 PMMA 以及大理石试样研究了单条和两条表面非穿透裂纹深度、长度和倾角对裂纹在单轴作用下扩展的影响,认为裂隙深度比 d/t (d 为裂隙深度, t 为试样厚度) 对三维裂纹的扩展和断裂模式有着直接的影响。同样,文献[66]中得到了相同的结论。Yin 等^[72]利用花岗岩并结合数字散斑方法研究了两条相互平行且不覆盖的表面裂纹在单轴压缩作用下裂纹的贯通规律,指出在试样表面裂纹主要通过翼裂纹(通常产生于裂纹端部,扩展路径为一条曲线并且扩展方向逐步平行于荷载的作用方向)、反翼裂纹和次生裂纹(和翼裂纹类似,同样产生于裂纹的端部,但扩展路径不固定,此外产生和扩展主要取决于最大剪应力的方向和大小)连接,在试样内部主要通过花瓣状裂纹连接,如图 1-13 所示。

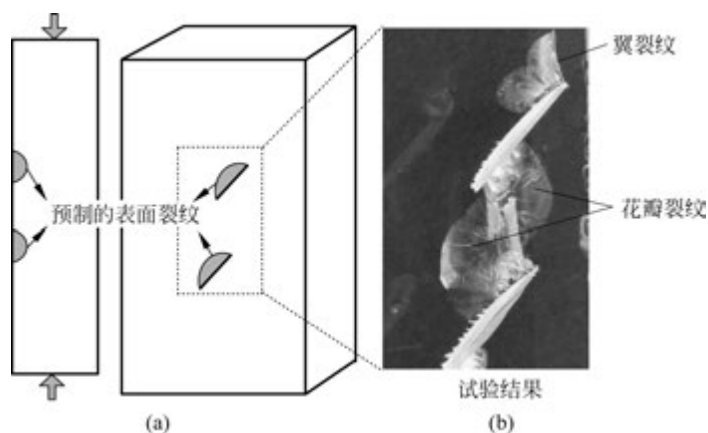


图 1-13 含两条预制裂纹的 PMMA 单轴压缩下的结果^[71]

Lu 等^[73]采用砂岩试样并借助 X 射线研究了单条非穿透表面裂纹在砂岩中的扩展,观测到了扩展产生的三种典型的裂纹模式——翼裂纹、反翼裂纹和远场裂纹,并且指出它们的形成和出现与预制表面裂纹的尺寸有直接关系。Liu 等^[74]借助 AE 系统研究了单条表面裂纹在花岗闪长岩中的扩展特征,并将三维裂纹扩展分为翼裂纹扩展、花瓣状裂纹扩展过渡和壳状裂纹面扩展三个阶段。这一结论与 Dyskin 等^[59-61]和 Germanovich 等^[7,62]的结论类似。Yang 等^[75-77]利用柱状大理石岩样研究了多条(2~4 条)非穿透裂纹在单轴压缩和围压作用下的扩展规律,但是研究重点放在了裂纹平面贯通模式以及试样强度上,研究局限于二维裂纹模式中。Xu 等^[78]利用石膏试样研究了非穿透裂纹的扩展规律以及扩展对试样强度等的影响。试验结果表明,和穿透裂纹类似,非穿透裂纹的倾角、深度以及裂纹间的距离对于裂纹扩展和试样的强度也有重要的影响,非穿透裂纹扩展形成的裂纹面明显异于穿透裂纹产生的裂纹面。

1.2.3 岩石破裂过程模拟

单纯的试验很难实现对岩石破裂过程的研究,通常需要和解析方法及数值方法共同推进^[79]。需要强调的是,数值计算并不能取代解析法和实际的试验^[1],但有效的数值方法往往是试验和理论的有益补充^[79]。目前,数值计算方法已经普遍应用于工程设计和科学研究中,在岩石力学和岩土工程领域也有广泛的应用。处理岩石力学问题的数值方法可分为三大类^[80]: ①连续介质方法,如有限差分法(finite difference method, FDM)、有限元法(finite

element method, FEM)和边界元法(boundary element method, BEM); ②非连续介质方法,如离散元法(discrete element method, DEM)和离散裂隙网络法(discrete fracture network method); ③连续/离散混合模型,如 FEM/BEM 混合、BEM/DEM 混合、FEM/DEM 混合,等等。

尽管 FDM 曾经是数值模拟的主流方法,但是 FEM 在经过多年的发展和工程实际应用后已经日臻成为研究岩石力学最常用的方法之一,而且在处理岩石中裂纹扩展和非线性问题时并不像传统的 FDM 那样受网格节点连续性的限制,具有一定的灵活性。但是,用 FEM 处理非连续问题时需要注意两个问题^[81]: ①裂纹尖端应力强度因子的计算问题; ②裂纹出现后网格的处理问题。因为研究岩石断裂和裂纹扩展必须同时面对上述两个问题。此外,过多的单元破裂也容易引起刚度矩阵病态问题的出现^[79],从而导致计算难以继续。所以,FEM 对网格单元的划分具有较高的要求,而无单元 Galerkin 法(element-free Galerkin method, EFG)^[82]和近场动力学(peridynamics, PD)^[83]的提出似乎给处理这些问题带来了希望。BEM 则是通过划分更小的子域来处理裂纹扩展问题。而 DEM 的研究对象是非连续介质,所以主要应用于岩土工程的各个领域。此外,流形元法(manifold method)、Lattice 模型等方法也为研究裂纹扩展和岩石破裂问题提供了有效的手段。

近 20 年来,随着计算机技术的大幅提升,三维断裂问题的数值算法研究也越来越多地受到关注。Sukumar 等^[84-86]将扩展有限元(X-FEM)用于三维裂纹的扩展。郭彦双^[66]基于快速拉格朗日方法,利用 FLAC3D 模拟了单轴压缩作用下内嵌币状裂纹和表面裂纹的扩展和贯通,但是得到的结果并不理想。梁正召等^[87-88]利用自行开发的 RFPA-3D 软件研究了单轴压缩作用下单条倾角为 45°的非穿透表面裂纹的扩展情况。庄茁和成斌斌^[89]将扩展有限元引入连续的壳体单元并模拟了曲面上的三维裂纹扩展。王德咏^[81]利用改进的三维单元劈裂法(3D improve element partition method, 3D-IEPM)研究了内嵌裂纹的三维扩展特性。Jiao 等^[90]利用岩石的三维球形不连续变形分析模型研究了岩石的断裂过程。Nguyen 等^[91]研究了各向异性的准脆性材料中复杂 3D 裂纹网络的产生和扩展,并和试验结果以及相场法(phase field method)模拟结果进行了对比。Zhou 和 Bi^[92]利用一种一般粒子动力学(general particle dynamics)方法研究了单轴作用下岩石类材料中裂纹的扩展和贯通问题。此外,刘连峰和王泳嘉^[93]、Romanova 等^[94]、杨石扣等^[95]、Cherny 等^[96]、Yang 等^[97]、Bi 等^[98]也各自借助于不同的数值方法研究了岩石类材料中三维裂纹的扩展和贯通问题。

事实上,在上述不同的研究中,为了便于研究裂纹的扩展,所涉及的三维裂纹多数是穿透裂纹,因为穿透裂纹多数情况下可以转化为平面问题来解决。但是,需要注意的是,采用穿透裂纹的同时,忽略了裂纹的埋藏深度对裂纹扩展和贯通以及所研究试样强度等的影响。